الجمهورية التونسية
وزارة التّربية

رياضيات

لتلامذة السّنة الثّامنة من التّعليم الأساسي

تأليف

علي الرحموني
متفقد أوّل

عبد السلام الحبوبي
متفقد أوّل

محمد طارق السلطاني
متفقد

فوزي الغربي
أستاذ أول

تقييم

الطاهر الدرقاع
متفقد

نجيبة محمدي
متفقدة

المركز الوطني البيداغوجي

© جميع الحقوق محفوظة للمركز الوطني البيداغوجي. تونس

مقدّمة

يسرّنا أن نضع بين أيديكم هذا الكتاب آملين أن يكون مساعدا على إكساب المتعلّم المهارات التي تستهدفها برامج المادّة.

و هو يتكوّن من محاور قدّم أغلبها وفق التّمشّي التّالي:

* أستحضر : مجموعة أنشطة تساعد المتعلّم على استحضار المكتسبات الضّرورية ذات العلاقة بالمحور.

* أستكشف و أطبّق : مجموعة أنشطة تمكّن من مقاربة المفاهيم الجديدة وتركيزها.

* تمارين مرفقة بحلول : مجموعة تمارين تهدف إلى تدريب المتعلّمين على :

– اختيار تمشّيات ملائمة.

– توخّي منهجية عمل ناجعة.

– صياغة حلول.

* أحوصل : ملخّص لأهمّ المفاهيم والخاصيات والقواعد المدروسة.

* التمارين : مجموعة تمارين تساعد المتعلّم على استيعاب المفاهيم المدروسة وتوظيفها في وضعيات مألوفة أو غير مألوفة وتستنفر معارفه ومهاراته في حلّ المسائل.

أملنا أن يكون هذا الكتاب مساعدا للتلميذ في دراسته وسندا للأستاذ في عمله.

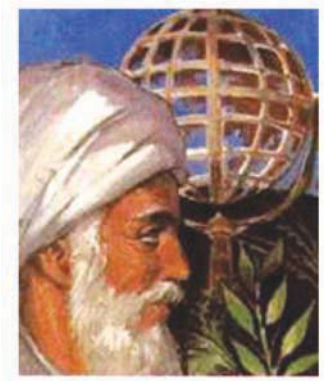
وفي الختام نشكر عضوي لجنة التقييم الّذين واكبا هذا العمل وساهما في إثرائه بملاحظاتهم القيّمة. كما نشكر كافّة أعوان المركز الوطني البيداغوجي على المجهودات الّتي بذلوها لإنجاز هذا المؤلّف.

المؤلّفون

الفهرس

أنشطة عدديّة	1.	أنشطة في الحساب	5
	2.	الأعداد الكسريّة النّسبيّة	16
	3.	الجمع والطّرح في مجموع الأعداد الكسريّة النّسبيّة	30
	4.	الضّرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسريّة النّسبيّة	42
	5.	القوى في مجموعة الأعدادالكسريّة النّسبيّة	55
أنشطة جبريّة	6.	أنشطة حول العبارات الحرفيّة	69
	7.	معادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد	78
	8.	التّناسب	89
الإحصاء والاحتمالات	9.	أنشطة حول الإحصاء والاحتمالات	105
أنشطة هندسيّة	10.	التّناظر المركزي	127
	11.	الزّوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيم ومستقيمين متوازيين	150
	12.	المثلّثات المتقايسة	165
	13.	رباعيّات الأضلاع	182
	14.	الهرم و المخروط والكرة	202
	15.	التّوازي في الفضاء	215

أنشطة في الحساب



الخوارزمي

إذا ذكر علم الجبر ذكر الخوارزمي لأنه مؤسس هذا العلم وأول من ألف فيه وفي علم الحساب و الجداول الفلكية وهو أول من استعمل علم الجبر بشكل مستقل عن الحساب وفي قالب علمي، و الخوارزمي هو محمد بن موسى الخوارزمي الذي ولد بإحدى مناطق آسيا الوسطى عام 780م (164هـ) وعاش في بغداد وتوفي بها عام 850م -(235هـ) ويطلق علماء أوروبا على القرن الثالث هجري "عصر الخوارزمي" باعتباره أعظم رياضي في هذا القرن، بل يعتبره علماء الغرب أحد أعظم الرياضيين في كل العصور.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

قم للمعلّم وفّه التّبجيلا

كاد المعلّم أن يكون رسولا

أحمد شوقي

قابليّة القسمة على 4 ، 25 ، 8

أستحضر

1 كيف يمكن اختيار العدد a ليكون $\frac{a}{6}$ عددا صحيحا ؟

يكون العدد الصحيح الطبيعي المخالف للصفر b قاسما للعدد الصحيح الطبيعي a إذا كان a قابلا للقسمة على b أي إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b يساوي صفرا.
في هاته الحالة نقول أيضا أنّ a مضاعف لـ b .

2 قيس مساحة مستطيل بالصنتمتر المربع تساوي 24 ما هي أبعاد هذا المستطيل إذا علمت أنّها أعداد صحيحة طبيعية ؟

3 في كل حالة من الحالات التالية عوض الرمز (*) بما يناسب للحصول على عدد صحيح طبيعي

$\frac{15}{*}$ ، $\frac{7}{*}$ ، $\frac{13}{*}$ ، $\frac{31}{*}$

عدد أولي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 و لا يقبل القسمة إلا على 1 وعلى نفسه

4 بدأ أحمد ومحمد وعلي في ترتيب الأعداد الصحيحة الطبيعية الأصغر من 1000 في جداول مبينة كما يلي :

جدول أحمد

3	2	1
6	5	4
9	8	7
12	11	10
.....		

جدول محمّد

5	4	3	2	1
10	9	8	7	6
15	14	13	12	11
20	19	18	17	16
.....				

جدول علي

5	4	3	2	1
6	7	8	9	10
15	14	13	12	11
16	17	18	19	20
.....				

القسمة الإقليديّة للعدد الصحيح الطّبيعي a على العدد الصحيح الطبيعي المخالف للصّفر b تعني كتابة a على شكل $a = bq+r$ حيث q عدد صحيح طبيعي و r عدد صحيح طبيعي أصغر قطعا من b
a يسمى المقسوم و b يسمّى القاسم و q خارج القسمة و r باقي القسمة

أ) في أي عمود يوجد العدد 97 بالنسبة لكل جدول من الجداول الثلاثة
ب) في أي عمود يوجد العدد 574 بالنسبة لكل جدول من الجداول الثلاثة
ج) هل يوجد عمود مشترك بين جدول محمد و جدول علي؟ حدده و ميزه
د) هل توجد أودية مشتركة بين جدول محمد و علي؟ ما ترتيب هذه الأودية

5 1) فكك كل عدد من الأعداد التالية 56 ، 95 ، 225 ، 490 إلى جذاء عوامل اولية
2) ابحث عن ق.م.أ (56,490) و م.م.أ (95,225)
3) اختزل إلى أقصى حد الأعداد الكسرية التالية $\frac{56}{490}$ و $\frac{95}{225}$

6 انقل الجدول التالي و اتمم تعميره

يقبل القسمة على	2	3	5	9
207	لا			نعم
330				
540				
7..	نعم	نعم	نعم	نعم

7 أ) عوض في كل حالة العلامة * بالرقم المناسب لكي يكون العدد قابلا للقسمة على 2 و 3 في نفس الوقت 68* ; 180* ; 345* (أعط جميع الحلول الممكنة)
ب) أوجد كل الأعداد المحصورة بين 800 و 900 و القابلة للقسمة على 5 و 9 .

أستكشف وأطبّق

قابليّة القسمة على 4

نشاط 1

1) من بين الأعداد الأصغر من 100 اذكر تلك التي تقبل القسمة على 4
2) أ) قارن باقي قسمة 2768 على 4 و باقي قسمة 68 على 4
ب) أنقل وأكمل الجدول التالي :

العدد	2768	68	875	75	1681	81	440	40
باقي القسمة على 4								

2 1) أنقل و اتمم الفراغات بما يناسب

265 = ... x 100 + 65 4527 = ... x 100 + 27

35291 = ... x 100 + 91 71845 = ... x .... + ...

2) أكتب العدد 17143 على شكل مجموع عددين $17143 = a + b$ حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 100 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 100.ماذا تمثل أرقام العدد b بالنسبة للعدد 17143

3) قارن باقي قسمة 17143 على 4 وباقي قسمة 43 على 4

4) نعتبر الأعداد التالية 657 ، 1152 ، 375700 ، 15075

أ) اكتب كل عدد من هذه الأعداد على شكل $a + b$ حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 100 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 100

ب) بالنسبة لكل عدد من الأعداد السابقة قارن بين باقي قسمته على 4 وباقي قسمة العدد b الموافق له على 4.

يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكوّن من رقميه الأخيرين (رقم الآحاد ورقم العشرات) قابلا للقسمة على 4

باقي قسمة عدد على 4 هو نفس باقي قسمة العدد المتكوّن من رقميه الأخيرين على 4 .

تطبيق

1) أ– اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 4

275 ، 71 ، 235348 ، 10254324 ، 12345678 ، 2131404

ب– ماهو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 4

2) عوض في كل حالة الرمز * بما يناسب ليكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 4

18*4 ، 340* ، 7347* ، 2586482*8

تمرين مرفقة بحلّ

ضع رقما مكان كل نقطة لكي يصبح العدد قابلا للقسمة في نفس الوقت على 4 و 5 و 9

8 • 6 • ، 5 • 4 • ، 73 •• (أعط جميع الحلول الممكنة)

الحلّ :

1) ليكون 8 • 6 • قابلا للقسمة على 5 يجب أن يكون رقم آحاده 0 أو 5 وفي هاتين الحالتين فإن العدد المتكون من رقميه الأخيرين هو 60 أو 65

* ليكون •6 • 8 قابلا للقسمة على 4 يجب أن يكون العدد المتكون من رقميه الأخيرين قابلا للقسمة على 4 إذا فإن العدد هو 60 • 8

* ليكون 60 • 8 قابلا للقسمة على 9 يجب أن يكون مجموع أرقامه قابلا للقسمة على 9

إذن رقم المئات هو 4

العدد المطلوب هو 8460

ملاحظة

تأكد بالرجوع الى القواعد المدروسة أن العدد 60 4 8 يقبل القسمة على 4 و5 و 9

1) باعتماد نفس التمشي بالنسبة للعدد •4•5 نجد حلين 5040 و5940

2) بالنسبة للعدد • • 73 ما هو الحل ؟ تحقق من صحة إجابتك.

قابليّة القسمة على 25

نشاط 1 أ) من بين الأعداد الأصغر من 100 اذكر تلك التي تقبل القسمة على 25

ب) قارن باقي قسمة 2538 على 25 وباقي قسمة 38 على 25

ج) أنقل وأكمل الجدول التالي :

العدد	2538	38	325	25	1162	62	280	80
باقي القسمة على 25								

نشاط 2

1) أنقل و اتمم الفراغات بما يناسب

462 = ... x 100 + 62 9537 = ... x 100 + 37

29219 = ... x 100 + 19 50875 = ... x .....+ .....

2) أكتب العدد 7887 على شكل مجموع عدد ين b + a = 7887 حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 100 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 100. ماذا تمثل أرقام العدد b بالنسبة للعدد 7887

3) قارن باقي قسمة 7887 على 25 و باقي قسمة 87 على 25

نعتبر الأعداد التالية 675 ، 1432 ، 173200 ، 1537

4) أ) اكتب كل عدد من هذه الأعداد على شكل a + b حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 100 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 100

ب) بالنسبة لكل عدد من الأعداد السابقة قارن بين باقي قسمته على 25 وباقي قسمة العدد b الموافق له على 25.

يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكوّن من رقميه الأخيرين قبلا للقسمة على 25 .

باقي قسمة عدد على 25 . هو نفس باقي قسمة العدد المتكوّن من رقميه الأخيرين على 25 .

تطبيق

1 حدد باقي قسمة كل عدد من الأعداد التالية على 25

73، 2561، 33200، 12345678925،

2 عوض النقاط بما يناسب ليكون العدد قابلا للقسمة على 25 و على 3

2 • 8 ، • • 6 • 1،

3 ثمن كتاب هو 10 دنانير و ثمن قلم حبر رفيع هو 15 دينارا.

اشترى كتبي عددا من الكتب و مثل ذلك العدد أقلاما .

ما هو المبلغ الذي يمثل ثمن المشتريات من بين المبالغ التالية

3120 د ، 3125 د ، 3130 د

قابليّة القسمة على 8

نشاط 1

1) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد التالية على 8

16، 94، 157، 647، 808

2) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد التالية على 8

112، 2112، 867112، 6856835112

3) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد التالية على 8

173، 5173، 236173، 1567567173

نشاط 2

1) أ) أكتب العدد 5283 على شكل a + b حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 1000 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 1000

ب) قارن بين باقي قسمة 5283 على 8 و باقي قسمة العدد b على 8

2) نعتبر الأعداد التالية 3528، 41252، 375720

أ) اكتب كل عدد من هذه الأعداد على شكل a + b حيث a عدد صحيح طبيعي مضاعف لـ 1000 و b عدد صحيح طبيعي أصغر من 1000 .

ب)بالنسبة لكل عدد من الأعداد السابقة قارن بين باقي قسمته على 8 و باقي قسمة العدد b الموافق له على 8 ماذا تستنتج ؟

يكون عدد (أكبر من 999) قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة (رقم الآحاد و رقم العشرات و رقم المئات) قابلا للقسمة على 8

باقي قسمة عدد على 8 هو باقي قسمة العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة على 8

تطبيقات

1. أذكر باقي قسمة كل عدد من الأعداد التالية على 8 :
984 ، 67355، 574024، 9767439 ، 796864

2. عوض في كل مرة ، النقطة بما يناسب لكي يصبح العدد قابلا للقسمة على 8
• 4562 ، 67453•6 ، 65979243•48

3. لطفل 8 علب صغيرة تحتوي كلّ منها على كويرات بعضها أحمر و بعضها أخضر. عدد الكويرات في هذه العلب مبيّن بالجدول التالي :

العلبة 1	العلبة 2	العلبة 3	العلبة 4	العلبة 5	العلبة 6	العلبة 7	العلبة 8
11	10	9	18	28	31	46	62

ضاعت إحدى العلب فأصبح عدد الكويرات الحمراء في السبع علب المتبقية سبعة أضعاف عدد الكويرات الخضراء. ما هو عدد الكويرات الحمراء المتبقية ؟

تمارين مرفقة بحلّ

تمرين 1

عوض النقطتين بما يناسب لكي يصبح العدد•• 12571 قابلا للقسمة على 5 وعلى 8

الحلّ :

يكون العدد •• 12571 قابلا للقسمة على 5 إذا كان رقم آحاده 0 أو 5

الحالة الأولى: رقم الآحاد يساوي 0

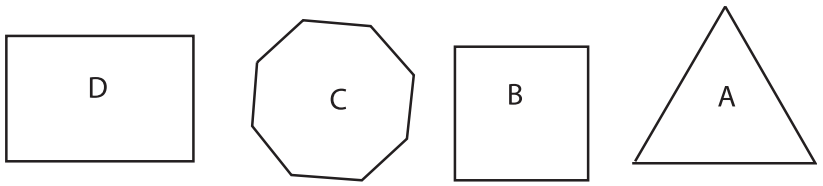
يقبل العدد 0•12571 القسمة على 8 إذا كان العدد 1.0 قابلا للقسمة على 8
الأعداد الّتي تكتب0•1 هي 100 و 110 و120 و 130 و 140 و 150 و 160 و 170 و 180 و 190
نلاحظ أن من بين هذه الأعداد 120 و160 فقط يقبلان القسمة على8
إذا العددان هما 1257120 أو1257160

الحالة الثّانية : رقم الآحاد يساوي 5

يقبل العدد 5•12571 القسمة على 8 إذا كان العدد 1•5 قابلا للقسمة على 8
لا يوجد أي عدد من الأعداد التالية 105 ، 115 ، 125 ، 135 ، 145 ، 155 ، 165، 175، 185 ، 195 ، يقبل القسمة على 8
وبالتالي فإنّ 1257120 و 1257160 هما العددان الذان يستجيبان للشرطين

تمرين 2

أضلاع الأشكال التّالية هي أعداد صحيحة طبيعيّة



ما هو قيس محيط كل شكل من الأشكال التالية إذا
علمت أنه عدد صحيح طبيعي ينتمي إلى المجموعة
{292 و 715 و 120 و 279 و 274} وأنّ الأشكال مساحاتها مختلفة.
ملاحظة : لم يقع اعتماد نفس السلّم في رسم هذه الأشكال.

الحلّ :

- محيط المثلث A هو عدد قابل للقسمة على 3 إذا فهو 120 أو 279
- محيط المربع B هو عدد قابل للقسمة على 4 إذا فهو 120 أو 292
- محيط الشكل C هو عدد قابل للقسمة على 8 إذا فهو 120(العدد الوحيد القابل للقسمة على8)

ما هما إذا محيط المثلث و محيط المربع ؟
ما هو محيط المستطيل ؟

تمرين 3

بمحطة توزيع وقود 5 خزانات سعتها باللتر كما يلي
760 - 475 - 950 - 640 - 225
خزان واحد مملوء بنزينا رفيعا و كل خزان من الخزانات المتبقية مملوء إما بترولا أو بنزينا عاديا
حدد السائل الموجود بكل خزان إذا علمت أن كمية البترول ضعف كمية البنزين العادي

الحلّ :

السعة الجملية لهذه الخزانات هي 3050 لترا
بما أن كمية البترول هي ضعف كمية البنزين العادي فإن مجموع كميتي البنزين العادي و البترول هو عدد قابل للقسمة على 3
إذا للتعرف على خزان البنزين الرفيع يجب التعرف الى العدد الذي إذا طرح من 3050 يعطي عددا قابلا للقسمة على 3
استنتج أن كمية البنزين الرفيع هي 950 لترا.
ماهو إذا السائل الموجود بكل خزان من الخزانات المتبقية ؟

أحوصل

- القسمة الإقليدية للعدد الصحيح الطبيعي a على العدد الصحيح الطبيعي المخالف للصفر b تعني كتابة a على شكل $a = bq + r$ حيث q عدد صحيح طبيعي و r عدد صحيح طبيعي أصغر قطعا من b
- a يسمى المقسوم و b يسمى القاسم و q خارج القسمة و r باقي القسمة
- يكون العدد الصحيح الطبيعي b المخالف للصفر قاسما للعدد الصحيح الطبيعي a إذا كان a قابلا للقسمة على b أي إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b يساوي صفرا
- عدد أولي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 و لا يقبل القسمة إلا على 1 و على نفسه
- يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين (رقم الأحاد و رقم العشرات) قابلا للقسمة على 4
  باقي قسمة عدد على 4 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 4
- يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين قابلا للقسمة على 25
- باقي قسمة عدد على 25 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 25
- يكون عدد (أكبر من 999) قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة (رقم الآحاد و رقم العشرات و رقم المئات) قابلا للقسمة على 8
  با قي قسمة عدد على 8 هو باقي قسمة العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة على 8

تمـــاريـــه

1 ضع رقما مكان كل نقطة لكي يصبح العدد قابلا للقسمة على 2 و5 و3
8•6• ، 5•4• ، 73••
(أعط جميع الحلول الممكنة)

2 ضع رقما مكان كل نقطة لكي يصبح العدد قابلا للقسمة على 8 و 5 و 9
8•6• ، 5•4• ، 73•• (أعط جميع الحلول الممكنة)

3 حدد بواسطة الآلة الحاسبة خارج و باقي القسمة الإقليدية لـ
أ) 267 على 15
ب) 5532 على 235
ج) 33555 على 824

4 سأل رجل علي إبن أبي طالب "ماهو أصغر عدد مضاعف في نفس الوقت لـ 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10"فأجابه" أضرب عدد أيام الأسبوع في عدد أيام الشهر في عدد أشهر السنة فستجد ما تبتغي" تحقق من مدى صحّة هذه الإجابة.

5 قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها بالمتر المربع 900 ومحيطها بالمتر 122
ما هما بعداها إذا علمت أنها أعداد صحيحة طبيعية ؟

6 بين أنّ $2^{2006} + 2^{2004}$ هو عدد قابل للقسمة على 5
وأنّ $2^{75} + 2^{74} + 2^{73}$ قابل للقسمة على 7

7 دون إجراء عملية القسمة أذكر من بين الأعداد التالية التي لها نفس باقي القسمة على 8
8112 ، 623 ، 51228 ، 11623 ، 81076
923600 ، 75368974623

8 ثمن كتاب هو 3دنانير و ثمن قلم حبر رفيع هو 5 دنانير
اشترى كتبي نفس العدد من هذه الكتب و الأقلام و دفع مقابل ذلك 1296 ، ما هو عدد الكتب المشتراة

9 ما هي الأعداد القابلة للقسمة على 7 من بين العداد التالية 3500 و 1325 و 147 و773 و77 و 7707 و507 و 763 ؟

10 اختزل إلى أقصى حدّ الأعداد الكسرية التالية:
$\frac{255}{595}$ ، $\frac{588}{840}$ ، $\frac{3600}{5400}$ ، $\frac{36650}{51975}$

11 ابحث عن أصغر عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر و يقبل القسمة على 3 و4 و 5 في نفس الوقت
هل يقبل هذا العدد القسمة على 15 ؟
هل يقبل هذا العدد القسمة على 20 ؟

12

1) نعتبر الأعداد التالية : 5454 ، 2323، 6767، 3838، 1919
ما هو خارج قسمة كلّ واحد منها على 101 ؟ ماذا تلاحظ ؟
2) أكتب عددا ذا رقمين واكتب بجانبه نفس ذاك العدد تتحصّل بذلك على عدد ذي أربعة أرقام.
ما هو خارج قسمته على 101 ؟ ماذا تلاحظ ؟
فسّر ذلك.

13

1) نعتبر الأعداد التالية :
512512 ، 351351، 103103 ، 748748
ما هو خارج قسمة كلّ منها على 7 و 11 و 13 و 1001
2) أكتب عددا ذا ثلاثة أرقام واكتب بجانبه ذاك العدد نفسه . تتحصّل على عدد ذي ستّة أرقام.
ما هو خارج قسمته على1001 ؟ ماذا تلاحظ ؟
فسّر ذلك.
3) هل يمكنك تعميم ما توصّلت إليه ؟.

14

نعتبر العدد $a = 12345679$
باستعمال الآلة الحاسبة أحسب $18a$ ، $27a$ ، $54a$
ماذا تلاحظ ؟ هل بإمكانك تعميم النتيجة وتفسيرها ؟

الأعداد الكسريّة النّسبيّة

أبو بكر الرّازي

هو طبيب إيراني عاش ببغداد و كان واحدا من الرواد الذين دعوا إلى التحكيم العقلي في العلم الإسلامي وهو يشبه في ذلك معاصره الفارابي في ميدان الفلسفة. من أشهر مؤلفاته كتاب "الحاوي" و"الطب المنصوري". كما أن كتابه في الحميات ذات البثور كالحصبة و الجدري اعتمد عليه الأطباء زمنا طويلا ويعد كتاب الرازي في أمراض الأطفال الأول من نوعه. وقد ترجمت كتب الرازي إلى اللغاة الاتينية عدة مرات وفي تواريخ مختلفة، وقد أعيد طبع ترجمة كتابه الجدري والحصبة في عام 1745 وظلت كليات الطب الأروبية تعتمد على كتبه زمنا طويلا.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

وإنّما الأمم الأخلاق ما بقيت

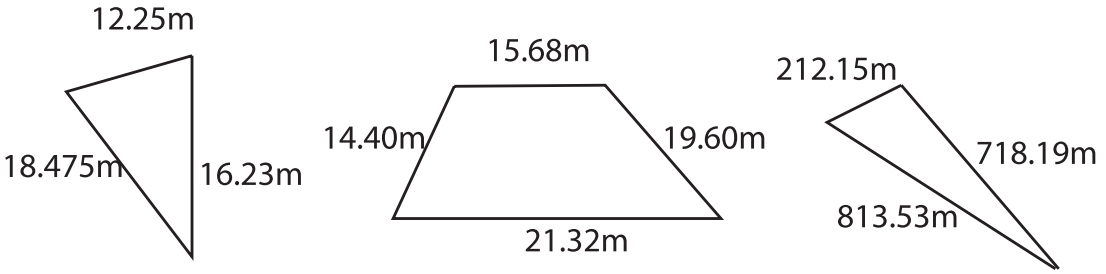
فإن هم ذهبت أخلاقهم ذهبوا

أحمد شوقي

الأعداد الكسريّة النّسبيّة

أستحضر

1 احسب بالمتر قيس محيط كل شكل من الأشكال التالية



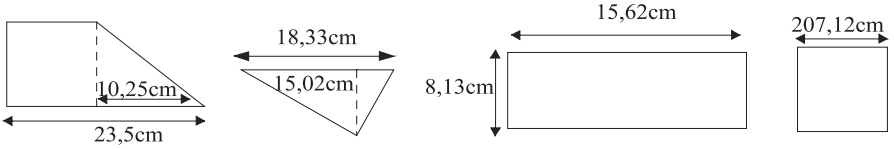
2 لحساب 7,6 - 9,48 قدم أربعة تلاميذ الإجابات التالية واحدة منها صحيحة.

2,28 ; 1,88 ; 2,42 ; 2,88 .

1) ما هي الإجابة الصحيحة من بين الأجوبة المقدمة ؟

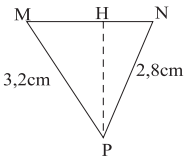
2) هل يمكنك تقديم تفسير للإجابات الخاطئة ؟

3 إعط بالمتر المربع قيمة تقريبية برقمين بعد الفاصل لمساحة كل شكل من الأشكال التالية .

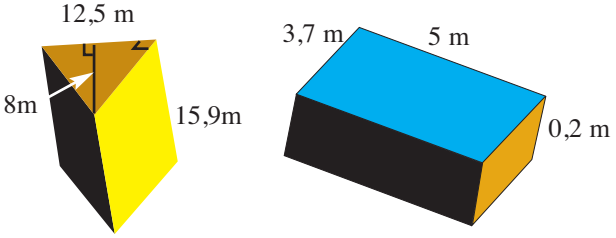


4 يمثل الشكل التالي مثلثا MNP والارتفاع الصادر من P.

احسب PH إذا علمت ان محيط المثلث MNP يساوي 8,7 cm وأن مساحته تساوي $3,564\ cm^2$



5 احسب أحجام المجسمات التالية



6 أحسب :

$68 : 0,04$ ؛ $2,38 : 0,9$ ؛ $0,32 : 0,6$ ؛ $101,25 : 4$ ؛ $7,38 : 12,5$

7 أحسب :

أ) $0,572 \times 10^4$ ؛ $120,7 \times 1000$ ؛ $2,513 \times 10$

ب) $789,1 : 10^6$ ؛ $923,005 : 1000$ ؛ $21,34 : 10$

8 أ) كيف يمكنك إظهار الأعداد التالية 25,23584 ؛ 11,54 ؛ 0,007 ؛ 51,7 على شاشة الآلة الحاسبة بدون استعمال زر الفاصل [•]

ب) اكتب العدد 58,17 على شاشة الآلة الحاسبة. كيف يمكنك استعمال هذا العدد الموجود على الشاشة لإظهار الأعداد التالية 581,7 ؛ 5817 ؛ 58170 ؟

9 وقع السهو عن وضع الفاصل عند كتابة النتيجة في كل جذاء من الجذاءات التالية .
ضع الفاصل في المكان المناسب بدون إجراء العملية.

$2,26 \times 3,25 = 7345$ ؛ $0,25 \times 14,7 = 3675$ ؛ $13,2 \times 15,6 = 20592$

$253 \times 0,0002 = 00506$ ؛ $3,15 \times 1,002 = 35702$ ؛ $125,33 \times 0,12 = 150396$

أستكشف وأطبّق

الأعداد العشريّة النّسبيّة

نشاط 1

1) قارن 13,72 و $13+\frac{72}{100}$ و $\frac{1372}{100}$

2) ماهما الجزء الصحيح والجزء العشري للعدد 5,432 ؟

أكتب هذا العدد على صورة $\frac{a}{10^n}$

حيث a و n عدد ين صحيحين طبيعيين

* 13,72 هو عدد عشري
* 13 يسمى الجزء الصحيح لهذا العدد و 72 يسمى الجزء العشري له
* الكتابة $\frac{1372}{10^2}$ أو $\frac{1372}{100}$ هي كتابة للعدد العشري 13,72 على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث $a=1372$ و $n=2$

نشاط 2

أنقل وأتمّم تعمير الجدول التّالي :

العدد	الجزء الصّحيح	الجزء العشري	كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$
13,72	13	72	$\frac{1342}{10^2}$
			$\frac{31}{10}$
2,575			
	0	25	
	3	047	

نشاط 3

أ- أكتب كل عدد من الأعداد التالية على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث a و n عدد ان صحيحان طبيعيان

$13,123 ; \frac{7}{20} ; \frac{5}{4} ; \frac{7}{5} ; 5,5$

ب-استنتج كتابة على صورة $-\frac{a}{10^n}$ لكل عدد من الأعداد التالية حيث a و n عددان صحيحان طبيعيان.

$-0,35$; $-5,5$; $-1,25$; $-1,4$; $-13,125$

* كلّ عدد عشريّ موجب يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددان صحيحان طبيعيّان.

* كلّ عدد عشريّ سالب يمكن كتابته على صورة $-\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددان صحيحان طبيعيّان.

نشاط 4

1- نعتبر الأعداد التالية 10^1 و 10^2 و 10^3 و 10^4 و 10^7 و 10^n

أ- فكك كل منها الى جذاء عوامل أولية.

ب- ما هي القواسم الأولية لكل واحد منها ؟

2- أ-هل يمكن كتابة العدد $\frac{2}{3}$ على صورة $\frac{a}{10^n}$ ؟ هل العدد $\frac{2}{3}$ هو عدد عشري ؟

ب-اختزل $\frac{80}{120}$ إلى أقصى حد. هل العدد $\frac{80}{120}$ هو عدد عشري ؟

ج- هل العدد $\frac{105}{84}$ هو عدد عشري ؟

لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حد لعدد كسري موجب.
يكون هذا العدد الكسري عددا عشريا إذا كانت القواسم الأولية للمقام b هي 2 أو 5 أو 2 و5

تطبيق

ما هي الأعداد العشرية من بين الأعداد التالية $\frac{15}{60}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{51}{6}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{10}{14}$; $\frac{8}{44}$

تمرين مرفق بحل

تعرف، من بين الأعداد التالية، إلى الأعداد العشرية واكتبها على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث a و n عددان صحيحان طبيعيان $\frac{21}{24}$ ، $\frac{15}{66}$ ، $\frac{630}{4500}$ ، $\frac{27}{60}$

الحل

1) هل العدد $\frac{21}{24}$ هو عدد عشري ؟

نختزل أولا $\frac{21}{24}$ الى أقصى حد

* لدينا $\frac{21}{24}=\frac{3x7}{3x8}=\frac{7}{8}=\frac{7}{2^3}$

إذن فالكتابة $\frac{7}{8}$ (أو $\frac{7}{2^3}$)هي كتابة للعدد $\frac{21}{24}$ مختزلة الى أقصى حد .

*القاسم الأولي للعدد 8 هو 2 إذن العدد $\frac{7}{8}$ (أو$\frac{21}{24}$)هو عدد عشري ويمكن بالتالي كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث a و n عددان صحيحان طبيعيان كما يلي:

$$\frac{7}{8}=\frac{7x5^3}{2^3x5^3}=\frac{875}{(2x5)^3}=\frac{875}{10^3}$$

2) هل العدد $\frac{15}{66}$ هو عدد عشري ؟

$$\frac{15}{66}=\frac{5}{22}=\frac{5}{2x11}$$

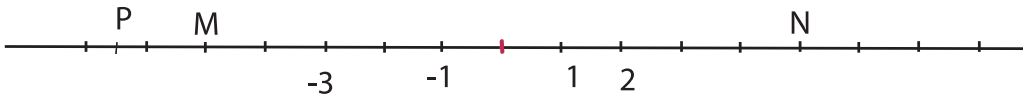
المقام 22 له قاسم أولي يختلف عن 2 و 5 وهو العدد 11 وبالتالي فالعدد $\frac{5}{22}$ (أو$\frac{15}{66}$)ليس عشريا.

3) اعتمد نفس التمشي بالنسبة للعددين $\frac{630}{4500}$ و $\frac{27}{60}$.

الأعداد الكسريّة النّسبيّة

نشاط 1

نعتبر المستقيم المدرج التالي



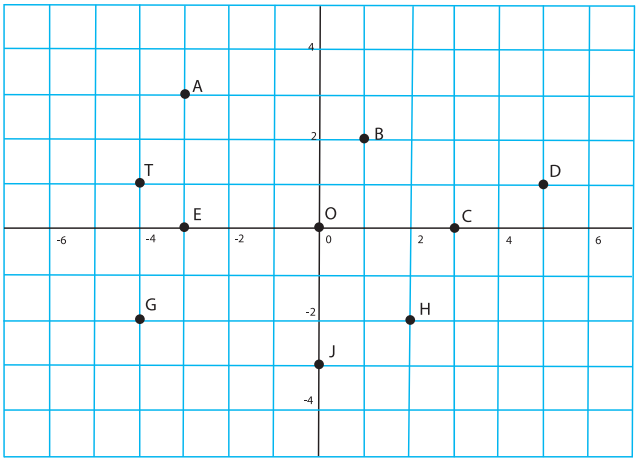
1) ماهي فاصلات النقاط M و N و P

2) انقل الرسم وعين النقاط O و A و B و C و D و E التي لها الفاصلات التالية

0 و 5 , 2- و 4 و 5 , 3- و 6 , 5

نشاط 2

1) تأمل التعيين التالي في المستوي



أ- اكتب إحداثيات كل نقطة من النقاط A و D و G و H

ب- ما هي النقاط التي لها فاصلات موجبة

ت- ما هي النقاط التي لها ترتيبة سالبة

ث- انقل وأتمم الجدول التالي

النّقطة	زوج الإحداثيّات	الفاصلة	التّرتيب
B(1,2)	(1,2)	1	2
	(-4,1)		
		-4	-2
H(,)			
	(3,0)		
		-3	3

رموز ومصطلحات

نرمز بـ $\mathbb{N}$ لمجموعةالأعداد الصحيحة الطبيعية

وبـ $\mathbb{Z}$ لمجموعةالأعداد الصحيحة النسبية

وبـ $\mathbb{D}$ لمجموعةالأعداد العشرية النسبية

كما نرمز بـ

$\mathbb{Z}^+$ لمجموعةالأعداد الصحيحة النسبية الموجبة

$\mathbb{Z}^+ = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ...\} = \mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^-$ لمجموعةالأعداد الصحيحة النسبية السالبة

$\mathbb{Z}^- = \{... ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0\}$

$\mathbb{D}^+$ لمجموعةالأعداد العشرية الموجبة

$\mathbb{D}^-$ لمجموعةالأعداد العشرية السالبة

لتكن A و B مجموعتين :

$A \subset B$ يعني كل عنصر من المجموعة A هو أيضا عنصر من المجموعة B

$A \not\subset B$ يعني يوجد على الأقل عنصر من المجموعة A لاينتمي إلى المجموعة B

نلاحظ أن كل عدد صحيح طبيعي هو أيضا عدد صحيح نسبي

نقول أن:

"المجموعة $\mathbb{N}$ محتواة في المجموعة $\mathbb{Z}$" ونكتب : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

نلاحظ أيضا أن $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

لتكن A و B مجموعتين

* اتحاد المجموعتين A و B هي مجموعة العناصر المنتمية إلى المجموعة A أو إلى المجموعة B ونرمز لها بـ $A \cup B$

* تقاطع المجموعتين A و B هي مجموعة العناصر المنتمية إلى المجموعة A وإلى المجموعة B . ونرمز لها بـ $A \cap B$.

تطبيق

نعتبر المجموعات التالية :

$A = \{2 ; 3 ; 15 ; 29\}$ و $B = \{-1 ; 0 ; 2 ; 2{,}25 ; 3 ; 4{,}15 ; 29 ; 37\}$ و $C = \{-1 ; 2 ; 4\}$

1) انقل واتمم بـ $\in, \notin, \subset, \not\subset$

أ- $C....A$; $-1....A$; $A....B$; $2{,}5....C$; $C....B$; $A....B$; $2....A$

ب- $A....\mathbb{Z}$; $C....\mathbb{N}$; $B....\mathbb{D}$; $\mathbb{D}....\mathbb{Z}$

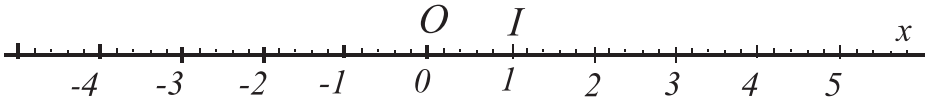
2) حدد عناصر المجموعات التالية

أ- $C \cap \mathbb{Z}^-$; $B \cap C$; $C \cup A$; $A \cap B$; $A \cup B$

ب- $B \cap \mathbb{Z}$; $C \cap \mathbb{N}$; $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+$; $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+$

نشاط 3

يمثّل الرّسم أسفله مستقيما مدرّجا



1) أنقل الرسم على كراسك ثم عين النقطة A التي فاصلتها 3,5

2) أ- ارسم النقطة A' التي فاصلتها مقابلة لفاصلة النقطة A

ب- ما هو من بين الأعداد الكسرية التالية $\frac{17}{5}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{15}{4}$ العدد الذي يمثل فاصلة النقطة A ؟

3) عبر إذا بعدد كسري عن فاصلة النقطة A' . ما هو مقابله ؟

إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا فإن مقابله هوالعدد الكسري السالب $-\frac{a}{b}$ ونرمز له أيضا $\frac{-a}{b}$ أو $\frac{a}{-b}$

مقابل العدد $\frac{a}{b}$ هو $-\frac{a}{b}$ ونرمز لذلك بالكتابة التالية $-(-\frac{a}{b})=\frac{a}{b}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا فإنه يكتب أيضا $+\frac{a}{b}$

تطبيق

1 أكتب كل عدد من الأعداد التالية: $-\frac{11}{2}$; $\frac{1}{-7}$; -4 ; $-2{,}5$; $\frac{2}{-3}$; $-\frac{5}{9}$

على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a عدد صحيح **نسبي** و b عدد صحيح **طبيعي** مخالف للصفر.

2 1) ما هو مقابل كل عدد من الأعداد التالية $\frac{11}{4}$; $-\frac{19}{3}$; $\frac{5}{3}$; -1.23 ; $\frac{-2}{7}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{9}$; $-\frac{3}{10^2}$

نسمي عددا كسريا نسبيا كل عدد يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a عدد صحيح نسبي و b عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر.

نرمز بـ

$\mathbb{Q}$ لمجموعة الأعداد الكسرية النّسبيّة

$\mathbb{Q}^+$ لمجموعة الأعداد الكسرية الموجبة

$\mathbb{Q}^-$ لمجموعة الأعداد الكسرية السالبة

2) انقل و أتمم بـ $\in, \notin, \subset, \not\subset$

$\frac{5}{3}$....$\mathbb{Q}$; $-\frac{2}{11}$; $\mathbb{Q}$...$\mathbb{D}$; $\mathbb{Z}$...$\mathbb{Q}$; $\mathbb{N}$...$\mathbb{Q}$; $\mathbb{N}$...$\mathbb{Q}$

مقارنة الأعداد الكسريّة

نشاط

1 قارن كل عدد من الأعداد التالية $\frac{175}{105}, \frac{21}{35}, \frac{11}{23}, \frac{15}{7}$ بالعدد 1

ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا

$\frac{a}{b}>1$ يعني $a > b$

$\frac{a}{b}<1$ يعني $a < b$

2 تأمّل الشّكل التّالي حيث $AB = a$ و $CD = b$ و a و b عددان صحيحان طبيعيّان و $a > b$

1 – أ) عبر بأعداد كسرية وبدلالة a عن AM و AN

ب) عبر بأعداد كسرية وبدلالة b عن CP و CQ

2 – قارن $\frac{a}{6}$ و $\frac{b}{6}$ ثم $\frac{a}{3}$ و $\frac{b}{3}$

3 – قارن $\frac{a}{6}$ و $\frac{a}{3}$ ثم $\frac{b}{6}$ و $\frac{b}{3}$

* عددان كسريان موجبان لهما نفس المقام أكبرهما هو الذي له أكبر بسط.

$\frac{a}{b}>\frac{c}{b}$ يعني $a > c$

* عددان كسريان موجبان لهما نفس البسط أكبرهما هو الذي له أصغر مقام.

$\frac{a}{b}>\frac{a}{c}$ يعني $b < c$

3 قارن

أ) $\frac{17}{15}$ و $\frac{29}{25}$

ب) $\frac{2}{15}$ و $\frac{4}{25}$

تطبيقات

1 قارن في كلّ حالة العددين الكسريّين

أ) $\frac{11}{3}$ و $\frac{15}{4}$ ب) $\frac{13}{15}$ و $\frac{19}{21}$ ج) $\frac{15}{35}$ و $\frac{11}{25}$

2 رتّب تصاعديّا الأعداد التّالية

أ) $\frac{4}{7}$; $\frac{84}{25}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{15}{4}$ ب) $\frac{14}{15}$; $\frac{31}{6}$; $\frac{16}{3}$; 3,5 ; $\frac{11}{2}$

نشاط

4 يمثل الجدول التالي درجات الحرارة الد نيا المسجلة بمدينة عين دراهم خلال أحد أسابيع شهر ديسمبر

اليوم	الإثنان	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السّبت	الأحد
درجة الحرارة	- 3	7	4	- 2	- 1	3	- 4

1) ما هي أقلّ درجة حرارة مسجلة خلال هذا الأسبوع ؟

2) ما هي درجات الحرارة السالبة المسجلة ؟

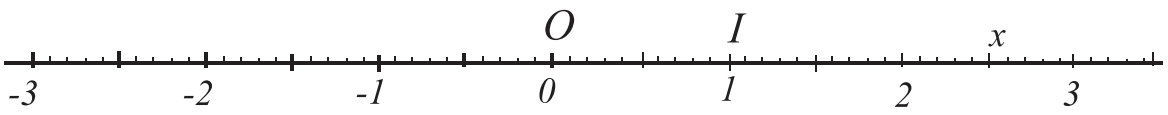
3) ما هي أكبر درجة حرارة سالبة مسجلة ؟

4) ما هي الأيام التي سجلت فيها درجات حرارة متقابلة ؟

5) أ- رتّب تصاعديا درجات الحرارة المسجلة هذا الأسبوع.

ب- مثل درجات الحرارة هذه على مستقيم مدرج.

5 يمثل الرسم التالي مستقيما مدرجا



1-أ- انقل الرسم وعين النقاط O وA و B و'A و'B والتي فاصلاتها على التوالي 0 و 2 + و3 + و2- و3- وعين النقطتين C وD التي فاصلتاها $+\frac{13}{4}$ و $+\frac{16}{5}$

ب- قارن $+\frac{13}{4}$ و $+\frac{16}{5}$

2-أ-عين النقطتين 'C و'D مناظرتي C و D بالنسبة للنقطة O .

ب- ماهما فاصلتا 'C و'D ؟ قارن $-\frac{13}{4}$ و $-\frac{16}{5}$

ج-قارن $-\frac{9}{4}$ و $+\frac{16}{5}$

3- رتب تصاعديا الأعداد التالية 0 و $+\frac{9}{4}$ و $+\frac{11}{5}$ و $-\frac{9}{4}$ و $-\frac{11}{5}$

مهما كانت الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة a و b و c و d حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

فإنّ $-\frac{c}{d} \leq 0 \leq \frac{a}{b}$

ليكن $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريّين موجبين

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ يعني $-\frac{a}{b} > -\frac{c}{d}$

تطبيقات

1 1 – قارن أ) $-\frac{7}{15}$ و $-\frac{12}{15}$ ب) $-\frac{13}{15}$ و $-\frac{11}{4}$ ج) $-\frac{27}{21}$ و $-\frac{17}{14}$

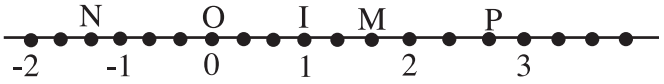
2 – أ) رتّب تصاعديّا الأعداد التّالية $+\frac{1}{2}$ و $+\frac{4}{5}$ و $+\frac{3}{4}$

ب) استنتج ترتيبا تصاعديّا للأعداد $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{4}{5}$ و $-\frac{3}{4}$

2 1 – رتّب تصاعديّا الأعداد 2 و $-\frac{3}{4}$ و $\frac{7}{10}$ و $-\frac{3}{2}$ و $\frac{11}{5}$

2 – أرسم على مستقيم مدرّج النّقاط A,B,C,D,E الّتي فاصلاتها على التّوالي الأعداد السّابقة.

3 نعتبر المستقيم المدرج التّالي



كل عدد كسري نسبي يمثل نقطة وحيدة من مستقيم مدرج .

1 – حدّد فاصلات النّقاط M و N و P .

2 – أرسم النّقاط A و B و C و D الّتي فاصلاتها على التّوالي

$\frac{5}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ و $-\frac{7}{6}$

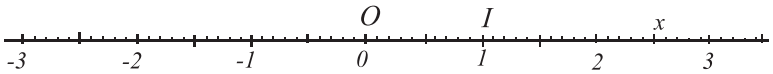
3 – أ – أرسم نقطة K فاصلتها عدد كسري نسبي a حيث $\frac{10}{3} < a < \frac{11}{3}$

ب – أرسم نقطة L فاصلتها عدد كسري نسبي b حيث $-2 < b < -\frac{5}{3}$

القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي

نشاط

نعتبر المستقيم المدرج التالي ونعتمد OI كوحدة لقيس الأطوال.



1–أ) أنقل الرسم وعين النقطة A التي فاصلتها 4 ثم عين 'A مناظرتها بالنسبة للنقطة O أصل التدريج. ماهي فاصلة 'A ؟

ب) ماهو البعد OA بين النقطة A والنقطة O ؟ ماهو البعد 'OA بين النقطة 'A والنقطة O ؟

2–أ) أرسم النقطتين C و D فاصلتاها على التوالي $-\frac{5}{4}$ و $\frac{3}{2}$

ب) أرسم 'C و 'D مناظرتا C و D بالنسبة للنقطة O. ماهي فاصلة 'C ؟ ماهي فاصلة 'D ؟

ج) قارن OC و 'OC ثم OD و 'OD

3–أ) لتكن M نقطة من المستقيم المدرج بعدها $\frac{9}{4}$ عن النقطة O ماهي فاصلتها ؟ أرسم M

ب) لتكن N نقطة من المستقيم المدرج فاصلتها عدد كسري نسبي $\frac{a}{b}$.ماهو بعدها عن النقطة O ؟

ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريا نسبيا و نقطة M فاصلتها $\frac{a}{b}$ على مستقيم مدرج أصله O.

* القيمة المطلقة للعدد الكسري النسبي $\frac{a}{b}$ هو البعد OM. نرمز بـ: $\left|\frac{a}{b}\right|$ للقيمة المطلقة للعدد الكسري النسبي $\frac{a}{b}$

$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{a}{b}$ إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا.

$\left|\frac{a}{b}\right| = -\frac{a}{b}$ إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا سالبا.

تطبيقات

1

1 – أحسب $\left|\frac{2}{5}\right|$; $|-3,8|$; $\left|(-\frac{5}{13})\right|$; $|0|$; $|-9|$; $\left|-(-\frac{7}{4})\right|$

2 – جد إن أمكن ذلك العدد a في كلّ حالة من الحالات التّالية

$|a| = 0$; $|a| = 2$; $|a| = -6$; $|a| = \frac{4}{5}$

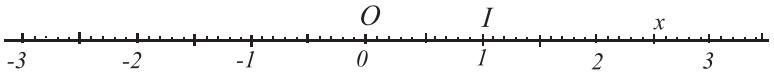
3 – ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريّا. أثبت أن

أ) $\left|\frac{a}{b}\right| = \left|-\frac{a}{b}\right|$

ب) $\left|\frac{a}{b}\right| = 0$ يعني $\frac{a}{b} = 0$ يعني $a = 0$

2

1 – أنقل المستقيم المدرج التّالي



2 – وحدة قيس الطول هي OI .

أ–عين نقطة M حيث $OM = \frac{12}{5}$. ماهي فاصلة M ؟

ب–ماهي النقاط المنتمية لهذا المستقيم والتي تبعد 4,8 عن النقطة O ؟

3 ـأ)عين النقاط التي فاصلاتها a حيث $|a| = \frac{17}{5}$.

–ب) عين النقطة N التي فاصلتها b حيث $\left|b - \frac{3}{2}\right| = 0$

أحوصل

* كل عدد عشري موجب يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث a و n عدد ان صحيحان طبيعيان

* كل عدد عشري سالب يمكن كتابته على صورة $-\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددان صحيحان طبيعيّان

* لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حد لعدد كسري موجب.
يكون هذا العدد الكسري عددا عشريا إذا كانت القواسم الأولية للمقام b هي2 أو5 أو2 و5

* إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا فإن مقابله هوالعددالكسري السالب $-\frac{a}{b}$

* مقابل العدد $-\frac{a}{b}$ هو $\frac{a}{b}$ و نرمز لذلك بالكتابة التالية $-(-\frac{a}{b})=\frac{a}{b}$

– عددان كسريان موجبان لهما نفس المقام أكبرهما هو الذي له أكبر بسط.

– عددان كسريان موجبان لهما نفس البسط أكبرهما هو الذي له أصغر مقام

* إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسرين موجبين فإن :

$\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ يعني $-\frac{c}{d}>-\frac{a}{b}$

* ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريا نسبيا و M نقطة فاصلتها $\frac{a}{b}$ على مستقيم مدرج أصله O.
القيمة المطلقة لـ $\frac{a}{b}$ هي $\left|\frac{a}{b}\right|=OM$

* $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{a}{b}$ إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا

* $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{-a}{b}$ إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا سالبا

ملاحظة : في كلّ ما يلي الكتابة $\frac{a}{b}$ هي كتابة لعدد كسري حيث $a\in Z$ و $b\in N^*$

تمـــاريـــه

1 1 – أرسم على كرّاسك مستطيلا طوله 7cm وعرضه 4cm.

2 – قسمه إلى سبعة مستطيلات متقايسة.

3 – لوّن خمسة مستطيلات

4– أ – عبّر بعدد كسري عن المساحة الغير ملوّنة

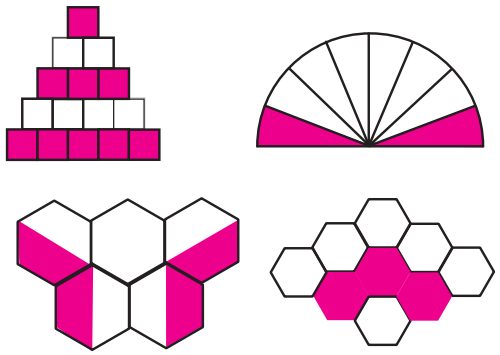
ب – عبّر بعدد كسري عن المساحة الملوّنة

5 – أ – قسم المستطيل السّابق إلى 28 مربّعا مساحة كلّ واحد منها $1cm^2$

ب – عبّر بعدد كسري عن المساحة الغير الملوّنة

ج – عبّر بعدد كسري عن المساحة الملونة

2 عبّر بأعداد كسريّة عن المساحة الملوّنة بالأحمر في كلّ شكل من الأشكال التّالية :



3 حدّد الأعداد العشريّة من بين الأعداد التّالية واكتبها على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددين صحيحين طبيعيين.

-5 ; 0 ; $\frac{15}{4}$; $\frac{21}{15}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{6}{33}$; $\frac{5}{17}$; $\frac{14}{35}$;

$-15,4$; $-\frac{165}{1320}$; $\frac{120}{780}$; $-2,75$

4 انقل وأتمم بـ $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

أ) -545 ..... $\mathbb{D}$; $\frac{5}{9}$ .... $\mathbb{Z}$; $\mathbb{N}$ ..... $\mathbb{Q}_+$

$\frac{2}{3}$ .... $\mathbb{D}$; $\mathbb{Z}$ ... $\mathbb{Q}$.

ب) $\mathbb{Q}$ ... $\{1 ; -2 ; 2,5\}$; $\mathbb{D}$ ... $\left\{\frac{5}{4};0;-\frac{15}{14};5,21\right\}$

$\mathbb{Z}$ ..... $\left\{-37;-25;-\frac{21}{7};11,78\right\}$

5 نعتبر المجموعات التّالية :

$A=\left\{-\frac{15}{8} ; -5 ; 0,7 ; \frac{2}{5} ; 3\right\}$ و $B=\{-9 ; -5 ; 3 ; 18\}$

$C=\left\{-9;\frac{2}{5};\frac{5}{3};\frac{11}{4},21,9\right\}$

1- أ) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{Z}$

ب) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{D}$

ج) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{Q}_+$

2 – حدّد المجموعات التّالية

$A\cup B$; $B\cap C$; $A\cup C$; $C\cap\mathbb{D}$; $A\cap\mathbb{Z}_+$;

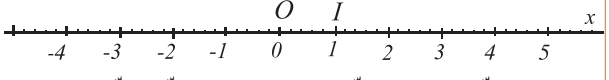
$A\cap B$; $A\cup C$

6 قارن

أ) $-\frac{11}{3}$ و $-\frac{18}{5}$; ب $-\frac{5}{12}$ و $-\frac{2}{5}$; ج $\frac{25}{7}$ و $-\frac{18}{5}$;

د $-\frac{29}{11}$ و $-\frac{8}{3}$; هـ $\frac{15}{22}$ و $\frac{2}{3}$

7 1 – انقل المستقيم المدرج التّالي



2 – أ) رتّب تصاعديّا الأعداد الكسريّة التّالية

$-\frac{7}{4}$; $-1,5$; $\frac{11}{5}$; $\frac{9}{2}$; -2 ; $\frac{-4}{5}$

ب) أحسب القيمة المطلقة لكلّ عدد من الأعداد السّابقة.

3 – أ – عيّن النّقاط A و B و C و D و E و F الّتي فاصلاتها على التّوالي

$-\frac{7}{4}$; -1,5 ; $\frac{11}{5}$; $\frac{9}{2}$; -2 ; $\frac{-4}{5}$

ب – أحسب الأبعاد OA و OB و OC و OD و OE و OF

ج – عين نقطة M من (OI) فاصلتها عدد كسري m حيث $|m|=\frac{5}{2}$ (اذكر كلّ الحالات).

د – عين نقطة N من (OI) حيث ON = 3,4 . ما هي فاصلة N؟ (اذكر كلّ الحالات).

هـ – عين النقطة P من (OI) فاصلتها عدد كسري p حيث $|p-3|=0$

8 1 – أرسم معينا (O,I,J) في المستوي.

2 – عيّن النّقاط التّالية I'(0 ; -1) ؛ A(-2,1) ؛ $B(\frac{7}{2},-\frac{1}{2})$ ؛ C(-3,5 ; 0) ؛ $D(-\frac{2}{5},-\frac{11}{4})$ ؛ $E(2,5,\frac{9}{4})$

3 – أ – أرسم المستقيم (AI') .

ب – عيّن النّقطة M من(AI') الّتي فاصلتها 3-. ما هي ترتيبتها ؟

ج – عيّن النّقطة N من(AI') الّتي ترتيبها 2- . ما هي فاصلتها ؟

الجمع والطّرح في مجموعة الأعداد الكسريّة النسبيّة

ابن الهيثم رائد البصريات (الضوء)

ابن الهيثم من عباقرة العرب الذين ظهروا في القرن العاشر للميلاد في العراق، ومن الذين نزلوا مصر واستوطنوها. ترك آثارًا خالدات في الطبيعة والرياضيات، ولولاه لما كان علم البصريات على ما هو عليه الآن. فلقد أحدث انقلابًا في علم البصريات وجعل منه علمًا مستقلاً له أصوله وأسسه وقوانيه.مما جعل علماء أوروبا ينهمكون على كتبه عدة قرون، وقد استقوا منه معلوماتهم في الضوء. ومن الثابت أن كتاب المناظر لابن الهيثم من أكثر الكتب استيفاء لبحوث الضوء وأرفعها قدرًا. وهو لا يقل مادة وتبويبًا عن الكتب الحديثة العالية إن لم يفق بعضها في موضوع انكسار الضوء وتشريح العين وكيفية تكوين الصور على شبكة العين، وبفضل بحوث هذا الكتاب المبتكرة وما يحويه من نظريات استطاع علماء القرن التاسع عشر والعشرين أن يخطو بالضوء خطوات فسيحة، أدت إلى تقدمه تقدمًا ساعد على فهم كثير من الحقائق المتعلقة بالفلك والكهرباء.ولابن الهيثم رسائل عديدة في علم الفلك تزيد على عشرين رسالة، عرف منها ثلاث رسائل : تبحث في مائية الأثر على وجه القمر، وفي ارتفاع القطب، وفي هيئة العالم.

كن عالما في النّاس أو متعلّما

أو سامعا فالعلم ثوب فخّار

ابن الوادي

الجمع والطرح
في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

أستحضر

1 احسب

أ) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ ب) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$

ج) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$ د) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{12}$

عملية الجمع في مجموعة الأعداد الكسرية الموجبة Q_+ هي عملية :

* تبديلية . أي

إذا كان a و b عددين كسريين موجبين فإن

$a + b = b + a$

* و هي أيضا تجميعية . أي

إذا كانت a و b و c أعدادا كسرية موجبة فإن :

$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

2 $\frac{2}{5}$ تلاميذ إحدى المدارس الإعدادية مرسمون بالسنة السابعة و $\frac{3}{10}$ تلاميذ هذه المدرسة مرسمون بالسنة الثامنة.

عبر بواسطة عدد كسري عن نسبة التلاميذ المرسمين بالسنة التاسعة ؟

3 يتكون فرض من أربعة تمارين.

أنجز تلميذ التمرين الأول في ربع الوقت المخصص للفرض والتمرين الثاني في سدس الوقت والثالث في ثلث الوقت والرابع في خمس الوقت وخصص الثلاث دقائق المتبقية لمراجعة ما كتبه.

عبر بعدد كسري عن الوقت المخصص للمراجعة. ماهي مدة إنجاز هذا الفرض ؟

أستكشف وأطبّق

نشاط 1

لمتابعة تلاميذه يتوخى أستاذ طريقة خاصة في تسجيل أعدادهم بكنشه في مختلف الفروض.فهو يسجل على ورقة كل تلميذ العدد المتحصل عليه بينما يسجل بكنشه الفارق(الموجب أو السالب) بين ذاك العدد والمعدل عشرة.

مثلا اذا تحصل تلميذ على 15 في فرض يسجل الأستاذ بكنشه 5 (أو 5 +) بالنسبة لهذا التلميذ.

و اذا تحصل تلميذ على 7 في فرض يسجل الأستاذ بكنشه3 - بالنسبة لهذا التلميذ.

1-أ)تحصل اربعة تلاميذ في أحد الفروض على الأعداد التّالية :12,5 و 8 و 14 و 7,25

ما هي الأعداد المسجلة بكنش الأستاذ بالنسبة لهؤلاء.؟

ب)سجل الأستاذ بكنشه الأعداد التالية بالنسبة لخمسة تلاميذ : 7 و 0,25- و 0 و 1- و 5,5+

ماهي أعداد هؤلاء ؟

2) في مايلي الأعداد التي تحصل عليها عشر تلاميذ في فرضي مراقبة (ف.م 1 و ف.م 2)

رقم التلميذ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
العدد المتحصّل عليه في الفرض الأوّل : ف.م 1	13	7	9	5,5	11	6,75	12	9	8	17
العدد المتحصل عليه في الفرض الثاني : ف.م2	15,5	11	11	8	7	9	10	6,75	12,5	15,25

يمثل الجدول التالي الأعداد المسجلة بكنش الأستاذ بالنسبة لهؤلاء التلاميذ.

رقم التلميذ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ف.م 1	3	-3								
ف.م 2	5,5	1								
الحاصل (بالنّسبة إلى المعدّل على20)	3 +5,5 = 8,5	-3+1= -2								

أ) أنقل هذا الجدول واتممه

ب) قارن حاصل التلميذ رقم 2 وحاصل زميله رقم 5 .

ج) قارن حاصل التلميذ رقم 6 وحاصل زميله رقم 8 .

نشاط 2

1) أحسب ما يلي :

أ) $15 + (-27)$ ب) $-10,5 + 16$ ج) $0 + (-8)$

د) $-21,5 + (-8,25)$ ه) $-12 + (-8)$ و) $3 + (-7)$

2) أ – $-7,5 + 4,5$ ثمّ قارن $-\frac{75}{10} + \frac{45}{10}$ و $\frac{-75}{10} + \frac{45}{10}$ و $\frac{-75+45}{10}$

ب – أحسب $-1,5 + (-2,5)$ ثمّ قارن $-\frac{3}{2} + (-\frac{5}{2})$ و $\frac{-3}{2} + \frac{-5}{2}$ و $\frac{-3+(-5)}{2}$

ج – أحسب $4,27 + (-6,38)$ ثمّ قارن $\frac{427}{100} + (-\frac{638}{100})$ و $\frac{438+(-638)}{100}$

3) أ – أحسب ; $125 + (-125)$; $3 + (-3)$; $-5 + 5$; $\frac{-9}{7} + \frac{9}{7}$; $\frac{5}{8} + (-\frac{5}{8})$; $-3,25 + 3,25$

ب – حدّد العدد a في كلّ حالة من الحالات التالية :

$a + 5 = 0$; $a - 2 = 0$; $7,5 - a = 0$; $-\frac{2}{7} + a = 0$; $-\frac{5}{19} - a$; $\frac{a}{2} - \frac{3}{2} = 0$

إذا كانت $\frac{a}{d}$ و $\frac{b}{d}$ و $\frac{c}{d}$ أعدادا كسريّة نسبيّة فإنّ :

$$\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{d}+(\frac{-a}{d})=\frac{-a}{d}+\frac{a}{d}=0$$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=0$ يعني $\frac{a}{b}=-\frac{c}{d}$

تطبيق 1

احسب ما يلي :

أ) $-13+(-21)$ ب) $-7+(-15)$ ج) $2,25+(-12,5)$ د) $-65+29$

هـ) $123+(-17)$ و) $0+(-23,5)$

2 أ) $\frac{-4}{5}+\frac{7}{5}$ ب) $\frac{6}{17}+(-\frac{29}{17})$ ج) $-\frac{31}{23}+(-\frac{5}{23})$ د) $-4+(-\frac{3}{2})$ ه) $-\frac{2}{9}+(-3)$

تطبيق 2

ولد حنبعل سنة 247 قبل الميلاد (نكتب ذلك «ولد سنة 247-»).عندما بلغ عمره 26 سنة تم تكليفه بقيادة الجيش القرطاجي.

من أشهر حيله العسكرية تلك المعروفة بـ«كمين الثيران» وهو الكمين الذي نصبه للقائد « فابيوس» بعد أربع سنوات من توليه قيادة الجيش وتمكن بفضله من فتح الطريق أمام جيشه.

توفي حنبعل وعمره 64 سنة.

في أي سنة كلف حنبعل بقيادة الجيش ؟ في أي سنة نصب «كمين الثيران» للقائد فابيوس وفي أي سنة توفي ؟

نشاط 3

وحدّد في كل حالة مقامي العددين الكسريين ثم أحسب مجموعهما.

أ) $\frac{5}{4}$ و $-\frac{3}{7}$ ، ب) $\frac{-8}{21}$ و $-\frac{7}{3}$ ، ج) $\frac{7}{12}$ و $\frac{4}{-15}$ ، د) $\frac{-5}{9}$ و 3

تطبيق

أحسب ما يلي : $\frac{-11}{6}+\frac{-3}{4}$ ؛ $-7+\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{-8}{35}+3$ ؛ $-\frac{2}{15}+(-\frac{5}{21})$ ؛ $\frac{-5}{2}+\frac{7}{5}$

خاصيّات عمليّة الجمع في المجموعة Q

نشاط

عملية الجمع في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية Q هي عملية

* **تبديليّة أي**

إذا كان a و b عددين كسريين نسبيين فإن

$a+b = b+a$

* **وتجميعيّة أي**

إذا كانت a و b و c أعدادا كسريّة نسبيّة فإن :

$a+b+c = (a+b)+c = a+(b+c)$

أنقل الجدول التّالي وأتممه.

a	b	c	a+b+c
-11	-7	-6	
$\frac{-5}{3}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	
-9	$\frac{2}{5}$	-10	
$-\frac{11}{20}$	$-\frac{2}{10}$	$\frac{3}{4}$	

تطبيق 1

أحسب

أ) $14+(-2)+(-14)$; $-8+10+(-3)$; $-1+(-5)+(-15)$; $-4+(-1)+5+(-9)$

ب) $3+\frac{2}{5}+(-3)$; $-4+(-\frac{1}{2})+(-1)$; $\frac{5}{2}+(-\frac{3}{8})+\frac{1}{4}$; $-\frac{4}{9}+\frac{1}{5}+\frac{4}{9}$

ج) $3,5+(-1,75)+(-5,25)$; $12,75+(-13,5)+(-10)$; $-1,5+2,5+(-0,5)+(-4)$

د) $\frac{2}{3}+(-\frac{5}{2})+(-\frac{1}{4})+(-\frac{2}{3})$; $\frac{-5}{12}+\frac{7}{3}+(\frac{-4}{15})+(-\frac{7}{4})$

تطبيق 2

أحسب بعد إدخال تغيير مناسب على ترتيب الحدود.

أ) $\frac{4}{7}+\frac{3}{4}+(\frac{-5}{7})+(-\frac{5}{4})+\frac{8}{7}+\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{28}+(-\frac{1}{14})+\frac{3}{28}+\frac{1}{7}+(-\frac{5}{28})+\frac{3}{14}+(-\frac{1}{14})$

الطرح في مجموعة الأعداد الكسريّة النسبية Q

نشاط 1

يبين الجدول التّالي درجات الحرارة المسجّلة كل ساعة بمدينة تالة في أحد أيام شهر ديسمبر من الساعة الخامسة صباحا إلى منتصف النهار.

الساعة	5	6	7	8	9	10	11	12
درجة الحرارة	-7	-4	-2	0	3	5	7	11

1) ماهو مقدار ارتفاع درجة الحرارة

أ) بين الساعة التاسعة والساعة الحادية عشر ؟

ب) بين الساعة السابعة والساعة التاسعة؟

ج) بين الساعة الخامسة والساعة السادسة ؟

د) بين الساعة الخامسة والساعة السابعة ؟

ه) بين الساعة السادسة والساعة الثامنة ؟

2) أنقل الجدول التّالي وأتممه

حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة التاسعة والساعةالحادية عشر	7-3 = 4
حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة السابعة والساعة التاسعة	3-(-2)=3+2=5
حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة الخامسة والساعة السادسة	-4-(-7)= ... + = ...
حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة الخامسة والساعة السابعة	..... = ... = ...
حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة السادسة والساعةالثامنة	..... = ... = ...
حساب مقدار ارتفاع درجة الحرارة بين الساعة الخامسة ومنتصف النهار	..... = ... = ...

طرح عدد كسري نسبي يعني إضافة مقابله.

* إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين فإنّ

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+(-\frac{c}{d})$$

$$\frac{a}{b}-(-\frac{c}{d})=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$$

يسمّى العدد $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ الفرق بين العدد $\frac{a}{b}$ والعدد $\frac{c}{d}$.

تطبيق 1

أحسب

$2 - 13$; $-5 - (-7)$; $0 - (-\frac{5}{6})$; $-\frac{3}{11} - 4$; $\frac{1}{15} - \frac{9}{21}$; $-\frac{4}{7} - \frac{5}{3}$; $-\frac{13}{12} - (-\frac{5}{8})$

تطبيق 2

ولد يوغرطة سنة 160-(أي 160 سنة قبل الميلاد). من أشهر المعارك التي خاضها معركة «سوتيل» التي دارت سنة 110- وانتصر فيها على القائد الروماني «أوليس». توفي سنة 104- في أحد سجون روما إثر أسره .

1) كم كان عمره عندما خاض معركة «سوتيل» ؟

2) كم سنة عاش يوغرطة ؟

نشاط 2

أ) أحسب $\frac{7}{4} - \frac{2}{5}$ و $\frac{2}{5} - \frac{7}{4}$ ثمّ قارن النتيجين.

ب) أحسب $(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}) + (\frac{c}{d} - \frac{a}{b})$ استنتج أن $-(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}) = \frac{-a}{b} + \frac{c}{d}$ حيث $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان كسريّان نسبيّان.

2) بيّن أنّ $-(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} + \frac{e}{f}) = -\frac{a}{b} + \frac{c}{d} - \frac{e}{f}$ حيث $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ اعداد كسرية نسبية.

تطبيق 1

a و b و c و d و e و f عناصر من المجموعة Z^* أكتب بدون أقواس ما يلي :

$+(-a)$; $-(+7,5)$; $-(-\frac{5}{6})$; $-(-\frac{c}{b})$; $-(-a-\frac{1}{8})$; $-(+14) - (-\frac{e}{f})$; $-(+d)$

تطبيق 2

a و b و c و d أعداد كسرية نسبية :

1) أكتب بدون أقواس العبارات التّالية :

أ) $5 - (a - b + c)$, $a - b - (-c - d + 1)$, $-(c-a+2,5) + (b-d)$.

ب) $(12 + a - b) + (-c - d)$; $(\frac{6}{17} - a - d) - (-b + c)$

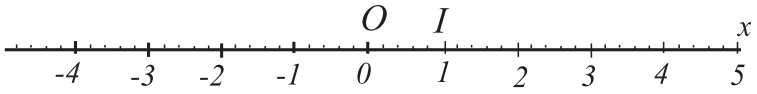
2) أكتب بدون أقواس العبارات التالية ثم اختصرها :

$(a - 3 - b + c) - (c - b + 4)$; $\frac{1}{2} + b - d + (-\frac{2}{3} - b - a) - (\frac{2}{3} - \frac{5}{6} - a - c - d)$

مقارنة عددين كسرين نسبيين باعتماد الفرق بينهما.

نشاط

نعتبر المستقيم المدرج التالي :



1) عيّن النّقاط A و B و C و Dالّتي فاصلاتها $-\frac{3}{5}$ و $\frac{12}{5}$ و $-\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$

2) أ) قارن :

$\frac{5}{2}$ و $\frac{12}{5}$ ، $-\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{5}$ ، $\frac{5}{2}$ و $-\frac{3}{5}$

ب) أحسب :

$\frac{5}{2}-\frac{12}{5}$; $-\frac{3}{2}-(-\frac{3}{5})$; $-\frac{3}{5}-\frac{5}{2}$

ج – ماذا تستنتج ؟

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان كسريّان نسبيّان

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\geq 0$ يعني $\frac{a}{b}\geq\frac{c}{d}$ ، $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}<0$ يعني $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$

تطبيق 1

قارن باستعمال الفرق :

$\frac{32}{31}$ و $\frac{31}{30}$ ، $-\frac{19}{20}$ و $-\frac{15}{16}$ ، $\frac{-12}{13}$ و $\frac{-11}{12}$

تطبيق 2

a و b و c و d أعداد كسرية نسبية حيث $a\geq b$ و $c<d$

1) أ) قارن : $a+3$ و $b-2$ ب) $d-\frac{2}{5}$ و $c-\frac{3}{4}$ ج) $a+c-1$ و $b+d-1$

د) $-c+a+7$ و $-d+b+6$ ه) $a+d+2$ و $b+c+1$

تطبيق 3

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ أعداد كسرية نسبية حيث $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{11}{12}$ و $\frac{e}{f}-\frac{c}{d}=\frac{5}{4}$

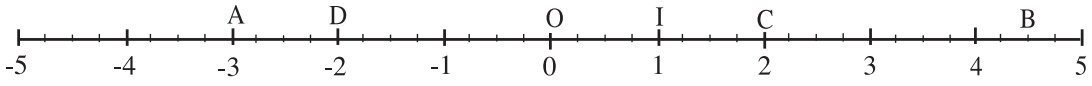
أ) قارن : $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ ثمّ $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$

ب) رتّب $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$

بعد نقطتين من مستقيم مدرج.

نشاط

نعتبر المستقيم المدرج التّالي :



1) نرمز بـ a و b و c و d لفاصلات النقاط A و B و C و D

أ) حدّد a و b و c و d

ب) أحسب الأبعاد OD ; OI ; OC ; OB ; OA

2- أ) أحسب البعد AC قارن AC و $|c-a|$

ب) أحسب BD ثمّ قارن BD و $|d-b|$

ج) قارن : BC و $|c-b|$ ، AD و $|d-a|$

إذا كانت M و N نقطتين من مستقيم مدرج فاصلتاهما على التّوالي عددان كسريان نسبيان m و n فإن البعد MN يساوي $|n-m|$

$MN=|n-m|$

تطبيق

1 – أ) عيّن نقطتين O و I حيث $OI = 1\ cm$

ب) عيّن النّقاط A و B و M و N و P من المستقيم المدرّج (OI) الّتي فاصلاتها على التّوالي

2,5 و $\frac{14}{5}$ و -1 و $-\frac{3}{2}$ و -5,5

2– أ) أحسب AB و MP و MB و MN و AP

ب) أحسب ، AB - AP ; MB - MN + MP ; (AB-AP) - (-MB + MN - MP)

3) عيّن نقطة C من المستقيم المدرج (OI) بحيث $IC = 3$ ماهي فاصلة C ؟ (اعط كلّ الإمكانيات)

4) عيّن النقطة D من المستقيم المدرّج (OI) بحيث $AD = 3$ و $OD = 0,5$ ما هي فاصلة D ؟

أحوصل

* إذا كان $\frac{a}{d}$ و $\frac{b}{d}$ عددين كسريين نسبيين $\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$

* إذا كان $\frac{a}{d}$ عددا كسريّا نسبيّا فإن $\frac{a}{b}+(-\frac{a}{b})=0$

* إذا كان $\frac{a}{d}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين نسبيين فإن :

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=0$ يعني $\frac{a}{b}=-\frac{c}{d}$

عمليّة الجمع في مجموعة الأعداد الكسريّة النسبيّة $\mathbb{Q}$ هي عمليّة تبديليّة وتجميعيّة.

مهما كانت الأعداد الكسريّة النسبيّة a و b و c فإن :

$$a+b=b+a$$
$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

طرح عدد كسري نسبي يعني إضافة مقابله.

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين نسبيين فإن :

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+(-\frac{c}{d})$$
$$\frac{a}{b}-(-\frac{c}{d})=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$$

* يسمّى العدد $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ الفرق بين $\frac{a}{b}$ والعدد $\frac{c}{d}$

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان كسريّان نسبيّان

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\geq 0$ يعني $\frac{a}{b}\geq\frac{c}{d}$ ، $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}<0$ يعني $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$

إذا كانت M و N نقطتين من مستقيم مدرج فاصلتاهما على التّرتيب عددان كسريان نسبيان m و n فإن البعد MN يساوي $|n-m|$

$MN=|n-m|$

تمـــاريـــه

1 حدد بالنسبة لكل واد الإجابة أو الإجابات الصحيحة من بين الثلاث إجابات المقترحة.

$\frac{3}{4}+\frac{7}{4}=$	$\frac{10}{8}$	$\frac{10}{4}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{4}{5}+\frac{7}{3}=$	$\frac{47}{15}$	$3+\frac{2}{15}$	$\frac{11}{8}$
$\frac{11}{3}-\frac{7}{15}=$	$\frac{4}{12}$	$\frac{48}{15}$	$\frac{144}{45}$
$11-\frac{2}{7}=$	$\frac{9}{7}$	$10+\frac{5}{7}$	$\frac{75}{7}$

2 أنقل الجدول التالي واتمم تعميره.

a	b	c	a + c	b - c	a + b - c
$-\frac{12}{5}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$			
$\frac{11}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$			
$\frac{14}{3}$	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{5}{2}$			
- 5	$-\frac{7}{24}$	$-\frac{4}{15}$			

3 أحسب

أ) $\frac{7}{15}-\frac{11}{2}+\frac{9}{4}-\frac{8}{9}$ ب) $\frac{-5}{4}+\frac{5}{2}-\frac{3}{8}-\frac{7}{8}$

ج) $-\frac{2}{5}-\frac{11}{7}+\frac{4}{5}-\frac{13}{35}$ د) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$

ه) $\frac{13}{17}-\frac{5}{11}+\frac{12}{5}-\frac{4}{15}-\frac{6}{11}+\frac{21}{17}$

4 احذف الأقواس ثم اختصر العبارات التالية حيث a و b و c اعداد كسرية نسبية.

أ) $A = -(a-b+c)-(b+c-a)$

ب) $B = (a-\frac{1}{2})-(b-c-\frac{7}{3})+(b-a-\frac{3}{4})$

ج) $C = c-[(a-2)-(3+c-b)-(a-c)]$

د) $D = -(-a+\frac{7}{2}-\frac{4}{3}-b)-\left[(a+b)-(c+a-b-1)\right]$

5 1) قارن أ) $-\frac{14}{15}$ و $-\frac{13}{14}$ ب) $-7,75$ و $-\frac{29}{4}$

ج) $-\frac{26}{3}$ و $-\frac{58}{7}$ د) $\frac{13}{4}$ و $3,2$

2) رتّب تصاعديّا الأعداد التّالية :

0 ; $-5,2$; $\frac{12}{5}$; $2,3$; $-\frac{27}{5}$; $\frac{9}{4}$

6 احسب في كلّ حالة العددين A و B ثمّ قارنهما

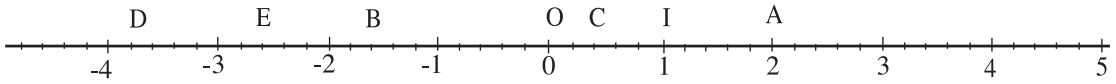
أ) $A=\frac{6}{5}-\frac{7}{4}$ و $B=-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

ب) $A=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-7$ و $B=\frac{2}{3}-\frac{5}{6}-\frac{7}{2}$

7 1) أحسب العددين A و B حيث $A=-2,5+\frac{11}{2}-\frac{3}{5}$ و $B=(1-\frac{11}{4}-\frac{2}{5})-(2-\frac{9}{8}-\frac{3}{5})$

2) قارن A و B

8 1) تأمل المستقيم المدرج التّالي وحدّد فاصلات النّقاط A و B و C و D و E



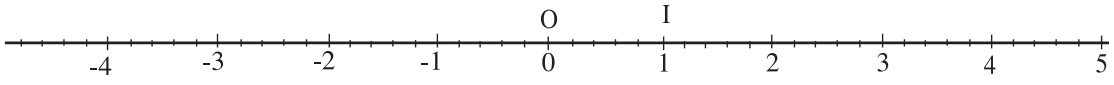
2) احسب الأبعاد IA و EB و BD و CD و AB .

3) عين نقطة M من المستقيم المدرج (OI) بحيث AM = 2,4 ماهي فاصلتها (أذكر كل الحالات) ؟

4) عين النقطة P من المستقيم المدرج (OI) بحيث IP = 2 و AP = 3 . ماهي فاصلتها ؟

9 1) رتب تصاعديا الأعداد $\frac{-12}{5}$ و $\frac{3}{2}$ و 2,8- و $-\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{5}$

2) نعتبر المستقيم المدرج التالي :



عين النقاط M و N و P و Q و R التي فاصلاتها على التوالي $\frac{-12}{5}$ و $\frac{3}{2}$ و 2,8- و $-\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{5}$

3) أحسب الأبعاد MN و PR و PQ و NR .

10 x و y عددان كسريان نسبيان حيث $x - y = -\frac{1}{4}$ و $z - x = \frac{1}{2}$

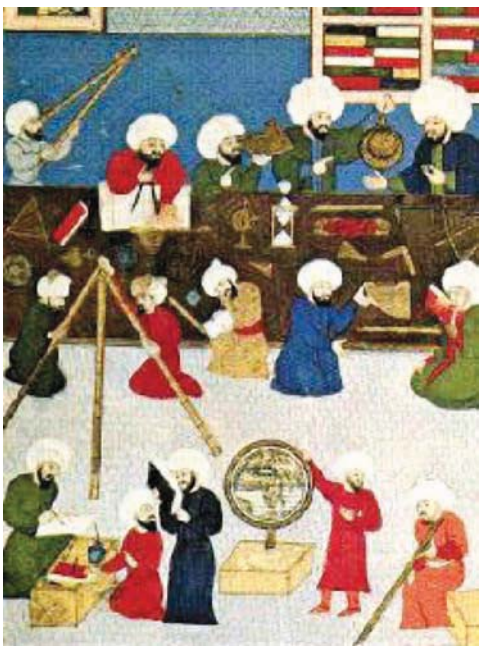
احسب $|x - y|$ و $|x - z|$

2-أ) احسب $(z-x) + (x-y)$

ب) قارن z و y ثم احسب $|z - y|$

2) قارن أ) $\frac{3}{4} + x - y$ و $1 + z - x$ ب) $\frac{2}{5} + x$ و $1 + y - z + x$.

الضّرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسريّة النسبيّة



الفلكي البتاني بطليموس العرب

ولد البتاني في العراق وهو من اكبر علماء الفلك عند العرب المشهورين برصد الكواكب والمتقدمين في علم الهندسة وهيئة الأفلاك وحساب النجوم. من مؤلفاته المهمة كتاب "زيج الصابي" وهو يحتوي على نتائج أرصاده للكواكب الثابتة لسنة 299هـ و جداول تتعلق بحركات الأجرام التي هي من اكتشافاته الخاصة وكان للكتاب أثر بالغ في تقدم علم الفلك والرياضيات سواء خلال النهضة العربية الإسلامية أو عند بداية النهضة الأروبية، و قد تمت ترجمته للاتينية والإسبانية.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

كفى بالعلم في الظلمات نورا

يبيّن في الحياة لنا الأمورا

معروف الرّصّافي

الضرب والقسمة
في مجموعة الأعداد الكسريّة

أستحضر

أحسب

1) أ) $\frac{3}{11} \times \frac{25}{4}$ ب) $\frac{8}{3} \times \frac{2}{9} \times \frac{5}{7}$ ج) $\frac{5}{7} \times (\frac{4}{3} - \frac{1}{2})$ د) $14 \times (\frac{1}{5} + \frac{3}{2} - \frac{5}{4})$

2) كم يساوي : أ) ربع العشرين ؟ ب) خمس المائة ؟ ج) نصف ثلث التسعين ؟

3) تقدّر نسبة الزّكاة على المال بربع العشر من النصاب.
ما هي قيمة الزّكاة الواجبة على كلّ مبلغ من المبالغ التّالية ؟

5000 د 17450 د 9584 د

أستكشف وأطبّق

نشاط 1

1 – أكتب كلّ مجموع من المجاميع التّالية في صيغة جذاء عددين صحيحين طبيعيين مخالفين للعدد 1 :

$3 + 3 + 3 + 3 + 3$ $7 + 7 + 7$ $a + a + a + a$ حيث a عدد طبيعي.

ب) أكتب كلّ جذاء من الجذاءات التّالية على صورة مجموع أعداد صحيحة طبيعيّة متساوية ومخالفة للعدد 1 : 3×9 5×7 2×11

2 – أحسب المجموع $(-7) + (-7) + (-7) + (-7)$

نعبّر عن هذا المجموع بالكتابة التّالية : $4 \times (-7)$

ج) أحسب باستعمال الآلة الحاسبة الجذاء $4 \times (-7)$ وقارن النّتيجة بـ $4 \times (-7)$

3 – أكتب في صيغة جذاء ثم أحسب.

أ) $(-4,25) + (-4,25) + (-4,25) + (-4,25) + (-4,25)$

ب) أكتب الجذاء $5 \times (-8)$ في صيغة مجموع أعداد متساوية.

د) أكتب كلّ جذاء من الجذاءات التّالية في صيغة مجموع أعداد متساوية.

$4 \times (-2,23)$; $4 \times (-10)$; $6 \times (-4)$; 5×3

نشاط 2

1 – أ) أحسب بالآلة الحاسبة $1,5 \times (-1,25)$ ثمّ قارن النّتيجة المتحصّل عليها بالعدد $-\frac{15}{8}$

أ) أعط كتابة كسريّة مختزلة إلى أقصى حدّ لكلّ عدد من الأعداد $2,6$ - و $1,75$ و $4,55$ -

ب) أحسب بالآلة الحاسبة $1,75 \times (-2,6)$

ج) إستنتج أن $\frac{7}{4} \times (-\frac{13}{5}) = -\frac{91}{20} = \frac{7 \times (-13)}{4 \times 5}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين فإن $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

نشاط 3 1 – أحسب، باستعمال الآلة الحاسبة، الجذاءات التّالية :

أ) $3,25 \times (-2,75)$; ب) $11,45 \times (-7,2)$; ج) $(-4) \times (-2,5)$; د) $(-3,25) \times (-8,5)$

2 – أ) أحسب : $2 \times (-15)$ ثم $\frac{-15}{7} \times \frac{2}{3}$ ب) $(-8) \times (-7)$ ثم $(\frac{-8}{8}) \times (-\frac{7}{3})$

ج) $(-11) \times (-9)$ ثم $(-11) \times \frac{-9}{2}$ د) $15 \times (-23)$ ثم $15 \times (\frac{-23}{4})$

3 – أنقل الجدول التّالي وأكمل بـ $\mathbb{Q}_+$ أو بـ $\mathbb{Q}_-$

إذا كان $a \in \mathbb{Q}_+$ و $b \in \mathbb{Q}_+$	فإن	$a \times b \in$ ....
إذا كان $a \in \mathbb{Q}_-$ و $b \in \mathbb{Q}_+$	فإن	$a \times b \in$ ....
إذا كان $a \in \mathbb{Q}_+$ و $b \in \mathbb{Q}_-$	فإن	$a \times b \in$ ....
إذا كان $a \in \mathbb{Q}_-$ و $b \in \mathbb{Q}_-$	فإن	$a \times b \in$ ....

تطبيق 1

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان كسريان موجبان و $\frac{e}{f}$ و $\frac{m}{n}$ عددان كسريان سالبان.

انقل واملأ الفراغات بـ $\mathbb{Q}_+$ أو $\mathbb{Q}_-$

$\frac{a}{b} \times \frac{e}{f} \in$ .... ; $(\frac{-2}{5}) \times \frac{m}{n} \in$ .... ; $\frac{m}{n} \times \frac{e}{f} \in$ .... ; $\frac{c}{d} \times (-\frac{m}{n}) \in$ .... ;

$(-\frac{7}{8}) \times \frac{e}{f} \in$ .... ; $(-3) \times (\frac{-m}{n}) \in$ .... ;

تطبيق 2

أحسب الجذاءات التّالية :

$\frac{2}{9} \times \frac{5}{4}$; $\frac{-8}{5} \times \frac{3}{7}$; $(-\frac{5}{9}) \times (-\frac{11}{3})$; $\frac{1}{8} \times (-\frac{15}{13})$; $(-3) \times \frac{5}{14}$; $(-\frac{17}{21}) \times (-5)$

نشاط 4 1 - وحد مقامي العددين الكسريين النسبيين $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$

2 - برهن أن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $a \times d = b \times c$

الجذاء $a \times d$ يسمى جذاء الطرفين والجذاء $b \times c$ يسمى جذاء الوسطين.

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين فإن

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $a \times d = b \times c$ (جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين).

تطبيق 1

$\frac{a}{b}$ عدد كسري و n عدد صحيح طبيعي مخالف للصّفر.

بين أن $\frac{a}{b}=0$ يعني $a=0$ وأن $\frac{a}{b}=\frac{a \times n}{b \times n}$

تطبيق 2

$\frac{a}{b}$ عدد كسري موجب و n عدد صحيح طبيعي يقسم a ويقسم b

بين أن $\frac{a}{b}=\frac{a:n}{b:n}$

تطبيق 3

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددان كسريان نسبيان حيث $c \neq 0$

بين أن $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

تطبيق 4

نعتبر العددين $\frac{4009275}{2314756}$ و $\frac{847754}{489451}$

1 – أ) حدّد رقم آحاد جذاء الطرفين دون حساب هذا الجذاء.

ب)حدّد رقم آحاد جذاء الوسطين دون حساب هذا الجذاء .

ج) هل العددان $\frac{4009275}{2314756}$ و $\frac{847754}{489451}$ متساويان ؟

2– أحسب باستعمال الآلة الحاسبة.

أ) $\frac{4009275}{2314756}$ ب) $\frac{847754}{489451}$ ماذا تلاحظ ؟ كيف تفسّر ذلك ؟

2 – أ) احسب باستعمال الآلة الحاسبة $\frac{51044217}{64389876}$ و $\frac{48357083}{61000183}$

ب) هل أن هذين العددين متساويان ؟

نشاط 5 a عدد صحيح نسبي و b عدد صحيح طبيعي مخالف للصّفر . أحسب :

$$(-1)\times\frac{a}{b}\ ;\ 1\times\frac{a}{b}\ ;\ 0\times\frac{a}{b}\ ;\ (-1)\times b\ ;\ 1\times a\ ;\ 0\times a$$

إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا نسبيا فإن :

$$(-1)\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}\times(-1)=-\frac{a}{b}\ ;\ 1\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}\times1=\frac{a}{b}\ ;\ 0\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}\times0=0$$

خاصيّات عمليّة الضّرب في المجموعة $\mathbb{Q}$

خاصيّات عمليّة الضّرب في المجموعة $\mathbb{Q}$ هي نفس خاصياتها في $\mathbb{Q}_+$ فهي :

* **تبديليّة** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b\times d}$

* **تجميعيّة** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\times(\frac{c}{d}\times\frac{e}{f})=(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d})\times\frac{e}{f}$

* **توزيعيّة على الجمع** $\frac{a}{b}\times(\frac{c}{d}+\frac{e}{f})=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$

* **توزيعيّة على الطّرح** $\frac{a}{b}\times(\frac{c}{d}-\frac{e}{f})=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$

حيث $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ أعداد كسريّة نسبيّة.

تطبيق 1

1) اعط علامة كلّ جذاء من الجذاءات التّالية دون حسابه.

أ) $12\times(-5)\times(-2)$; $14\times(-5)\times(-1)\times(-7)$; $(-32,8)\times5,4\times(-6)\times9,5\times(-1)\times(-6,35)$

ب) $(-5)\times(-\frac{11}{9})\times(\frac{-2}{3})\times\frac{1}{4}\times(-1,5)$; $(-\frac{5}{9})\times3,5\times(-15)\times(\frac{-4}{7})$

2) ما هي علامة :

جذاء خمسة أعداد سالبة ؟ جذاء عشرة أعداد سالبة ؟ جذاء سبعة عشر عددا سالبا ؟ جذاء مائة وعشرون عددا سالبا ؟

3) كيف يمكن تحديد علامة جذاء أعداد نسبيّة قبل حساب هذا الجذاء ؟

لحساب جذاء أعداد كسريّة نسبيّة نحدّد أولا علامة هذا الجذاء.

تطبيق 2

a و b و c و d و e و f أعداد كسريّة حيث :

$$a\in\mathbb{Q}_+\ ;\ b\in\mathbb{Q}_-\ ;\ c\in\mathbb{Q}_-\ ;\ d\in\mathbb{Q}_+\ ;\ e\in\mathbb{Q}_-\ ;\ f\in\mathbb{Q}_+$$

حدّد علامة كلّ جذاء من الجذاءات التّالية :

$a \times b \times c \times f$; $b \times c \times e \times f$

$a \times b \times c \times d \times e \times f$; $(-a) \times b \times (-c)$

تطبيق 3

1) أحسب :

أ) $(-7) \times (-2) \times (-5)$; $(-3) \times (-8{,}5) \times 2{,}5$; $(-4) \times (-2) \times 7 \times (-0{,}5)$

ب) $\frac{5}{4} \times \frac{3}{7} \times (\frac{-1}{2})$; $\frac{2}{7} \times (\frac{5}{3} - \frac{3}{5})$; $\frac{-5}{9} \times (\frac{1}{2} + \frac{3}{4})$; $(\frac{7}{5} - \frac{3}{2} + \frac{4}{3}) \times (\frac{-2}{3})$

2) أحسب بدلالة a و b العبارات التّالية : حيث a و b عددان صحيحان مخالفان للصّفر

$\frac{4}{9} \times (\frac{a}{3} - \frac{a}{2})$ $\frac{2}{5} \times (\frac{a}{b} - \frac{1}{2})$ $\frac{a}{b} \times (7 - \frac{5}{4} + \frac{3}{8})$

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين فإنّ :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $a \times d = b \times c$ (جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين)

مقلوب عدد كسري مخالف للصّفر

نشاط 1 أنقل وأتمم بما يناسب

1) $4 \times \ldots = 4$; $5 \times \ldots = 4$; $6 \times \ldots = 4$; $\ldots \times 8 = -2$; $4 \times \ldots = 1$; $\ldots \times 5 = 1$; $9 \times \ldots = 1$

2) $\frac{5}{2} \times \ldots = \frac{15}{16}$; $\frac{-9}{7} \times \ldots = \frac{18}{35}$; $\ldots \times \frac{3}{-5} = \frac{-21}{10}$; $-6 \times \ldots = \frac{30}{7}$

نشاط 2 أحسب $\frac{1}{9} \times 9$; $-13 \times (\frac{1}{-13})$; $\frac{27}{11} \times \frac{11}{27}$; $(\frac{-6}{17}) \times (\frac{17}{-6})$

ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريّا نسبيّا مخالفا للصّفر. لدينا $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

* نقول أن العددين $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{a}$ عددان مقلوبان

* العدد $\frac{b}{a}$ يسمّى مقلوب العدد $\frac{a}{b}$ ونرمز له بـ : $\frac{1}{(\frac{a}{b})}$ كما أنّ العدد $\frac{a}{b}$ يسمّى مقلوب العدد $\frac{b}{a}$ ونرمز له بـ $\frac{1}{(\frac{b}{a})}$

$\frac{1}{(\frac{a}{b})} = \frac{b}{a}$ و $\frac{1}{(\frac{b}{a})} = \frac{a}{b}$

* عددان مقلوبان هما عددان جذاءهما يساوي 1 .

تطبيق 1

1) حدّد مقلوب كلّ من الأعداد التّالية واكتبه على صورة عدد كسري مقامه موجب.

5 ؛ -3 ؛ $\frac{5}{8}$ ؛ $\frac{-6}{7}$ ؛ $\frac{1}{-17}$

2) أكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية على صورة عدد كسري مقامه موجب.

$\frac{\frac{1}{5}}{-2}$ ؛ $\frac{\frac{1}{-6}}{17}$ ؛ $\frac{\frac{1}{-7}}{5}$ ؛ $-\frac{\frac{1}{6}}{-13}$

تطبيق 2

1) حقّق أن العددين $6,25$ و $0,16$ هما عددان مقلوبان وكذلك $-0,8$ و $-1,25$

ب) أحسب ذهنيا $6,25 \times (-0,8) \times (-1,25) \times (0,16)$

تطبيق 3

أنقل الجدول التّالي ثمّ أتممه

العدد	4	0,1	20	10	0,25	0,01	100	0,05	-2	-8	-0,5	-1,125
مقلوبه					4						-2	

تطبيق 4

1) حدّد العدد a في كلّ حالة من الحالات التالية :

$\frac{5}{9}\,a = 1$ $\quad a \times (-\frac{7}{6}) = 1$ $\quad \frac{3}{a} \times \frac{5}{11} = 1$ $\quad \frac{\frac{1}{a}}{16} = -8$

2) أحسب العدد x في كلّ حالة ثمّ حدّد مقلوبه.

$x = \frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ ؛ $x = \frac{6}{5} \times (3 - \frac{15}{4})$ ؛ $x = (\frac{9}{4} - \frac{2}{5}) \times (\frac{7}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4})$

قسمة عدد كسري على آخر مخالف للصّفر

نشاط 1 ارسم مستطيلا ABCD بعداه بالصنتمتر 7 و 2

قسّمه إلى سبعة مستطيلات متقايسة.

لوّن بالأخضر ثلاثة أسباع مساحة ABCD

قسّم المستطيل ABCD إلى أربعة عشر مربعا متقايسا.

لوّن بالأحمر نصف المساحة الخضراء ثمّ عبر عنها بعدد كسري.

قارن $2 : \frac{3}{7}$ و $\frac{7}{3} \times \frac{1}{2}$

لوّن بالأصفر خمسة أثمان المساحة غير الملوّنة وعبر عنها بعدد كسري.

قارن خمسة أثمان الأربعة أسباع و $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين و $\frac{c}{d}$ مخالفا للصّفر فإنّ خارج قسمة العدد $\frac{a}{b}$ على العدد $\frac{c}{d}$ هو جذاء الأوّل ومقلوب الثّاني ونرمز له بـ : $\frac{(\frac{a}{b})}{(\frac{c}{d})}$ أو $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

$$\frac{(\frac{a}{b})}{(\frac{c}{d})} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$ *

تطبيق 1

أحسب $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{9}}$; $\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{7}{4}}$; $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{5}{-9}}$; $-\frac{\frac{6}{7}}{\frac{1}{3}}$; $\frac{5}{\frac{-2}{13}}$; $\frac{\frac{-11}{4}}{-2}$; $\frac{\frac{1}{3}}{7}$; $\frac{1}{\frac{3}{7}}$

تطبيق 2

عبّر بعدد كسري عن كلّ عبارة من العبارات التّالية :

أ) ثلاثة أرباع الثلثين ب) سبعي الخمسة أسداس ج) نصف الثلثين د) أربعة أخماس الثمنين

تطبيق 3

قال أحدهم

إذا عاش الفتى ستين عاما فنصف العمر تمحقه الليالي

ونصف النّصف يذهب ليس يدري لغفلته يمينا مع شمال

وثلث النّصف آمال وحرص وشغل بالمكاسب والعيال

وباقي العمر....

عبّر بعدد كسري عن «باقي العمر» ثمّ حدّده.

تطبيق 4

نعتبر الأعداد التّالية حيث a عدد صحيح موجب و b عدد صحيح سالب.

$$\frac{a}{\left(\frac{5}{7}\right)} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{-a}{2}\right)}{-3} \quad ; \quad \frac{a}{b} \quad ; \quad \frac{-5}{2b} \quad ; \quad \frac{b}{\left(-\frac{11}{17}\right)} \quad ; \quad \frac{\frac{4}{9} \times b}{5a}$$

حدّد علامة كلّ عدد من هذه الأعداد وقيمته المطلقة.

تطبيق 5

أحسب

$$\frac{1+\frac{5}{3}}{3-\frac{7}{4}} \quad ; \quad \frac{\frac{-5}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{5}-\frac{11}{2}} \quad ; \quad \frac{3+\frac{1}{4}-\frac{7}{12}}{-1+\frac{1}{3}-\frac{7}{2}} \quad ; \quad \frac{\frac{4}{9} \times \left(\frac{6}{7}-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+1}$$

تطبيق 6

توفّي رجل وترك 45500 دينارا وامرأة حاملا وأوصى بما يلي .

خمسان للأمّ وثلاثة أخماس للمولود إن كان ولدا.

أربعة أسباع للأمّ وثلاثة أسباع للمولود إن كان بنتا.

1) ما هو نصيب الأم ونصيب المولود

أ – لو كان المولود ولدا ؟

ب) لو كان المولود بنتا ؟

2) إلا أن امرأته أنجبت توأما ولدا وبنتا.

كيف يمكن تقسيم هذا المبلغ مع احترام الوصيّة ؟

ملاحظة : هذه الوضعيّة مقتبسة من كتاب "Les mathématiques par les problèmes" لمحمّد عكّار صفحة 29.

الخلاصة

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريّين فإنّ $\frac{a}{b}x\frac{c}{d}=\frac{a\ x\ c}{b\ x\ d}$

خاصيّات عمليّة الضّرب في المجموعة $\mathbb{Q}$

خاصيّات عمليّة الضّرب في المجموعة $\mathbb{Q}$ هي نفس خاصيّاته في $\mathbb{Q}_+$. فهي :

* **تبديليّة** : يعني $\frac{a}{b}x\frac{c}{d}=\frac{c}{d}x\frac{a}{b}=\frac{a\ x\ c}{b\ x\ d}$

* **تجميعيّة** : يعني $\frac{a}{b}x(\frac{c}{d}+\frac{e}{f})=\frac{a}{b}x\frac{c}{d}+\frac{a}{b}x\frac{e}{f}$

* **توزيعيّة على الطّرح** : يعني $\frac{a}{b}x(\frac{c}{d}-\frac{e}{f})=\frac{a}{b}x\frac{c}{d}-\frac{a}{b}x\frac{e}{f}$

حيث $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ أعداد كسريّة نسبيّة

* مهما كان العدد الكسري النّسبي $\frac{a}{b}$ فإنّ :

$0x\frac{a}{b}=\frac{a}{b}x0=0$ ؛ $1x\frac{a}{b}=\frac{a}{b}x1=\frac{a}{b}$ ؛ $(-1)x\frac{a}{b}=\frac{a}{b}x(-1)=-\frac{a}{b}$

مقلوب عدد كسري مخالف للصّفر

* ليكن $\frac{a}{b}$ عددا كسريّا نسبيّا مخالفا للصّفر. لدينا $\frac{a}{b}x\frac{b}{a}=1$

* نقول أنّ العددين $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{a}$ عددان مقلوبان أو أحدهما مقلوب للآخر.

* العدد $\frac{b}{a}$ يسمّى مقلوب العدد $\frac{a}{b}$ ونرمز له بـ $\frac{1}{(\frac{a}{b})}$ كما أنّ العدد $\frac{a}{b}$ يسمّى مقلوب العدد $\frac{b}{a}$ ونرمز له بـ $\frac{1}{(\frac{b}{a})}$

$\frac{1}{(\frac{a}{b})}=\frac{b}{a}$ و $\frac{1}{(\frac{b}{a})}=\frac{a}{b}$

* عددان مقلوبان هما عددان جذاءهما يساوي 1.

قسمة عدد كسري على آخر مخالف للصّفر.

إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريّين و $\frac{c}{d}$ مخالفا للصّفر فإنّ خارج قسمة العدد $\frac{a}{b}$ على العدد $\frac{c}{d}$ هو جذاء الأوّل ومقلوب الثّاني ونرمز له بـ $\frac{(\frac{a}{b})}{(\frac{c}{d})}$ أو $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

* $\frac{(\frac{a}{b})}{(\frac{c}{d})} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

تمـــاريـــن

1 1) في أيّ عدد كسريّ تضرب مساحة مستطيل إذا ضربنا طوله في $\frac{2}{5}$ وعرضه في $\frac{3}{4}$

2) في أيّ عدد كسريّ يضرب حجم متوازي مستطيلات إذا ضربنا أبعاده في $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{7}$ و $\frac{5}{2}$

2 x عدد كسري موجب a وb وc وd أعداد كسريّة نسبيّة مخالفة للصّفر حيث $\frac{x}{a}=\frac{7}{2}$ و $\frac{x}{b}=\frac{3}{10}$ و $\frac{x}{c}=2$ و $\frac{x}{d}=\frac{3}{2}$

رتّب الأعداد a وb وc وd ترتيبا تصاعديّا

3 أحسب

$\frac{-4}{13}\times\frac{5}{11}$ ؛ $(1-\frac{2}{7})\times(-\frac{4}{5}+\frac{7}{8})$ ؛

$(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4})\times(-\frac{5}{7}+\frac{2}{5})$ ؛

$(-3+\frac{6}{5}-\frac{1}{10})\times(\frac{1}{5}+\frac{5}{7}-\frac{2}{3})$

4 أ) أحسب $\frac{5}{27}\times\frac{9}{5}$

ب) عدد كسري مجموع ثلث ثلثه وثلث ثلثي ثلثه يساوي $\frac{1}{3}$.

ما هو هذا العدد ؟

5 أحسب

$(1-\frac{1}{2})x(1-\frac{1}{3})x(1-\frac{1}{4})x...(1-\frac{1}{99})x(1-\frac{1}{100})$

6 أحسب

أ) $\frac{1}{(\frac{2}{3})}$ ؛ $\frac{-5}{4}:\frac{8}{9}$ ؛ $\frac{(\frac{-5}{2})}{7}$ ؛ $\frac{(-\frac{7}{15})}{\frac{2}{17}}$ ؛

ب) $\frac{\frac{5}{4}+\frac{2}{5}}{-\frac{3}{7}+\frac{2}{5}}$ ؛ و $1+\frac{2}{1-\frac{3}{5-\frac{2}{3}}}$

$\frac{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{1+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{3}{5}}$ ؛ $\frac{(-1\frac{3}{16}-\frac{7}{12}+\frac{1}{4})\times(\frac{5}{4}-\frac{3}{5})}{(3-\frac{2}{3})\times(\frac{4}{7}-1)}$

7 1) أحسب العدد

$3+\frac{1}{7+\frac{1}{15}}$

2) اعط قيمة تقريبيّة برقمين بعد الفاصل لهذا العدد، فيما تذكّرك هذه النّتيجة ؟

8 a وb وc أعداد كسريّة نسبيّة حيث

$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$ و $\frac{a}{c}=\frac{-1}{4}$

أحسب $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{a}$ و $\frac{b}{c}$

9 نعتبر الأعداد a وb و c حيث

$a=\frac{1}{3}$ و $b=-\frac{7}{18}$ و $c=-\frac{5}{12}$

أحسب $a\times(b+c)$ ؛ $-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$ ؛ $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}$ ؛

$\frac{a}{-\frac{5}{3}}+\frac{(-\frac{21}{18})}{b}-\frac{(\frac{5}{4})}{c}$

10 نعتبر العددين

$A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{11}{12}$ و

$B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{11} \times \frac{12}{13}$

أحسب $A \times B$

11 $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ كتابتان للعدد $\frac{-2}{3}$

بيّن أن

$\frac{a-2}{b+3} = -\frac{2}{3}$ و $\frac{c-2}{d+3} = -\frac{2}{3}$ و $\frac{a+c-2}{b+d+3} = -\frac{2}{3}$

12 a و b و c و d أعداد صحيحة نسبيّة

مخالفة للصّفر حيث $b+d$ و $b-d$

مخالفان للصّفر و $a \times d = b \times c$

بيّن أنّ أ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ب) $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

ج) $\frac{a}{b} = \frac{a-c}{b-d}$

13 a و b عددان كسريّان مخالفان للصّفر

حيث $a+b = -\frac{5}{6}$ و $a \times b = \frac{1}{6}$

أحسب $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$

14 لرجل أربعة بنتان : فاطمة وعائشة وولدان توأمان أحمد ومحمّد

وزّع عليهم بمناسبة أحد الأعياد مبلغا ماليّا كما يلي

أعطى ثلث المبلغ لفاطمة وأعطى لعائشة ثلاثة أخماس المبلغ المتبقّى واقتسم التّوأمان أحمد ومحمّد الباقي بالتّساوي.

1) ما هو العدد الكسري من بين الأعداد التّالية الّذي يعبر عن مناب أحد التّوأمين.

$A = \frac{(1-\frac{1}{3}-\frac{3}{5})}{2}$ ؛ $B = (\frac{2}{3}-\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}) \times 2$ ؛

$C = (1-\frac{1}{3}-\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}) \times \frac{1}{2}$ ؟

2) أحسب مناب كلّ واحد علما أنّ المبلغ الجملي الّذي وقع توزيعه هو 90 دينارا.

القوى في مجموعة الأعداد الكسريّة النسبيّة Q

جابر ابن حيان مخترع القلويات في علم الكيمياء

هو أبو عبد الله جابر بن حيان بن عبد الله الكوفي المعروف بالصوفي. ولد في طوس (خراسان) وسكن الكوفة، حيث كان يعمل ليات العلمية كالتقطير، التبخير، التكليصيدلانيا. فقد عرف جابر الكثير من العمس، الإذابة، التبلور، وغيرها .كما شمل عمله الناحية التطبيقية للكيمياء، من ذلك أنه أدخل طريقة فصل الذهب عن الفضة بالحل بواسطة الحامض، وهذه طريقة لا زالت مستخدمة حتى الان، ولها شأن في تقدير عيارات الذهب في المشغولات والسبائك الذهبية.

اكتشافات كيميائية أخرى لجابر نذكر منها: 1 – عرف جابر بأن الشب يساعد على تثبيت الاصباغ في الاقمشة، والعلم الحديث اثبت ذلك. 2 – توصل جابر إلى تحضير بعضِ المواد التي تمنع البلل عن الثياب. 3 – توصل إلى استخدام كبريتيد الانتموان، الذي له لون الذهب، ليعوض عن الاخير الغالي الثمن. 4 – تمكن من صنع ورق غير قابل للاحتراق، والعلم الحديث لايعرف حتى الان نوع هذا الورق. 5 – أدخل طريقة فصل الذهب عن الفضة بالحل بواسطة الحامض (الماء الملكي) وهذه الطريقة لازالت مستخدمة حتى الان.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

إذا ساء فعل المرء ساءت ظنونه

وصدّق ما يعتاده من توهّم

المتنبّى

القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية Q

أستحضر

1) مثلث متقايس الأضلاع يساوي طول ضلعه 3 cm. اعط كتابة لمحيطه على صورة قوة .
2) مربع يساوي طول ضلعه يساوي 8 cm
اعط كتابة لمحيطه وكتابة لمساحته على صورة قوة للعدد 2 .

2 طول ضلع مكعب يساوي 16 cm اعط كتابة لمساحته الجانبية وكتابة لحجمه على صورة قوة للعدد 4 .

3 ما هو الجواب الصحيح من بين المقترحات المقدمة أسفله.
نصف 2^{20} هو : 2^{10} ؛ 1^{20} ؛ 1^{10} ؛ 2^{19}

التخمين هو استنتاج منطقي لنتيجة أو قاعدة أو خاصيّة دون البرهنة عليها...

4 1) أحسب
$1^2 - 2^2$; $0^2 - 1^2$; $2^2 - 3^2$; $3^2 - 4^2$; $4^2 - 5^2$; $10^2 - 11^2$
2) ما تخمينك بالنسبة للعدد : $145^2 - 146^2$
تحقق من صحة تخمينك باستعمال الآلة الحاسبة.

5 1 – أ) فكّك إلى جذاء عوامل أوّليّة العددين a و b : حيث $a = 648$ و $b = 675$
ب) استنتج تفكيكا لـ : ق.م.أ (a, b) وم.م.أ (a, b).
2) حقق أن :
أ) العدد $\frac{a}{2}$ والعدد $3 \times b$ مربعان كاملان .
ب) $a \times b$ = م.م.أ (a, b) × ق.م.أ (a, b)

نسمّي مربّعا كاملا لكلّ عدد يُكتب في صيغة مربّع لعدد كسري

6 ABC مثلث حيث $AB = AC = 2^5$ و $BC = 2^{11}$.
بين أن $AB^2 + AC^2 = BC$

أستكشف وأطبّق

نشاط 1

أحسب $a = (-4) \times (-4) \times (-4)$ و $b = (-1,5) \times (-1,5)$ و $c = (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3})$

العدد a هو جذاء لثلاثة اعداد مساوية للعدد (-4)

نعبر عن ذلك بالكتابة التالية $a = (-4)^3$

كذلك نكتب $b = (-1,5) \times (-1,5) = (-1,5)^2$

و $c = (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) = (-\frac{2}{3})^5$

ليكن x عددا كسريًا نسبيًا
x^2 يقرأ « x قوّة إثنان » أو « x مربّع »
x^3 يقرأ « x قوّة ثلاثة » أو « x مكعّب »

إذا كان x عددا كسريّا و n عددا صحيحا طبيعيّا أكبر من 1 فإن الكتابة x^n ترمز لجداء n أعداد مساوية للعدد x

(جداء n أعداد مساوية لـ x) $x^n = x\,x\,x\,x\,x\,x\,....\,x\,x$

الكتابة x^n تسمّى قوّة للعدد x

العدد n يسمّى دليل هذه القوّة.

* $x^1 = x$
* إذا كان x عددا مخالفا لصفر فإن $x^0 = 1$
* إذا كان n عددا صحيحا طبيعيّا مخالفا لصفر فإن $0^n = 0$

تطبيق 1

أحسب $(-4)^3$; $(-7{,}5)^2$; $(\frac{3}{5})^5$; $(-\frac{5}{4})^4$

1^{15} ; $(-1)^{27}$; $(-1)^{50}$; $(\frac{-2547}{78965})^0$

تطبيق 2

أحسب $\frac{7^3}{(-2)^5}$; $\frac{3^4}{5^2} \times (-\frac{1}{2})^3$; $\frac{(-5)^4}{10^3}$

نشاط 2 (حساب قوى باستعمال الآلة الحاسبة)

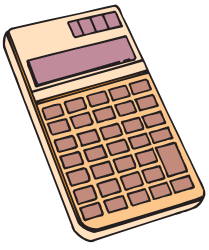
1 – أ) أحسب 2^7.

ب) باستعمال الآلة الحاسبة اتبع المراحل الأربعة التّالية :

المرحلة الأولى	المرحلة الثّانية	المرحلة الثّالثة	المرحلة الرّابعة
أدخل العدد	إضغط على الزر	أدخل العدد	إضغط على الزر
2	y^x أو x^y	7	=

ب) قارن العدد المسجل بشاشة الحاسبة ونتيجة السؤال أ .

2) أحسب باستعمال الآلة الحاسبة.



12^5 ; $(-29)^6$; $(149)^3$; 79^2 ; $(-537)^2$

$(-3{,}5)^{11}$; $\frac{5^6}{2^{17}}$; $(4{,}15)^{19}$; $\frac{2^{21}}{(-5)^9}$

ملاحظة :
في بعض الآلات الحاسبة نجد الزرّ EE أو x^2

تطبيق

1–أ) ماهو رقم آحاد كل عدد من الأعداد التالية :

$6 \; ; \; 6^2 \; ; \; 6^3 \; ; \; 6^4 \; ; \; 6^5$

ب) ما يكون رقم آحاد العدد 6^{2157} ؟

2–أ) ماهو رقم آحاد كل عدد من الأعداد التالية :

$4 \; ; \; 4^2 \; ; \; 4^3 \; ; \; 4^4 \; ; \; 4^5 \; ; \; 4^6$

ب) ما يكون رقم آحاد العدد 4^{75} ؟ ورقم آحاد العدد 4^{312} :

3- أ) حسب 759^2

ب) باستعمال الآلة الحاسبة اتبع المراحل الثّلاثة التالية :

لحساب مربّع عدد بواسطة الحاسبة يمكن استعمال الزرّ x^2

المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة
أدخل العدد 759	إضغط على الزر x^2	إضغط على الزر =

قارن العدد المسجل بشاشة الحاسبة ونتيجة السؤال ا.

نسمّي مربّعا كاملا كلّ عدد تمكن كتابته على صورة مربّع لعدد كسري

نشاط 4 (المربعات الكاملة)

أكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صورة مربّع لعدد كسريّ

$25 \; ; \; 100 \; ; \; \frac{49}{81} \; ; \; \frac{121}{64} \; ;$

$6{,}25 \; ; \; 0{,}25 \; ; \; 400 \; ; \; 2500$

كلّ عدد من الأعداد السّابقة يسمى مربّعا كاملا.

تطبيق 1

1) ما هي المربّعات الكاملة من بين الأعداد التّالية :

$9 \; ; \; 15 \; ; \; 16 \; ; \; 40 \; ; \; 49 \; ; \; \frac{4}{25}$

2) إعط خمسة مربّعات كاملة أقلّ من 1

3) أذكر كلّ الأعداد الصّحيحة الطبيعيّة الّتي مربّعها أقلّ من 100 .

تطبيق 2

حقق أن كل مجموع من المجاميع التالية هو مربع كامل.

1^3+2^3 $1^3+2^3+3^3$ $1^3+2^3+3^3+4^3$ $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3$

تمرين مرفق بحلّ

1) أحسب كل مجموع من المجاميع التالية.

$1+3$; $1+3+5$; $1+3+5+7$; $1+3+5+7+9$; $1+3+5+7+9+11$ ماذا تلاحظ ؟

2) ماهو تخمينك بالنسبة للمجموعين التاليين ؟

$1+3+5+....+97+99$; $1+3+5+...+1997+1999$

الحل

$1+3=4=2^2$

$1+3+5=9=3^2$

$1+3+5+7=16=4^2$ $1+3+5+7+9=25=5^2$ $1+3+5+7+9+11=36=6^2$

بتأمل المجاميع السّابقة يمكن ملاحظة أنها مربّعات كاملة.

2) يمكننا كتابة المجاميع السّابقة كالتّالي :

$$1+3=4=2^2=(\frac{3+1}{2})^2$$

$$1+3+5=9=3^2=(\frac{5+1}{2})^2$$

$$1+3+5+7=16=4^2=(\frac{7+1}{2})^2$$

أنقل وأتمم $1+3+5+7+9=25=5^2=.....$; $1+3+5+7+9+11=36=6^2=.....$

$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21=.....$

منطقيا واعتمادا على ماسبق يمكننا تخمين ما يلي :

$$1+3+5.....+97+99=(\frac{99+1}{2})^2=50^2=2500$$

ماهو تخمينك بالنسبة للمجموع

$1+3+5.....+1997+1999$

نشاط 5 (الجذر التربيعي لمربع كامل)

باستعمال الآلة الحاسبة اتبع المراحل الثلاثة التالية :

المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة
أدخل العدد 1444	إضغط على الزر $\sqrt{\ }$	إضغط على الزر =

أحسب مربع العدد المتحصل عليه.ماذا تلاحظ ؟

$38^2 = 1444$ نقول أن :

العدد 38 هو الجذر التّربيعي للعدد 1444 أو أنّ الجذر التّربيعي للعدد 1444 هو 38.

ونرمز لذلك بالكتابة التالية : $\sqrt{1444}=38$

$\sqrt{25}=5$ (نقرأ : الجذر التربيعي لـ 25 يساوي 5)

$\sqrt{169}=13$ يعني $13^2 = 169$

إذا كان عدد a مربّعا كاملا فإن الجذر التربيعي له هو العدد الموجب الّذي يكون مربعه مساويا للعدد a ونرمز له بـ $\sqrt{a}$

تطبيق 1

أ) ما هو الجذر التربيعي لكل عدد من الأعداد التالية :

1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 400 ; 10000

ب) احسب : $\sqrt{\frac{81}{16}}$; $\sqrt{\frac{9}{64}}$; $\sqrt{\frac{400}{81}}$; $\sqrt{\frac{169}{49}}$.

ج) حدد باستعمال الآلة الحاسبة :

$\sqrt{1024}$; $\sqrt{6241}$; $\sqrt{9025}$; $\sqrt{204304}$; $\sqrt{3200521}$

$\sqrt{12,25}$; $\sqrt{54,76}$; $\sqrt{109,2025}$

تطبيق 2

أ) أحسب : $\sqrt{121}$; $\sqrt{12321}$; $\sqrt{1234321}$; $\sqrt{123454321}$

ب) ما هو الجذر التربيعي لكل عدد من الأعداد التّالية : 12345654321 ; 1234567654321 ;

123456787654321 ; 12345678987654321 ؟

تمرين مرفق بحلّ

1) أحسب في كل حالة من الحالات التالية العدد A x B + 1 وحقق أنه مربع كامل.

أ) $\begin{cases} A = 11 \\ B = 105 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} A = 111 \\ B = 1005 \end{cases}$ ج) $\begin{cases} A = 1111 \\ B = 10005 \end{cases}$

2) ماهو الجذر التربيعي للعدد 111111555556

الحلّ

1 - أ) $A \times B + 1 = 11 \times 105 + 1 = 1156$

باستعمال الحاسبة

المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة
أدخل العدد 1156	اضغط على الزر $\sqrt{}$	اضغط على الزر =

نقرأ على الشاشة 34

إذن $1156 = 34^2$

ب) $A \times B + 1 = 111 \times 1005 + 1 = 111556 = (334)^2$

ج) $A \times B + 1 = 1111 \times 10005 + 1 = 11115556 = (3334)^2$

2) لا يمكن استعمال الحاسبة للبحث عن الجذر التربيعي للعدد111111555556وذلك لأن عدد أرقامه يفوق العشرة ولكن بالإستئناس بما سبق يمكن استنتاج الجذر التربيعي لهذا العدد وهو 33334

أي أن $(333334)^2 = 111111555556$

نشاط 6 (القوى السالبة)

1- أ) أعط الكتابة العشرية لمقلوب العدد 5^2 .

ب) باستعمال الآلة الحاسبة اتبع المراحل الأربعة التالية :

المرحلة الأولى	المرحلة الثانية	المرحلة الثالثة	المرحلة الرّابعة
أدخل العدد 5	اضغط على الزر y^x (أو x^y)	اضغط على الزر -2	اضغط على الزر =

قارن العدد المسّجل بالشاشة ونتيجة السؤال أ.

إذا كان a عددا صحيحا نسبيّا مخالفا للصّفر و n عدد صحيح طبيعي فإن الكتابة a^{-n} ترمز لمقلوب العدد a^n

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

تطبيق

أحسب : أ) $(-4)^{-2}$; 5^{-1} ; 10^{-3} ; $(-2)^{-3}$

ب) $(0,5)^{-2}$; $(\frac{2}{5})^{-3}$; $(-\frac{4}{3})^{-2}$

خاصيات القوى

خاصيات القوى في الجموعة $\mathbb{Q}$ هي امتداد لخاصيات القوى في $\mathbb{N}$

إذا كان a و b عددين صحيحين نسبيين مخالفين لصفر و m و n عددين صحيحين نسبيين فإنّ

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \quad ; \quad (\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$$

تطبيق 1

أكتب في صيغة قوة لعدد كسري نسبي .

$$(-\frac{5}{2})^3 \times (-\frac{5}{2})^8 \quad ; \quad \left[(3,5)^7\right]^{-3} \quad ; \quad \frac{(-3)^{11}}{(-3)^7} \quad ; \quad \frac{(-8)^{12}}{(-8)^5}$$

$$\left[(10^{-5})\right]^4 \quad ; \quad \frac{10^4 \times \left[10^{-3}\right]^{-5}}{10^{-7} \times 10^2}$$

تطبيق 2

أنقل واكمل بماينا سب

$$(-7,25)^6 \times (-7,25)^{\cdots} = (-7,25)^{11} \quad ; \quad \frac{12^8}{12^{\cdots}} = 12^5$$

$$\left[(-\frac{5}{9})^{\cdots}\right]^{-7} = (-\frac{5}{9})^{-21} \quad ; \quad \frac{(-9)^7}{(-9)^{\cdots}} = (-9)^{11}$$

نشاط 7 قوى العدد 10

انقل وأتمم تعمير الجدول التالي :

العدد على صورة قوّة لـ 10	10^{12}		10^{4}	10^{3}		10^{1}	10^{0}	10^{-1}	10^{-2}			10^{-9}
الكتابة العشريّة للعدد		10000000			100		1			0,001	0,00001	

تطبيق 1

أعط الكتابة العشرية لكل عدد من الأعداد التالية :

$2,35 \times 10^{2}$; 789×10^{-4} ; $0,0362 \times 10^{7}$; $1,78 \times 10^{-5}$; $97,645 \times 10^{2}$

تطبيق 2

أ) أحسب

$\frac{10^{1}-1}{9}$; $\frac{10^{2}-1}{9}$; $\frac{10^{3}-1}{9}$; $\frac{10^{4}-1}{9}$; $\frac{10^{10}-1}{9}$

تطبيق 3

اختزل الى أقصى حد

$\frac{10^{2}-1}{33}$; $\frac{10^{3}-1}{444}$; $\frac{10^{4}-1}{5555}$; $\frac{10^{5}-1}{66666}$; $\frac{10^{7}-1}{8888888}$

تطبيق 4

1) نريد مقارنة العددين $2,35 \times 10^{5}$ و 948×10^{2}

أ) حقق أن $2,35 \times 10^{5} = 2350 \times 10^{2}$ وأن $948 \times 10^{2} = 0,948 \times 10^{5}$

قارن إذن العددين $2,35 \times 10^{5}$ و 948×10^{2}

2– أ) أنقل واتمم بماينا سب : $2,83 \times 10^{-4} = 2830 \times 10^{\cdots}$ ؛ $2920 \times 10^{-7} = \ldots\ldots \times 10^{-4}$

ب) قارن العددين $2,83 \times 10^{-4}$ و 2920×10^{-7}

القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

تطبيق 5

رتب تصاعديّا الأعداد التّالية :

$3,25 \times 10^{-2}$; 31×10^{-3} ; 5199 ; $3,685 \times 10^{-2}$; $5,2 \times 10^{3}$

نشاط 8 الكتابة العلميّة لعدد عشري

1) حقّق أنّ $0,00243 = 0,0243 \times 10^{-1} = 0,243 \times 10^{-2} = 2,43 \times 10^{-3} = 243 \times 10^{-5}$

كلّ هذه الكتابات هي كتابات على صورة $a \times 10^{n}$ للعدد العشري 0,00243

في أيّ كتابة منها يستجيب العدد a للشرطين التّاليين :

* له رقم واحد قبل الفاصل ؟
* وهذ الرّقم لا يساوي0 ؟

هذه الكتابة تسمى الكتابة العمليّة للعدد العشري 0,00243

2) باستعمال الآلة الحاسبة أحسب

أ) 40000×9000000 ؛ ب) $0,00006 \times 0,000002$ ؛ ج) $68457932 : 0,000056$ ماذا تلاحظ ؟

الكتابة العلميّة لعدد عشري هي كتابته على صورة $a \times 10^{n}$ حيث n عدد صحيح

و a عدد عشري ذو رقم واحد قبل الفاصل وهذا الرّقم مخالف للرّقم 0

تطبيق 1

أعط الكتابات العلميّة للأعداد التّالية :

65487,456 ؛ $165,42 \times 10^{5}$ ؛ سبعة عشر مليارا ؛ مائة وخمسة وثلاثون مليونا.

تطبيق 2

نعتبر الأعداد التالية :

$0,235 \times 10^{-7}$ ؛ $7,49512 \times 10^{11}$ ؛ $1,75 \times 10^{4}$ ؛ $0,75 \times 10^{6}$ ؛ $9,03 \times 10^{6}$ ؛ $4,23 \times 2^{11}$

أ) أي هذه الأعداد مكتوب كتابة علميّة ؟

ب) أعط قيمة تقديريّة لكلّ عدد من الأعداد السّابقة.

تطبيق 3

احسب واكتب النّتيجة على صورة كتابة علميّة.

$0,532 + 235 \times 10^{-3}$ ؛ $0,235 \times 10^{4} \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-2}$ ؛ $10^{-2} + 10^{-1} + 10^{0} + 10^{2}$

$$\frac{270 \times 10^{2} \times 2,5 \times 10^{-5}}{7,5 \times 10^{7} \times 10^{5}}$$

تطبيق 4

تنجز الكرة الأرضيّة دورة كاملة حول الشّمس في 365 يوما و 6 ساعات. اعط كتابة علميّة لهذه المدّة بالثواني.

تطبيق 5

تقدّر كتلة الكرة الأرضيّة بـ 5980 مليار المليارطن. أعط كتابة علميّة لكتلتها بالكيلوغرام ثمّ أعط قيمة تقديريّة لهذه الكتلة.

نشاط 9 جبر عدد

انقل وأتمم تعمير الجدول التّالي

العدد	جبره برقمين بعد الفاصل	جبره برقم بعد الفاصل	جبره بالمئات	جبره بالعشرات
263,8179	....263,82.....	....263,8.....	.....300.....	.....260.....
2546,871	.....	.....	.....	.....
754,3728	.....	.....	.....	.....
164,191	.....	.....	.....	.....

أحوصل

* إذا كان x عددا كسريّا و n عددا صحيحا طبيعيّا أكبر من 1 فإن الكتابة x^n ترمز لجذاء n أعداد متساوية للعدد x

$x^n = x \times x \times x \times x \times \dots \times x$ (جذاء n أعداد مساوية لـ x)

الكتابة x^n تسمى قوّة للعدد x

العدد n يسمّى دليل هذه القوّة

$x^1 = x$

إذا كان x عددا مخالفا لصفر فإنّ $x^0 = 1$

إذا كان n عددا مخالفا لصفر فإن $0^n = 0$

---

* إذا كان عدد a مربّعا كاملا فإن الجذر التربيعي له هو العدد الموجب الّذي يكون مربعه مساويا للعدد a ونرمز له بـ $\sqrt{a}$

---

* إذا كان a عددا صحيحا نسبيّا مخالفا للصفر و n عددا صحيحا طبيعيّا فإنّ

الكتابة a^{-n} ترمز لمقلوب العدد a^n $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$

---

* إذا كان a و b عددين صحيحين نسبيين مخالفين للصفر و m و n عددين صحيحين نسبيّين فإنّ.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$; $(a^n)^m = a^{nxm}$; $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

الكتابة العلميّة لعدد عشري هي كتابته على صورة $a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري ذو رقم واحد قبل الفاصل وهذا الرّقم مخالف للرّقم 0

تمـــاريـــه

1 احسب

$(-\frac{5}{4})^3$; $(2,1)^2$; $(-3)^4$; $(-3,5)^2 \times (\frac{-3}{2})^4$

2 أكتب على صورة a^n حيث a و n عددان صحيحان نسبيان

$(-2)^7 \times (-2)^{-5} \times (-2)^{11}$; $\frac{(-7)^6 \times (-7)^{-12}}{(-7)^{-10}}$; $[(4)^7]^3$

$3^8 \times (-2)^8$; $10^{-14} \times (-5)^{-14}$; $\frac{25^{11}}{5^9}$; $\frac{16^5}{4^{-3}}$

$\frac{21^{12}}{7^{12}}$; $\frac{11^6}{99^6}$

3 أكتب كلّ جذاء من الجذاءات التّالية على صورة قوّة لعدد صحيح

$(-2)^7 \times (-2)^{-5} \times (-2)^{11}$; $\frac{(-7)^6 \times (-7)^{-12}}{(-7)^{-10}}$; $[(4)^7]^3$

4 1) أكتب كلّ مجموع من المجاميع التّالية على صورة قوّة.

$4 + 2^2$; $4 + 2^2 + 2^3$

$4 + 2^2 + 2^3 + 2^4$; $4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$

2) ما هو تخمينك بالنّسبة لـ :

$4 + 2^2 + 2^3 + \ldots 2^n$; $4 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{75}$

حيث n عدد صحيح طبيعي أكبر من 3

5 أكتب على صورة a^n حيث a عدد كسري نسبي و n عدد صحيح نسبي.

$\frac{(\frac{5}{4})^{-11}}{(\frac{5}{4})^{23}}$; $(-\frac{2}{3})^{14} \times (-\frac{2}{3})^{-7}$

$\frac{(-\frac{6}{7})^5}{(\frac{2}{3})^5}$; $\left[(-\frac{4}{5})^3\right]^7 \times (-\frac{64}{125})$; $\frac{10^{17} \times 2^{17}}{3^{17}}$;

6 احسب بأيسر طريقة

$A = 2^5 \times 13 \times 5^5$; $B = 2^4 \times 5^5 \times 20$;

$C = 4^2 \times 12,25 \times 5^4$; $D = (-2)^7 \times 2008^0 \times (-0,5)^7$

7 اختصر إلى أقصى حدّ العبارات التّالية حيث x و y عددان كسريّان نسبيّان.

$\frac{3x^4 \times (-5y^7)}{2x^3 \times 3y^2}$; $\frac{\left[(-4x^3)^6\right] \times y^4}{\left[8y^2\right]^6 \times x^7}$

8 a و b عددان كسريان حيث $ab^2 = 2$ احسب

$A = \frac{3a^3b^6}{ab^2}$ و $B = \frac{2(5a^2)^3b^{12}}{(5ab^2)^3}$

9 أثبت أن رقم آحاد عدد صحيح مربع كامل هو 0 أو 1 أو 4 أو 5 أو 6 أو 9

10 ما هو رقم آحاد 3^4 استنتج رقم آحاد 3^{1000}

11 أحسب $\sqrt{144}$; $\sqrt{361}$; $\sqrt{1369}$; $\sqrt{5^8}$; $\sqrt{10^{12}}$;

$\sqrt{55225}$; $\sqrt{\frac{25}{81}}$; $\sqrt{\frac{625}{169}}$; $\sqrt{132,25}$; $\sqrt{870,25}$

12 أحسب $\sqrt{11+6^2}$; $\sqrt{1111+56^2}$;

$\sqrt{111111+556^2}$; $\sqrt{11111111+5556^2}$;

ما تخمينك بالنّسبة لـ $\sqrt{111111111111+555556^2}$

13 أحسب

3^2+22 ; 33^2+222 ; 333^2+2222

ما تخمينك بالنّسبة لـ $3333333^2+2222222$

14 يقدّر عدد سكّان الكرة الأرضيّة بـ 5.8 مليار نسمة. يستهلك كلّ ساكن لترين من الماء يوميّا. عبّر بكتابة علميّة وبالمتر المكعب عن الاستهلاك اليومي لكافّة السكّان ثم اعط قيمة تقديرية لهذا الإستهلاك.

15 اعط الكتابة العلميّة وقيمة تقديريّة لكلّ عدد من الأعداد التّالية :

$9452,457$; $12,457 \times 10^{17}$; $0,000954 \times 10^{-15}$; 2456^{5} ; $(0,048)^{7}$

16 إذا كان 4،5 لتر من دم الإنسان تحتوي على $2,025 \times 10^{13}$ من الكويرات الحمر فما هو عدد الكويرات المحتواة في لتر واحد.

17 تبعد المجرّة المسمّاة «مجرّة M.87» عن الأرض بـ 50 مليون سنة ضوئيّة.

1) السنة الضوئيّة هي المسافة الّتي يقطعها الضوء في سنة بسرعة 3×10^{5} km/s
إعط قيمة تقديريّة بالكيلومتر للسّنة الضوئيّة. (باعتبار السنة 365 يوم و 6 ساعات).

2) عبّر بكتابة علميّة وبحساب الكيلومتر عن بعد هذه المجرّة عن الأرض.

3) تقدّر كتلة «مجرّة M.87 » بملياري مرّة كتلة الشمس. أحسب هذه الكتلة علما أن كتلة الشمس تقدّر بـ 2×10^{13} kg .

أنشطة حول العبارات الحرفيّة

محمد القزويني

هو أبو عبد الله بن زكريا بن محمد القزويني. ولد بقزوين في حدود سنة 650 هجرية وتوفي سنة 682 هجرية، اشتهر بالفلك، اشتغل بالقضاء مدة، ثم شغف بالفلك، والطبيعة، وعلوم الحياة، ولكن أعظم أعماله شأناً هي نظرياته في علم الرصد الجوي. أشهر مؤلفات القزويني كتابه المعروف (عجائب المخلوقات وغرائب الموجودات). فيه يصف القزويني السماء وما تحوي من كواكب وأجرام وبروج. كما تكلم عن الأرض وجبالها وأوديتها وأنهارها، وتحدث عن كرة الهواء، وعن الرياح ودورتها، وكرة الماء وبحارها وأحيائها، ثم تحدث عن اليابسة وما فيها من جماد ونبات وحيوان. وقد رتب ذلك ترتيباً أبجدياً دقيقاً.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

سلي إن جهلت النّاس عنّا وعنهم

فليس سواء عالم وجهول

السموأل

أنشطة حول العبارات الحرفيّة

نشر واختصار عبارات حرفيّة

نشاط 1

1 - انقل ثم أتمم الجدولين التالين

الشكل	مربع ضلعه c	مستطيل بعداه ℓ و L	قرص دائري شعاعه r
المحيط	4c		
المساحة			

الجسم	مكعب ضلعه c	متوازي مستطيلات أبعاده a و b و c	أسطوانة دائرية قائمة شعاعها r وارتفاعها h
المساحة الجملية S			
الحجم V		V = abc	

2 - أحسب باللتر حجم مكعب أبعاده 10 cm و 18,5 cm و 25,1 cm

3 - متوازي مستطيلات أبعاده 23 cm و 56 cm و 75,2 cm
ما هي مساحته الجملية ؟

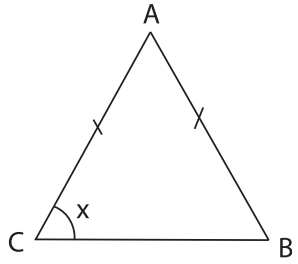
4 - أعط قيمة تقريبية بالمتر المكعب لحجم أسطوانة دائرية قائمة شعاعها 50 cm وارتفاعها 123 cm

نشاط 2

1 - خذ عددا أكبر من 5 ، اطرح منه 5 ، اضرب القيمة المتحصل عليها في6 ، أضف إلى الحاصل 30 ثم اقسم النتيجة على 6 ما هو العدد المتحصل عليه ؟
أعد نفس التمشي انطلاقا من عدد آخر . ماذا تلاحظ ؟ فسر ذلك

2 - خذ عددا واضربه في ثلاثة ، أضف 15 إلى ما تحصلت عليه . اقسم النتيجة على ثلاثة ثم اطرح العدد الذي اخترته في الأول .
قارن نتيجتك بنتائج زملائك. ماذا تلاحظ؟ فسر ذلك.

نشاط 3



عبّر بدلالة x عن قيس الزاوية $B\hat{A}C$

تمرين مرفوق بحل

عمر أب التلميذة شيماء خمسة أضعاف عمرها. وعمر أمّها يقلّ بعامين عن أربعة أضعاف عمرها.

1 – ليكن a عمر شيماء بالسّنوات.

أ– عبر بدلالة a عن عمر الأب

ب– عبر بدلالة a عن عمر الأم

ج – ما هو مجموع أعمار شيماء و أمها و أبيها ؟

2 – أ– كم يصبح عمر كل واحد منهم بعد 14 سنة ؟

ب– كم كان عمر كل واحد منهم قبل ثلاث سنوات ؟

ما هو الفرق بين

3 – أ – عمر الأب و ابنته ؟

ب – عمر الأم وابنتها ؟

ج – عمر الأب و الأم ؟

4 – أحسب عمر كل واحد منهم إذا علمت أنّ عمر شيماء 8 سنوات

الحل

1 – أ – إذا كان عمر شيماء a عاما فإن عمر أبيها هو 5a

ب– عمر أمها هو 2 - 4a

ج– مجموع أعمار شيماء و أمها و أبيها هو

$a + 5a + 4a - 2 = 10a - 2$

2 – أ – بعد 14 عاما يصبح عمر الأب $5a + 14$ وعمر الأمّ $(4a - 2) + 14 = 4a + 12$ وعمر شيماء $a + 14$

ب– قبل ثلاث سنوات

كان عمر الأب $5a - 3$

كان عمر شيماء $a - 3$

كان عمر الأم $(4a - 2) - 3 = 4a - 2 - 3 = 4a - 5$

3 – أ – الفرق بين عمر الأب و عمر ابنته هو

$5a - a = 4a$

ب– الفرق بين عمر الأم و عمر ابنتها هو

$(4a - 2) - a = 4a - 2 - a = 3a - 2$

ج– الفرق بين عمر الأب و عمر زوجته هو

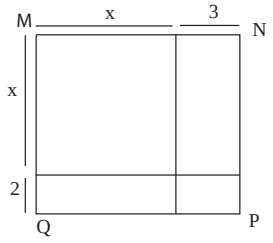
$5a - (4a - 2) = 5a - 4a + 2 = a + 2$

إذا كان عمر شيماء 8 سنوات فإن

4 – أ – عمر أبيها هو $5 \times 8 = 40$

ب– عمر أمّها $4 \times 8 - 2 = 32 - 2 = 30$

نشاط 4

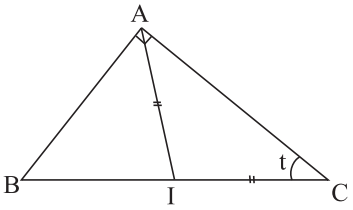


نعتبر المستطيل المقابل MNPQ

أحسب مساحته بدلالة x

أنشر وأختصر العبارة المتحصل عليها.

نشاط 5

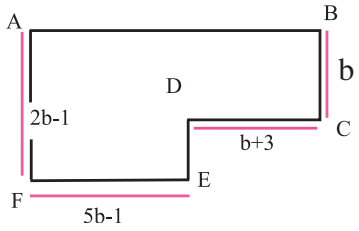


أ- عبر بدلالة t عن قيس الزوايا $A\hat{B}I$ و $A\hat{I}C$ و $B\hat{A}I$

ب- بين أن $A\hat{B}I$ مثلث متقايس الضلعين

ج- أثبت أن $A\hat{I}C = 2A\hat{B}I$

نشاط 6



نعتبر الشّكل التّالي حيث $b > 1$

أحسب البعدين AB و DE

أحسب قيس محيط هذا الشكل

تطبيق

انشر واختصر العبارات التالية حيث x و y و t و aأعداد كسرية نسبية

أ- $2(x + 3) + 3x - 5$

ب- $5(y-2)-3(y + 1)$

ج- $-3(3t + 2) + 2(-t - 1) + t + 1$

د- $\frac{a + 1}{2} + \frac{a - 3}{2}$

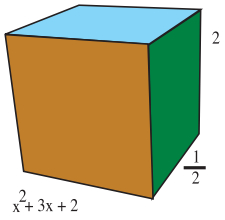
هـ- $\frac{2x + 3}{2} - \frac{x - 1}{3}$

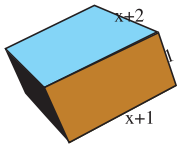
نشاط 7

نعتبر متوازيي المستطيلات التاليين:

1 - احسب حجم كل منهما

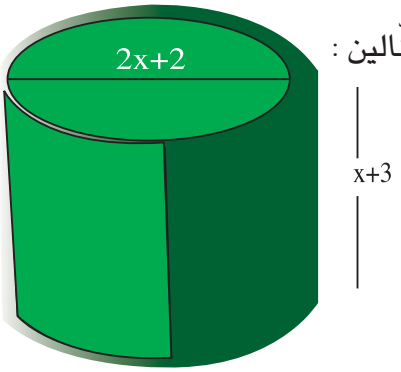
2 - قارن حجميهما

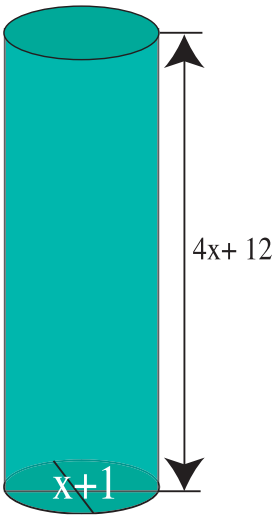




نشاط 8

قارن حجمي الجسمين التّالين :





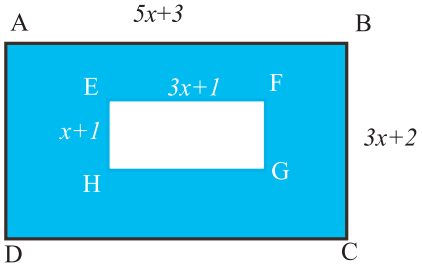
تطبيق

1 – انشر واختصر العبارة التالية $(x + 3)(x - 3)$ حيث x عدد كسري نسبي

2 – احسب ذهنيا 97×103 و 87×93

تمرين مرفق بحل

نعتبر الشكل التالي



1 – اعط عبارة مختصرة لمساحة المستطيل ABCD

2 – اعط عبارة مختصرة لمساحة المستطيل EFGH

3 – ما هو قيس مساحة الجزء الملون بالأزرق ؟

الحل

1 – مساحة المستطيل ABCD هي

$(5x + 3)(3x + 2) = 5x \times 3x + 5x \times 2 + 2 + 3 \times 3x + 3 \times 2$

$= 15x^2 + 10x + 9x + 6 = 15x^2 + 19x + 6$

2 – مساحة المستطيل EFGH هي

$(3x + 1)(x + 1) = 3x^2 + 4x + 1$

مساحة الجزء الملون هي الفرق بين مساحة المستطيل ABCD و مساحة المستطيل EFGH أي

$(15x^2 + 19x + 6) - (3x^2 + 4x + 1) = 15x^2 + 19x + 6 - 3x^2 - 4x - 1$

$= (15x^2 - 3x^2) + (19x - 4x) + 6 - 1$

$= 12x^2 + 15x + 5$

نشاط 9

1) أنشر واختصر العبارات التّالية حيث x و y و z أعداد كسريّة نسبيّة :

$A = x^2 - (x + 1)(x - 1)$ ،

$B = y^2 - (y - 2)(y + 2)$ $C = z^2 - (z - 3)(z + 3)$

2) أحسب ذهنيّا :

أ) $(987988)^2 - (987987)(987989)$

ب) $(123456785)^2 - (123456783)(123456787)$

ج) $(253564)^2 - (253561)(253567)$

3) أنسج أسئلة على منوال ما ورد في السّؤال الثّاني وأجب عنها.

تفكيك عبارات حرفية

نشاط 10

نعتبر الجذاءات التالية $3a$ ، $3b$ ، $3(x + 2)$ ، $a(x + 2)$ ، $(2t + 1)(x - 1)$ ، $(2t + 1)(x + 2)$

حيث a و b و x و t أعداد كسرية نسبية

1 – أ– ما هو العامل المشترك بين $3a$ ، $3b$ ، $3(x + 2)$

ب – اكتب في صيغة جذاء العبارات التالية $3a + 3b$ ، $3b + 3$ ، $3 - 3a + 3(x + 2)$

2 – أ– ما هو العامل المشترك بين $3(x + 2)$ ، $a(x + 2)$ ، $(2t + 1)(x + 2)$

ب– اكتب في صيغة جذاء العبارات التالية $a(x + 2) + (2t + 1)(x + 2)$ ، $3(x + 2) - a(x + 2)$

3 – أكتب في صيغة جذاء العبارات التالية $7a^3 - 8a^5$ ؛ $5x^3 - x^2$ ؛ $21t^2y - 15ty^2$

تفكيك عبارة حرفيّة يعني
كتابتها في صيغة جذاء.

نشاط 11

1 – لتكن العبارات $A = (x - 1)(2x + 3)$ و $B = 10x - 10$ و $C = -14x - 21$ حيث x كسري نسبي :

أ– فكك إلى جذاء عوامل العبارة B و العبارة C

ب– استنتج تفكيكا للعبارة $D = A + B = (x - 1)(2x + 3) + 10x - 10$

ت– فكك إلى جذاء عوامل العبارة $E = (x-1)(2x + 3) - 14x - 21$

تمرين مرفق بحلّ

فكّك إلى جذاء العبارتين A و B التّاليتين حيث a و b عددان كسريّان نسبيّان

$A = (x-1)(2x+3)+2x-2$; $B = (a^2+3)(2a-1)-(4a^2-2a)$

الحلّ

تفكيك العبارة A

لا نلاحظ من أوّل وهلة عاملا مشتركا ولكن يمكن تفكيك $2x-2$ كالتّالي $2x-2=2(x-1)$

فيصبح لدينا $A=(x-1)(2x+3)+2(x-1)$

وفي هذه الكتابة للعبارة A نلاحظ $(x-1)$ عاملا مشتركا إذن $A=(x-1)[(2x+3)+2]$

$A=(x-1)(2x+5)$

تفكيك العبارة B

نلاحظ أنّه بإمكاننا كتابة العبارة $4a^2-2a$ في صيغة جذاء كما يلي $4a^2-2a=2a(2a-1)$

ويمكن إذا كتابة العبارة B كالتّالي :

$B=(a^2+3)(2a-1)-2a(2a-1)$

$B=(2a-1)[(a^2+3)-2a]$

$B=(2a-1)(a^2-2a+3)$

تطبيق

1 أنسج على منوال التّمرين السّابق وفكّك إلى جذاء عوامل ما يلي حيث a و b و x و y و z أعداد كسريّة نسبيّة :

$A=(2a+2)(y-5)-25+10y$ $\quad B=b(3a^2-1)+9a^2-3$

$C=3x+6+7(x+2)^2$ $\quad D=(x^2-1)(2z-1)-(4z-2)(x-5)$

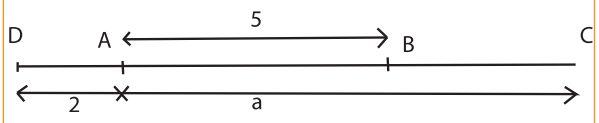
2 فكّك إلى جذاء عوامل العبارات التّالية حيث a و b و x و y أعداد كسريّة نسبيّة

$A=ax-ay+3bx-3by$ $\quad B=xy-x-y+1$ $\quad C=xy-3x-2y+6$

تمـــاريـــه

1 تأمل الشكل التالي و عبر بدلالة a عن

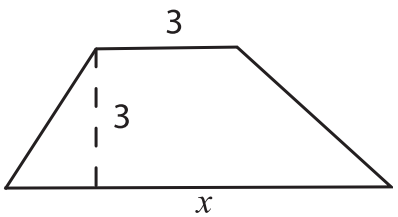
- طول القطعة [BC]
- طول القطعة [BD]
- جد a بحيث تكون النقطة B منتصف [DC]



2 أ– احسب بدلالة x مساحة شبه المنحرف التالي

ب– احسب قيس هذه المساحة في كل من الحالات التالية

أ) $x = 8$ ، ب) $x = \frac{16}{3}$



3 عمر أحمد a سنوات و عمر مروى b سنوات

* كم يصبح عمر كل منهما بعد 5 سنوات ؟
* ما هو مجموع أعمارهما بعد 10 سنوات ؟

4 نعتبر x عددا كسريّا نسبيا

احسب بدلالة x النتيجة المتحصل عليها في كل حالة من الحالات التالية

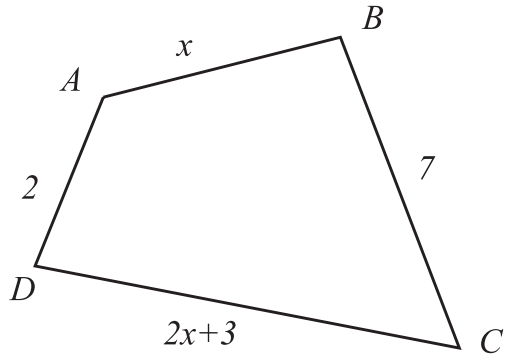
أ – نضرب العدد x في 3 ونضيف للحاصل 7

ب - نضيف5 للعددx ونضرب الحاصل في ثلثين

ج– نطرح $\frac{3}{4}$ من العدد x ونضرب الحاصل في 10

5 1 – أعط عبارة مختصرة بدلالة x لمحيط المضلع ABCD

2 – احسب هذا المحيط في كل حالة من الحالات التالية : أ) $x = 6$ ب) $x = \frac{5}{2}$ ج) $x = \frac{7}{5}$



6 اختصر العبارتين التاليتين حيث a و x عددين كسريين نسبيين

أ– $A = 3x - 1 + \frac{2x + 1}{6}$

ب– $B = \frac{2a + 1}{5} - \frac{a - 2}{3} + \frac{1 - 2a}{2}$

7 أنشر واختصر العبارات التالية حيث a و t و x أعداد كسريّة نسبية

أ– $(x + 1)(x - 3)$

ب– $(3a + 1)(a - 5)$

ج– $(t - 1)(t^2 + t + 1)$

د– $\left(\frac{3}{4}x - 2\right)\left(\frac{5}{3}x + 4\right)$

ح– $\left(a + \frac{1}{2}\right)(2a + 4)$

8 فكّ إلى جذاء عوامل ما يلي :

أ) $D = 15a - 35b + 10$

ب) $B = 15x^3 - 21x^2$

ج) $C = 3x^2 - 6xy + 15x$

د) $A = 3(x - 2) - 3(2x + 1)$

9 فكّ إلى جذاء عوامل ما يلي حيث a و b و x و y أعداد كسريّة نسبيّة

$E = (2x + 3)(y - 4) - (2y - 7)(2x + 3)$

$F = x^2 - a - (3a + 5)(2a - 2)$

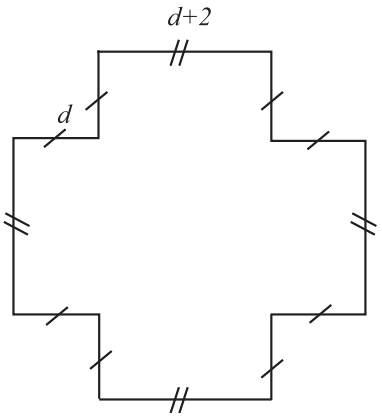
$G = ab - 15 + 3a - 5b$

$H = xy + 22 - 11x - 2y$

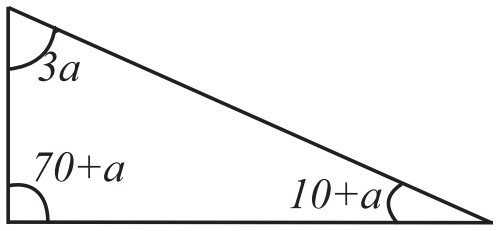
10 نعتبر الشّكل التّالي :

1 – أعط عبارة مختصرة بدلالة d لقيس محيطه

2 – أعط عبارة مختصرة بدلالة d لقيس مساحته



12 أثبت أن المثلّث المقابل قائم.



13 اعط عبارة مختصرة بدلالة x للمساحة الجمليّة لمتوازي المستطيلات قائم أبعادهx و1+ x و 2+ x

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

ابن البيطار

هو ضياء الدين أبو محمد عبد الله بن أحمد المالقي ولد في الأندلس حوالي سنة 1197 وتوفي في دمشق سنة 1248. يعتبر ابن البيطار أعظم عالم نباتي ظهر في القرون الوسطى ومن أكثر العلماء إنتاجاً، درس النباتات وخواصها في بلاد واسعة، وكان لأبحاثه الأثر الكبير في السير بهذا العالم خطوات مهمة ، ضمّن كتابه "الجامع لمفردات الأدوية والأغذية" شروحاً مفصّلة لعدد كبير من الأدوية (1400 دواء بين نباتي وحيواني ومعدني، ومنها 300 دواء جديد من ابتكاره الخاص) معتمداً على مؤلفات (أكثر من مائة وخمسين كتاباً بينها عشرون كتابا يونانياً)

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

اقرن بقولك فعلا ما به خلل

لا يصدق القول حتّى يصدق العمل

إبراهيم الحارصي

المعادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد

أستحضر

1 احتفلت تونس سنة 2006 بمرور 600 سنة على وفاة العلامة عبد الرّحمان بن خلدون.
في أيّ سنة ولد هذا العلامة إذا علمت أنّه عاش 74 سنة ؟

2 – أكمل في كل مرة النقاط بما يناسب

$7\ x\ \ldots = 4$; $\frac{\ldots}{5} = -2$; $\frac{12}{\ldots} = \frac{3}{5}$; $\frac{1}{5} + \ldots = \frac{3}{5}$

3 x و y عددان كسريان نسبيان بحيث $2x = 3y$
قارن العبارات التّالية معلّلا جوابك.

أ– $2x + \frac{1}{2}$ و $3y - \frac{1}{2}$

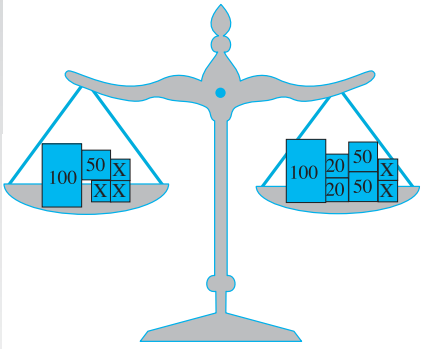
ب– $2x - \frac{5}{9}$ و $3y - \frac{5}{9}$

ج– $-18x$ و $-27y$

د– $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}$ و $\frac{3}{5}y - \frac{1}{3}$

أستكشف وأطبّق

نشاط 1



تمثل الصورة المقابلة كفّتي ميزان متوازيتين

1 – عبر بدلالة x عن هذا التوازن

2 – أنقصنا من كل كفة $2x$ غراما، هل يختل التوازن ؟
عبّر عن ذلك بمساواة

3 – أنقصنا بعد ذلك من كل كفّة 150 غراما، هل يختل التوازن ؟ عبر عن ذلك بمساواة أخرى.

4 – ما هي قيمة x ؟

نشاط 2

نريد التعرف إلى بعدي مستطيل نصف محيطه 61 مترا و يزيد طوله عن عرضه بـ11مترا
نرمز بـ ℓ لعرض هذا المستطيل

1 ـ عبر بدلالة ℓ عن نصف محيط المستطيل

2 ـ عبر بمساواة على المعطى التالي «نصف محيط المستطيل يساوي 61 مترا»

3 ـ هل يمكن أن يكون العرض 15 مترا ؟ 30 مترا ؟ 100 مترا ؟

4 – ما هما بعدا المستطيل ؟

5 – تحقّق من مطابقة هذين البعدين مع المعطيات.

نشاط 3

نعتبر المثلث ABC حيث $AB = 2x + 1$ و $AC = 7x - 19$ و $BC = 4x + 12$ و x عدد كسري حيث $6<x<25$

1 – أ – بين أنّ $7x - 19 = 2x + 1$ يعني $5x = 20$

ب– استنتج قيمة العدد x بحيث $7x - 19 = 2x + 1$

ج– هل يمكن أن يتقايس الضلعان [AB] و [AC] ؟

2 – أ– ابحث عن العدد x ليكون المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية C.

ب– هل يمكن أن يتقايس الضلعان [AB] و [BC] ؟

3 – ما هي أبعاد هذا المثلث إذا علمت أنّ محيطه يساوي 124 cm ؟

في الأنشطة السابقة تعرضنا لكتابات من نوع

$13x = 130$; $7x - 19 = 2x - 1$; $7x - 19 = 4x + 2$; $2\ell + 11 = 61$; $2\ell = 50$

وهي كتابات كلها من نوع $ax=b$ أو $a\ell = b$ حيث a و b عددان كسريان معلومان و a مخالف للصّفر.
كل كتابة من هذه الكتابات تسمى معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

في المعادلة $ax=b$:
x يسمى المجهول
ax يسمى الطرف الأول للمعادلة
b يسمى الطرف الثاني للمعادلة

يتمثل حلّ هذه المعادلة في البحث عن العدد المجهول x الذي يحقق المساواة $ax=b$

تطبيق

1 – أ – حولّ الكتابة $\frac{x+1}{2} = 4x - 1$ إلى كتابة من نوع ax=b

ب – حلّ في $\mathbb{Q}$ المعادلة $\frac{x+1}{2} = 4x - 1$

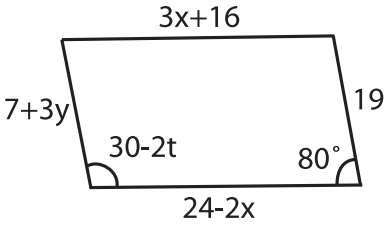
2 – نعتبر المعادلة $3t + 1 + \frac{t-1}{4} = \frac{2t+3}{2}$

أ – حوّل كتابة هذه المعادلة إلى كتابة من نوع $at = b$

ب – حلّ في $\mathbb{Q}$ هذه المعادلة

3 – نعتبر متوازي الأضلاع المقابل

ابحث عن أقيسة أضلاعه وزواياه

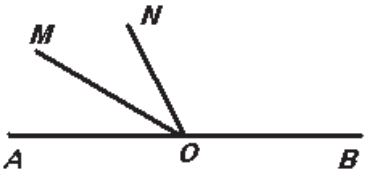


تمرين مرفق بحل 1

في الشكل التالي لدينا A , O , B على استقامة واحدة

و $\widehat{AOM} = 2\widehat{MON}$ و $\widehat{BON} = 3\widehat{MON}$

ابحث عن $\widehat{AOM}$ و $\widehat{MON}$ و $\widehat{BON}$



الحل

نرمز بـ x لقيس الزاوية $\widehat{AOM}$

نترجم المعطيات كما يلي $\widehat{MON} = 2\widehat{AOM}$ يعني $\widehat{MON} = 2x$

و $\widehat{BON} = 3\widehat{MON}$ يعني $\widehat{BON} = 3(2x) = 6x$

بما أن A وO وB على استقامة واحدة فإنّ $\widehat{AOM} + \widehat{MON} + \widehat{BON} = 180°$

يعني $x + 2x + 6x = 180°$

يعني $9x = 180$

يعني $x = \frac{180}{9} = 20°$

إذا فإن أقيسة الزوايا هي كالتالي $\widehat{AOM} = 20°$, $\widehat{MON} = 40°$, $\widehat{BON} = 120°$

يمكننا التثبت من مطابقة ما توصلنا إليه مع المعطيات $\widehat{MON} = 40° = 2\widehat{AON}$

$\widehat{BON} = 120° = 3\widehat{MON}$

تمرين مرفق بحل 2

حوض على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مستطيل
بعداه بالصنتمتر 30 و48.
وضعنا فيه 18 لترا من الماء
ما هو ارتفاع الماء في هذا الحوض ؟

الحل

نرمز إلى ارتفاع الماء بـ h
حجم الماء هو :

$$V = 48 \times 30 \times h$$

$$V = 1440h \text{ cm}^3$$

و بما أنّ حجم الماء هو 18 لترا أي 18000 cm^3
إذا لدينا $1440h = 18000$
و بالتالي فإن ارتفاع الماء في الحوض بالصّنتمتر يساوي $h = \frac{18000}{1440} = 12,5$

تمرين مرفق بحل 3

مبلغ مالي قدره 270 دينارا متكون من أوراق نقدية من فئة 5 دنانير و10دنانير و20 دينارا .
عدد الأوراق من فئة 5 دنانير يفوق بـ3 عدد الأوراق من فئة 20 دينارا.
وعدد الأوراق من فئة 10 دنانير هو ثلاثة أضعاف عدد الأوراق من فئة 5 دنانير
ما هو عدد الأوراق النّقديّة من كلّ فئة ؟

الحل

نرمز بـ x لعدد الأوراق النّقديّة من فئة العشرين دينارا
عدد الأوراق من فئة 5 دنانير هو إذا $x + 3$ وعدد الأوراق من العشرة دنانير هو $3(x + 3)$
إذا لدينا $20x + 5(x +3) + 10 \times 3(x + 3) = 270$
بعد النّشر والاختزال نتوصل إلى المعادلة التّالية

$$55x + 105 = 270$$

يعني $55x = 270 - 105 = 165$
يعني $x = 3$

وبالتالي لدينا 3 أوراق من فئة 20 دينارا و18 ورقة من فئة10دنانير و 6 أوراق من فئة 5دنانير.
علينا الآن التّأكّد من مطابقة ما توصّلنا إليه مع المعطيات
3 أوراق من فئة 20 دينارا تُعطي مبلغا يساوي60 دينارا
18ورقة كم فئة10 دنانير تُعطي مبلغا يساوي 180 دينارا
6 أوراق من فئة 5 دنانير تُعطي مبلغا يساوي 30 دينارا
وبذلك فإنّ المبلغ الجملي هو $270 = 30 + 180 + 60$

نشاط 4

لحل التمرين السابق توخّينا عدّة مراحل وهي

حل المعادلة – اختيار المجهول – التأكد من مطابقة الحل مع المعطيات – كتابة الوضعية في صيغة معادلة.

رتب هذه المراحل.

معادلات يؤول حلّها إلى حلّ معادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد

نشاط 1

حل في $\mathbb{Q}$ المعادلات التالية :

أ. $(2x + 3)(x - 1) = 0$ ب. $t(3t + 5) = 0$ ج. $(3x + \frac{1}{2})(\frac{5}{4}x - \frac{1}{3})$

د. $x^2 - x = 0$ ت. $(2x - 5)(x - 1)(1 - 2x) = 0$ ك. $3x^2 + 5x = 0$

نشاط 2

لتكن العبارة $A = (3x - 2)(2x - 5) + 6x - 4$ حيث x عدد كسري نسبي.

بين ان $A = (3x - 2)(2x - 3)$

حل في $\mathbb{Q}$ المعادلة $A=0$

تطبيق

أ- فكّك العبارات التّالية إلى جذاء عوامل :

$A = 8x - 2 + (x - 1)(4x - 1)$; $B = t(t + 1) + 2t + 2$; $C = y^2 - 3y - (y - 2)(y - 3)$

ب- حلّ في $\mathbb{Q}$ المعادلات التالية $A = 0$; $B = 0$; $C = 0$

نشاط 3

ما هو العدد الذي إذا طرحناه من بسط و مقام العدد الكسري $\frac{4}{5}$ نتحصّل على $\frac{5}{4}$ ؟

مسائل يؤول حلّها إلى حلّ معادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد

مسألة 1 (مرفقة بحل)

دخل جمع من التلاميذ إلى قاعة عرض مجهزة بأرائك لو أجلسنا 5 تلاميذ على كل أريكة يبقى بهذه القاعة 12 مكانا شاغرا و لو أجلسنا 4 تلاميذ على كل أريكة، لا يجد 3 تلاميذ منهم مكانا للجلوس.

ما هو عدد التلاميذ ؟

الحلّ

نرمز لعدد الأرائك بـ x

لو أجلسنا 5 تلاميذ على كل أريكة، يبقى بهذه القاعة 12 مكانا شاغرا، إذا فإن عدد التلاميذ هو 5x - 12

لو أجلسنا 4 تلاميذ على كل أريكة يبقى 3 تلاميذ بدون مقاعد إذا فإن عدد التلاميذ هو 4 x + 3

وبما ان عدد التلاميذ هو نفسه في الحالتين إذا لدينا 5 x — 12 = 4x + 3 يعني x = 15

وبالتالي فبهذه القاعة 15 أريكة و عدد التلاميذ 5 x 15 — 12 أو 4 x 15 + 3 أي 63 تلميذا

مسألة 2

رجل عمره 62 سنة له ابن عمره 40 سنة وحفيد عمره 12 سنة

قال الرجل لابنه و حفيده : «قبل أن يبلغ سني 75 سنة سوف يصبح مجموع عمريكما مساويا لعمري»

هل هو محق فيما قال ؟

مسألة 3

مبلغ مالي قدره 100 دينارا متكوّن من 12 ورقة نقدية بعضها من فئة 5 دنانير و البقية من فئة 10 دنانير.

ما هو عدد الأوراق من كل فئة ؟

مسألة 4

للاشتراك في الإنترنت تقدّم شخص إلى شركتين

عرضت عليه الأولى خدماتها كالتالي

– معلوم الإشتراك الشهري 6 دنانير

– 5 ساعات إبحار على الأنترنات مجانا ثم وبعد انقضاء الخمس ساعات، تفوتر الساعة بحساب دينارين لكل ساعة.

عرضت عليه الثانية خدماتها كالتالي :

– معلوم الإشتراك الشهري 18 دينارا

– يمكن له الإبحار كما يشاء (دون تحديد سقف لساعات الإبحار)

– ما هي الشركة الأنسب إذا كان معدل ساعات الإبحار شهريا هو 7 ساعات

– ما هي الشركة الأنسب إذا كان معدل ساعات الإبحار شهريا هو 15 ساعة

– ما هو عدد ساعات الإبحار على الإنترنت التي تكون فيها معاليم الإشتراك متساوية عند هاتين الشركتين.

مسألة 5 (مرفقة بحل)

قطع درّاج المسافة الفاصلة بين مدينتين ذهابا وإيابا بمعدل سرعة 30km/h في الذهاب و 20km/h في الإياب.

ما هو معدل سرعة هذا الدرّاج "ذهابا وإيابا".

الحلّ

نرمز بـ d للمسافة الفاصلة بين المدينتين وبـv لمعدّل السّرعة "ذهابا وإيّابا" الّذي نبحث عنه.

المسافة الجمليّة المقطوعة ذهابا وإيّابا هي 2d

الوقت الّذي قضّاه هذا الدّراج في الذّهاب هو $\frac{d}{30}$

الوقت الّذي قضّاه هذا الدّراج في الايّاب هو $\frac{d}{20}$

إذا الوقت الّذي قضّاه "ذهابا وإيّابا هو من ناحية $\frac{2d}{v}$

هو من ناحية أخرى فهو مجموع الوقت المقضي في الذّهاب والإيّاب أي $\frac{d}{30}+\frac{d}{20}$

إذا $\frac{5d}{60}=\frac{3d}{60}+\frac{2d}{60}$ يعني $\frac{5d}{60}=\frac{2d}{v}$

وبالتّالي فلدينا $\frac{5d}{2d}=\frac{60}{v}$ يعني $\frac{5}{2}=\frac{60}{v}$ يعني

(جذاء الوسطين يساوي جذاء الطّرفين) أي $5v = 120$

يعني $v = 24km/h$ إذا معدل سرعة هذا الدراج "ذهابا وإيابا" هو $v = 24km/h$

(و ليس 25km/h كما يتبادر لذهن البعض)

مسألة 6

لاحظ الجدول التالي ثمّ ضع في كلّ خانة العدد المناسب إذا علمت أنّه بداية من الخانة الثالثة (من اليسار إلى اليمين) كلّ عدد هو مجموع العددين الموجودين بالخانتين السابقتين.

1	...	...	...	...	...	...	— 35

مسألة 7

كُلّف فريق من عمّال البناء ببناء حائطين لهما نفس الارتفاع وطول أحدهما ضعف طول الآخر.

اشتغل هؤلاء العمّال بنفس الطريقة و على نفس الوتيرة

في اليوم الأوّل اشتغل كلّ العمّال فأنجزوا جزءا من الحائط الكبير.

في اليوم الثاني نصف عدد العمّال أتمّ بناء الحائط الكبير فأكمله والنصف الآخر من العمّال أنجز بناء جزء من الحائط الصغير.

في اليوم الثالث والأخير انشغل عاملان فقط فأتمّا بناء الحائط الصغير.

ما هو العدد الجملي للعمّال ؟

مسألة 8

لرجل عدد من البيضات.

أكل في اليوم الأول نصف عددها و نصف بيضة .

أكل في اليوم الثاني نصف ما تبقى و نصف بيضة،

ثم أكل في اليوم الثالث نصف ما تبقى و نصف بيضة ولم يبق له بعد ذلك أيّة بيضة.

ما هو عدد البيضات ؟

تمـــاريـــه

1 حلّ في $\mathbb{Q}$ المعادلات التالية :

أ) $2x+1-\frac{x}{5}=3$ ، ب) $\frac{1}{2}x+\frac{x-1}{3}=\frac{2}{7}$ ،

ج) $\frac{t+1}{5}-2\frac{t-1}{3}=\frac{1}{5}$ ،

د) $\frac{2y-7}{3}-\frac{y-2}{2}=y-3-\frac{y+1}{5}$

2 ابحث عن كتابة كسرية للعدد $\frac{5}{7}$ يكون مجموع بسطها و مقامها 132

3 لتنظيم رحلة لتلاميذها اكترت مدرسة إعدادية حافلات بعضها كبير يتسع لـ 56 راكبا وبعضها لا يتسع إلا لـ 44 راكبا.عدد الحافلات الكبيرة يفوق بـ 4 عدد الحافلات الأخرى.

ما هو عدد الحافلات من كل صنف إذا علمت أن عدد المشاركين في الرحلة 624 وأنّ كل المقاعد مشغولة ؟

4 اشترى شخص جهاز تلفزة و دفع ثمنه على ثلاثة أقساط.

قيمة القسط الأول : ثلث الثمن

قيمة القسط الثاني : خمسي المبلغ المتبقي

قيمة القسط الثالث والأخير : 132 دينارا

ما هو ثمن جهاز التلفزة

5 مخزن حبوب مقسم إلى جزئين.

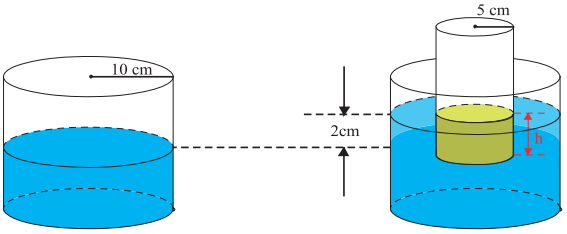
جزء به 58 طنا و جزء به 76 طنا بقي 52 طنا من الحبوب يتحتم تخزينها. كيف يمكن توزيعها على الجزأين لكي تصبح كمية الحبوب فيها متساوية ؟

6 DIOPHANTE هو عالم رياضيات. استغرقت طفولته $\frac{1}{6}$ من عمره. تزوج بعد طفولته بـ $\frac{1}{12}$ من عمره وعاش بعد زواجه خمس سنوات و $\frac{1}{7}$ من عمره دون أطفال.

ثم أنجب طفلا شاء القدر أن يعيش نصف ما عاشه أبوه. توفي DIOPHANTE بعد وفاة الابن بـ 4 سنوات. كم سنة عاش DIOPHANTE ؟

7 تأمّل الصّورة التّالية واحسب :

حجم جزء الإسطوانة الصّغرى المغمّس في السّائل وارتفاع هذا الجزء.



8 مجموع أعمار تلاميذ قسم بمدرسة ابتدائيّة يساوي 208 سنة .

كلّ تلاميذ هذا القسم لهم نفس العمر (بالسّنوات) إلاّ ثلاثة. إثنان يزيد عمر كلّ منهما سنة عن سنّ زملائهم والآخر يقلّ سنّه بسنة عن سنّ زملائه.

ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

ما هو سنّ كلّ واحد منهم ؟

9 معلوم الاشتراك السنوي في إحدى المجلاّت العلمية يقدّر بـ 50 دينار و عدد المشتركين فيها 700 .

بعد دراسة إحصائية لاحظ صاحب المجلّة أنّ عدد المشتركين يزيد بـ 20 عند كلّ تخفيض بدينار في معلوم الاشتراك.

ما هو مقدار التخفيض الّذي يضمن نفس الدّخل؟

(مقدار التخفيض بالدينار هو عدد صحيح)

10 انطلق درّاج على الساعة الثامنة صباحا من مدينة A إلى مدينة B تبعد عنها 60 km بسرعة يقدّر معدّلها بـ 24 km/h .

قبل وصوله انفلقت احدى العجلات فأكمل المسافة المتبقية سيرا على الأقدام بسرعة يقدّر معدّلها بـ 4 km/h فكان وصوله على الساعة 11h20mn.

ما هي المسافة التي قطعها سيرا على الأقدام ؟

11 ضع الرقم المناسب في كلّ خانة علما أنّه انطلاقا من اليسار إلى اليمين مجموع الأرقام بكل ثلاث خانات متتالية يساوي 20 .

....	....	7	....	....	....	....	....	....	....	9	....

12 في قرية تقطن 1250 عائلة بعض هذه العائلات يملك درّاجة واحدة وبعضها يملك دراجتين و البعض الآخر يملك ثلاث دراجات. ما هو العدد الجملي للدراجات بهذه القرية علما أنّ عدد العائلات التي تملك ثلاث دراجات يساوي عدد العائلات التي تملك دراجة واحدة ؟

13 انطلقت حافلة من مدينة A إلى مدينة B بمعدّل سرعة يساوي 80 km/h وانطلقت أخرى في نفس الوقت من المدينة B إلى المدينة A بمعدّل سرعة يساوي 64 km/h متى و في أيّ نقطة تتقابل الحافلتان علما أن المسافة الفاصلة بين المدينتين هي 18 km

14

وهبت له ثلثا من العمر كاملا و ربعا وسدسا ثمّ ثمنا فأعرضا
وقال قليل قلت عندي زيادة فأهديته ثلثين من سبع مامضا
وأبقيت لي عشرين عاما أعيشها وذاك قليل للفتى إن تمرّضا.

ما هو عدد السنوات التي وهبها وأهداها من عمره صاحب هذه الأبيات ؟

التّناسب

الشريف الإدريسي : رائد علم الجغرافيا

اسمه أبو عبد الله محمد بن محمد ابن عبد الله بن إدريس الصقلي ولد في مدينة سبتة شمال المغرب عام 493 هـ (1100 ميلادية) و مات عام 560 هـ (1166م) ،. أحد كبار الجغرافيين في التاريخ، كما أنه كتب في التاريخ، والأدب، والشعر، والنبات ودرس الفلسفة، والطب، والنجوم، والجغرافيا، والشعر في قرطبة. استخدمت مصوراته وخرائطه في سائر كشوف عصر النهضة الأوربية .كتابه نزهة المشتاق في اختراق الآفاق ، ضمن كل ما عرفه الأقدمون من معلومات زاد عليها ما اكتسبه هو و ما رآه و رصده في أسفاره و رحلاته و فيه نيف و سبعين خريطة ، وهذا الكتاب ظل مرجعا للعلماء الأوربيون لمدة أربت على ثلثمائة سنة.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

الحكمة هي إعمال العقل كما ينبغي متى ينبغي كيفما ينبغي

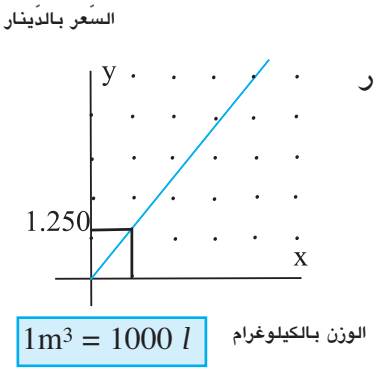
بسكويه

التّناسب

أستحضر

1 تسيرسيارة بمعدل سرعة 70 km/h وتسير أخرى بمعدل سرعة 30 m/s. أيهما أسرع ؟

2 يقدم الرسم المقابل تمثيلا بيانيالسعر نوع من الفواكه بالدينار حسب وزنه بالكيلوغرام. سعر الكيلوغرام الواحد : 1,250 د



أ– ماهو ثمن 0,5 kg ; 3 kg

ب– دفع مواطن 5,250د ثمن ماشتراه من هذه الفاكهة.
كم اشترى هذا المواطن ،بالكيلوغرام، من هذه الفاكهة ؟

$1m^3 = 1000\ l$

3 قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداهاm 125 و 100 m
أرسم تصميما لهذه القطعة بالسلم $\frac{1}{2500}$.

4 تستخرج مضخة مياه خمسة عشر لترا في الثانية (15 *l/s*)
كم تستخرج من متر مكعب في الساعة ؟

1

5 بإحدى المدارس الإعدادية :
500 تلميذ بالسنة السابعة أساسي نصفهم إناث.
300 تلميذ بالسنة الثامنة أساسي 40% منهم إناث.
200 تلميذ بالسنة التاسعة أساسي60% منهم إناث.
نسبة الإناث بهذه الإعدادية هل هي 50 % ؟ أم 75 % ؟ أم 49 % ؟ علل إجابتك.

أستكشف

نشاط 1

يمثل الجدولان التاليان الأثمان الأصلية والتخفيضات التي اعتمدها تاجران بإحدى الفضاءات التجارية لأربعة أصناف من البضائع.

التّاجر الأوّل

الثمن الأصلي بالدّينار	4	6	10	16
قيمة التّخفيض بالدّينار	0,480	0,720	1,200	1,920

التّاجر الثّاني

الثمن الأصلي بالدّينار	8	10	15	20
قيمة التّخفيض بالدّينار	0,760	2	1,5	3

1 ـ انقل وأتمم تعمير الجدولين التّاليين

التّاجر الأوّل

الثمن الأصلي بالدّينار	4	6	10	16
قيمة التّخفيض بالدّينار	0,480	0,720	1,200	1,920
نسبة التّخفيض في صيغة عدد كسري	$\frac{3}{25}$			
النّسبة المأويّة للتّخفيض	12%			

التّاجر الثّاني

الثمن الأصلي بالدّينار	8	10	15	20
قيمة التّخفيض بالدّينار	0,760	2	1,5	3
نسبة التّخفيض في صيغة عدد كسري				$\frac{3}{20}$
النّسبة المأويّة للتّخفيض				15%

أي التّاجرين اعتمد نسبة تخفيض ثابتة ؟

نلاحظ أنّ $\frac{12}{100} = \frac{3}{25} = \frac{1,920}{16} = \frac{1,200}{10} = \frac{0,420}{6} = \frac{0,480}{4}$

نقول بالنسبة لهذا التاجر أن التخفيض متناسب مع الثمن وأن التخفيضات 0,480 0,720 1,200 و1,920 متناسبة مع الأثمان 4، 6، 10، 16

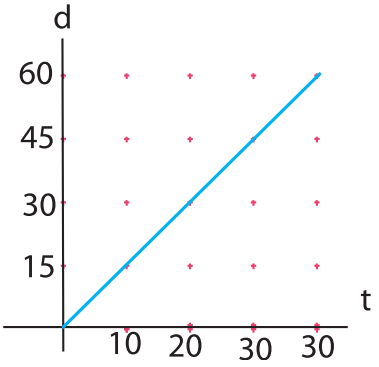
العدد $\frac{3}{25}$ يسمى عامل التناسب و12% تسمى النسبة المأوية للتخفيض.

نشاط 2

خرجت سيّارتان من مدينة في اتّجاه مدينة أخرى تبعد عنها 60 km .

الوضعيّة الأولى

يمثّل الرّسم(I)أسفله المسافة d التي قطعتها السيّارة الأولى (بالكيلومتر) حسب مدّة سيرها t بالدّقيقة.



1) انقل الجدول التّالي وأتممه

مدّة السّير t بالدّقائق	10	20	30	40
المسافة المقطوعة d بالكيلومتر	15			
$\frac{d}{t}$	$\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$			

2) هل أنّ المتغيّرين d و t متناسبان ؟

الوضعيّة الثّانية

يمثّل الجدول(II) أسفله المسافة التي قطعتها السيّارة الثّانية (بالكيلومتر) حسب مدّة سيرها t بالدّقيقة.

مدّة السّير t بالدّقائق	10	20	30	40
المسافة المقطوعة d	20	30	50	60

1) انقل الجدول التّالي وأتممه

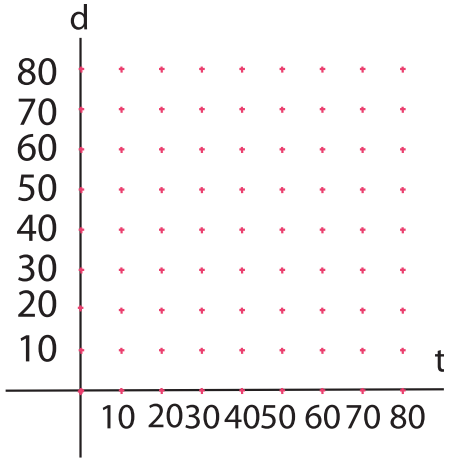
مدّة السّير t بالدّقائق	10	20	30	40
المسافة المقطوعة d بالكيلومتر	20	30	50	60
$\frac{d}{t}$				

2) هل أنّ المتغيّرين d و t متناسبان ؟

3) انقل المعين التّالي وعيّن عليه الأربع نقاط التّالية:

M(10,20) ; N(20,30) ; P(30,50) ; Q (40,60)

هل هذه النّقط على استقامة واحدة ؟



بالنّسبة للسّيّارة الأولى نلاحظ مايلي

* – المسافة المقطوعة تتغيّر بتغيّر مدّة السّير بتغيّر مدّة السّير ولكنّ النّسبة $\frac{d}{t}$ بقيت ثابتة (ومساوية لـ $\frac{3}{2}$)

* – الرّسم البيّاني عدد I هو مستقيم يمرّ من النّقطة O أصل المعين.

في هاته الحالة نقول أن

1- المتغيرين d و t متناسبان وأن $\frac{3}{2}$ هو عامل التناسب.

2- الأعداد15 و30 و45 و60 متناسبة طردا على التوالي مع الأعداد10 و20 و30 و40 .

يعني $\frac{3}{2}=\frac{60}{40}=\frac{45}{30}=\frac{30}{20}=\frac{15}{10}$.

3- الجدول

40	30	20	10
60	45	30	15

هو جدول تناسب طردي

بصفة عامة نعتبر الجدول التالي :

x	a'	b'	c'	d'	.....
y	a	b	c	d	.....

حيث ....d, c, b, a , x , a' , b' , c' , d' , ... أعداد كسرية مخالفة للصفر.

التّناسب

إذا كان لدينا $\frac{y}{x}=\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{b}{c}=\frac{d}{d'}=...$

فإن ذلك يعني أن

1 – الجدول جدول تناسب طردي

2 – الأعداد a , b , c , d ,... متناسبة طردا مع الأعداد a' , b' , c' , d' ,...

3 – المتغيرين x وy متناسبان طردا

4 – الرسم البياني لـy بدلالةx في معين (O, I, J) هو مستقيم يمر من النقطة **O** أصل المعين

تطبيقة

1 من بين الجداول التالية ماهي جداول التناسب وماهي عوامل التناسب لهذه الأخيرة ؟

الجدول الأوّل

80	12	20	32
60	9	15	24

الجدول الثّاني

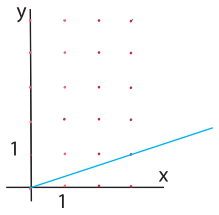
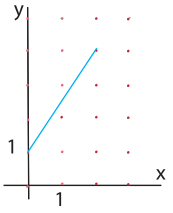
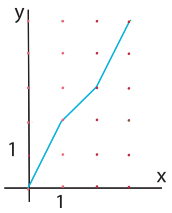
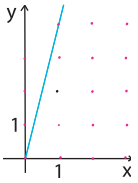
18	3	15	21
75	12.5	62.5	77.5

الجدول الثّالث

3	4.5	7.5	12
7	10.5	17.5	15

2 1) أيّ الرسوم البيانية التالية تمثل وضعيّة تناسب ؟

2) بالنسبة لكل حالة تناسب حدد عامل التناسب .

الرسم البياني عدد1	الرسم البياني عدد2	الرسم البياني عدد3	الرسم البياني عدد4
			

3 في المستوي المقترن بمعين (O, I, J) نعتبر النقاط التالية

$A(-1 ; -0 , 4)$; $B(0,5 ; 0,2)$; $C(3 ; 1,2)$; $D(7; 2,8)$

أثبت ان هذه النقاط تنتمي الى مستقيم يمر من النقطة O. ارسم هذا المستقيم .

4 نعتبر قرصا دائريا شعاعه R و نرمز بـ P لمحيطه و بـ S لمساحته.

–أ–أنقل وأتمم الجدول التالي :

الشعاع R بالمتر	1	2	3,5	7	10
المحيط P بالمتر				14π	
المساحة S بالمتر المربع			12,25π		

ب–هل أن المتغيرين P و R متناسبان طردا ؟ إن كانا كذلك ما هو عامل التناسب ؟

ج– هل أن المتغيرين S و R متناسبان طردا ؟ إن كانا كذلك ما هو عامل التناسب ؟

تمارين مرفقة بحلّ

1 1) ابحث عن العدد a ليكون الجدول التالي جدول تناسب

2	3
a	a + 3

2– أ)إبحث عن العدد b ليكون العددان 14b و b + 10 متناسبين طردا مع 7 و 3.

–ب)ابحث عن العددين b و c اذا علمت أن الأعداد 14b ; b+10 ; c+2 متناسبة طردا مع الأعداد 7 ؛ 3 ؛ 4

الحل

1

1) الجدول السابق جدول تناسب

يعني العددان a و a+3 متناسبان طردا مع العددين 2 و3

يعني $\frac{a}{2}=\frac{a+3}{3}$

يعني $2a+6=3a$

يعني $a=6$

وفي هذه الحالة يصبح الجدول

3	2
9	6

وعامل التّناسب هو 3

1 – أ) العددان 14b و $b+10$ متناسبين طردا مع 7 و3 يعني $\frac{14b}{7}=\frac{10+b}{3}$

$\frac{14b}{7}=\frac{10+b}{3}$

يعني $2b=\frac{b+10}{3}$

يعني $6b=b+10$

يعني $5b=10$

يعني $b=2$

2 – ب) الأعداد $14b\ ;\ 10+b\ ;\ c+2$ متناسبة طردا مع الأعداد $7\ ;\ 3\ ;\ 4$

يعني $\frac{14b}{7}=\frac{10+b}{3}=\frac{c+2}{2}$

يعني $\frac{14b}{7}=\frac{10+b}{3}$ و $\frac{10+b}{3}=\frac{c+2}{4}$

يعني $b=2$ و $\frac{10+b}{3}=\frac{c+2}{4}$

اذا عوضنا b بقيمتها في المساواة $\frac{10+b}{3}=\frac{c+2}{4}$

يصبح لدينا

$\frac{12}{3}=\frac{c+2}{4}$

يعني $16=c+2$

يعني $c=14$

بالتالي تكون الأعداد $14b\ ,\ 10+b$ و $c+2$ متناسبة طردا مع الأعداد 7 ، 3 و 4

إذا كان $b=2$ و $c=14$

وفي هذه الحالة فإن $14\ b=28\ ;\ 10+b=12\ ;\ c+2=16$

والأعداد 28 ، 12 و16 متناسبة طردا مع الأعداد 7 ، 3 و 4 $(\frac{28}{4}=\frac{12}{3}=\frac{16}{4}=4)$

نشاط (الرّابع التّناسبي)

انقل واتمم تعمير جداول التناسب الطردي التالية

2	5
6	.....

2,5	.....
3,2	5

.....	-21
6	14

2	0,25
.....	7,5

في كلّ جدول من جداول التّناسب الطّردي السّابقة معرفة 3 أعداد منه تمكّن من معرفة العدد الرّابع. يسمّي هذا العدد **الرّابع التّناسبي**

تطبيق

1 يبيّن الجدول التّالي سعر بضاعة بالدينار حسب وزنها بالكيلوغرام. انقل هذا الجدول وأتممه.

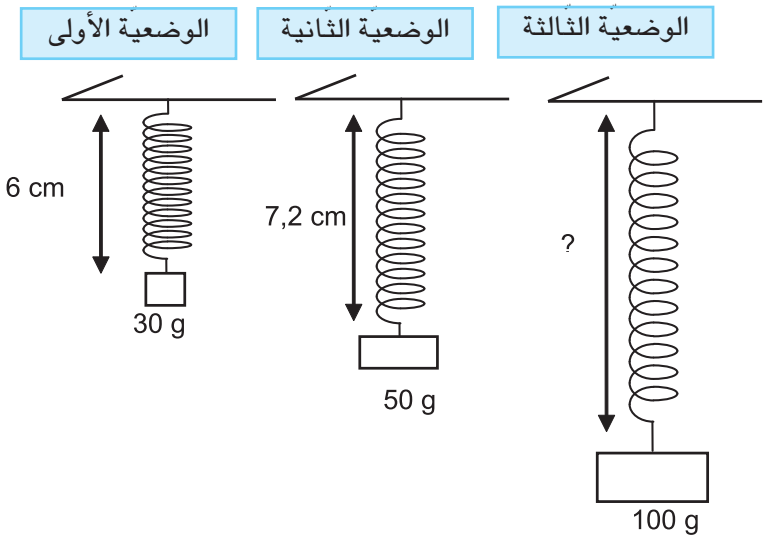
الوزن بالكيلوغرام	3,5	5,5	2		
السّعر بالدّينار	8,750			3,750	12,500

2 تستهلك سيارة 8 لترات من البنزين لكل 100 km

1. ما هي المسافة التي تقطعها بـ26 لترا من البنزين ؟
2. ما هي كمية البنزين اللازمة لقطع 420 km ؟

3 يتمطط نابض بشكل متناسب مع الكتلة المعلقة به.

تأمل الصور التالية وحدد طول النابض في الوضعية الثالثة.



4 يتمدد عمود حديدي بشكل متناسب مع درجة الحرارة التي يتعرض لها

إذا كان طوله 76,40cm في درجة حرارة 20°C وطوله 76,55cm في درجة حرارة 100°C فما هو طوله قي درجة حرارة 200°C ؟

بعض خاصّيّات التّناسب الطّردي

نشاط 1

إذا كان ثمن 3,5 kg من التفاح بالدّينار هو 10,150 فما هو ثمن 0,5 kg ؟ 10,5 kg، 7,5 kg .

نشاط 2

نعتبر جدول التناسب التالي حيث a, b, c, d و k أعداد كسرية نسبية مخالفة للصفر

d	b
c	a

أثبت أنّ كلّ جدول من الجداول التّالية هو أيضا جدول تناسب

kb	d	b
ka	c	a

b-d	d	b
a-c	c	a

b+d	d	b
a+c	c	a

إذا كان العددان a و c متناسبين مع العددين b و d فإن

* الأعداد a و c و a + c متناسبة مع الأعداد b و d و b+d أي $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$
* الأعداد a و c و a - c متناسبة مع الأعداد b و d و b-d $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$
* الأعداد a و c و k a متناسبة مع الأعداد b و d و kb $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{ka}{kb}$

مهما كان العدد الكسري النسبي المخالف للصفر k .

تطبيق

1 انقل جدول التّناسب التّالي وأتممه.

$a-\frac{1}{2}b+\frac{3}{4}c$		2a-3b-5c	a+b+c		c	b	a
	$\frac{2}{3}x-y$			x-y+z	z	y	x

2 يُنتج 1,50 kg من إحدى البذور 27 قنطارا.

انقل الجدول التالي واتممه

البذور بالكيلوغرام	1,50		600		13,50	9,50
الإنتاج بالقنطار	27	81		135		

3 جد كتابة كسرية للعدد $\frac{3}{7}$ يكون الفارق بين مقامها و بسطها 68

4 أعمار أب وأبنائِه الثلاثة متناسبة طردا مع الأعداد 15 ، 7 ، 5 و4 .
ماهوعمر كل واحد منهم إذا علمت أن مجموع أعمار الأولاد يفوق عمر الأب بثلاث سنوات

5 ابحث عن عددين x وy حيث $\frac{x}{y}=\frac{7}{4}$ و $11x - 13y =9$

تمارين مرفقة بحلّ

1 جد كتابة كسرية للعدد $\frac{3}{11}$ يكون مجموع بسطها ومقامها 112

الحلّ : الطّريقة الأولى

المطلوب هو إيجاد عددين a و b بحيث

$\frac{a}{b}=\frac{3}{11}$ و $a+b=112$

$\frac{a}{b}=\frac{3}{11}$ يعني $\frac{a}{3}=\frac{b}{11}$

$\frac{a}{3}=\frac{b}{11}$ يعني $\frac{a}{3}=\frac{b}{11}=\frac{a+b}{3+11}$

وبما أنّ $a+b=112$ فإنّ

$\frac{a}{3}=\frac{b}{11}=\frac{a+b}{3+11}=\frac{112}{14}=8$

وبالتالي

$\frac{a}{3}=8$ أي $a = 24$ و $\frac{b}{11}=8$ أي $b = 88$

$\frac{24}{88}$ هي إذن كتابة أخرى للعدد $\frac{3}{11}$ مجموع بسطها ومقامها 112

الحلّ : الطّريقة الثّانية

المطلوب هو إيجاد عدد x بحيث

$\frac{3}{11}=\frac{3\times x}{11\times x}$ و $3x +11x = 112$

$3x +11x = 112$ يعني $14x = 112$ يعني $x = 8$ وبالتالي فإن $\frac{3}{11}=\frac{3x8}{11x8}=\frac{24}{88}$

2 لرجل 3 أبناء آعمارهم 5سنوات و11 سنة و 14سنة. وزع عليهم يوم العيد مبلغا قدره 84دينارا.
وكان نصيب كلّ ولد متناسبا طردا مع عمره.
ما هو مناب كلّ واحد ؟

الحلّ :

نرمز بـ a و b و c لمنابات الأطفال الثلاثة

بما أن المنابات متناسبة مع الأعمار فذلك يعني $\frac{a}{5} = \frac{b}{11} = \frac{c}{14}$

إذا $\frac{a}{5} = \frac{b}{11} = \frac{c}{14} = \frac{a+b+c}{5+11+14} = \frac{84}{30} = \frac{14}{5}$

إذ يصبح لدينا $\frac{a}{5} = \frac{14}{5}$ يعني $a = 14$

و $\frac{b}{11} = \frac{14}{5}$ يعني $5b = 11 \times 14 = 154$ $\quad b = \frac{154}{5} =$ 30,800 د

و $\frac{c}{14} = \frac{14}{5}$ يعني $5\,c = 196$

يعني $c = \frac{196}{5} =$ 39,200

يمكننا التحقق من صحة الإجابة كما يلي :

أ) $a + b + c = 14 + 30,800 + 39,200 = 84$

ب) المبالغ 14 , 39,200, 30,800 متناسبة طردا مع الأعمار 14, 11, 5

أي $\frac{14}{5} = \frac{30,800}{11} = \frac{39,200}{14}$

الأشكال المتشابهة

نشاط 1

ارسم مثلثا ABC .

ارسم على نصف المستقيم [AB] النقطة M حيث $AM = 3AB$

ارسم على نصف المستقيم [AC] النقطة N حيث $AN = 3AC$

1) تحقق أن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = 3$

2) نرمز بـ P لمحيط المثلث AMN و بـ P' لمحيط المثلث ABC

أثبت أن $\frac{P}{P'} = 3$

نستنتج أن أضلاع المثلث AMN و محيطه متناسبة مع أضلاع المثلث ABC ومحيطه وعامل التناسب يساوي 3

كما أن أضلاع المثلث ABC متناسبة مع أضلاع المثلث AMN وعامل التناسب يساوي $\frac{1}{3}$

نقول في هذه الحالة أن

1 - * المثلث AMN مشابه للمثلث ABC وعامل التشابه هو 3

(أو المثلث AMN هو تكبير للمثلث ABC وعامل التكبير هو 3)

2 - * المثلث ABC مشابه للمثلث AMN و عامل التشابه هو $\frac{1}{3}$

أو (المثلث ABC هو تصغير للمثلث AMN وعامل التصغير هو $\frac{1}{3}$)

3 - * المثلثان AMN و ABC متشابهان

نشاط 2

أرسم مثلثا ABC قائما في A

ابن النقطة M مناظرة النقطة B بالنسبة للنقطة A

ابن النقطة N مناظرة النقطة B بالنسبة للنقطة C

1)حقق ان $\frac{MN}{AC} = 2$ استنتج أن المثلث MBN مشابه للمثلث ABC ماهو عامل التشابه؟

2)نرمز بـ P و S على الترتيب لمحيط ومساحة المثلث MBN

ونرمز بـ P' و S' على الترتيب لمحيط ومساحة المثلث ABC

أحسب P بدلالة P' وأحسب S بدلالة S' .

بصفة عامّة

نقول عن مضلّعين أنّهما متشابهان إذا كانت أضلاع الواحد متناسبة على التّرتيب مع أضلاع الآخر

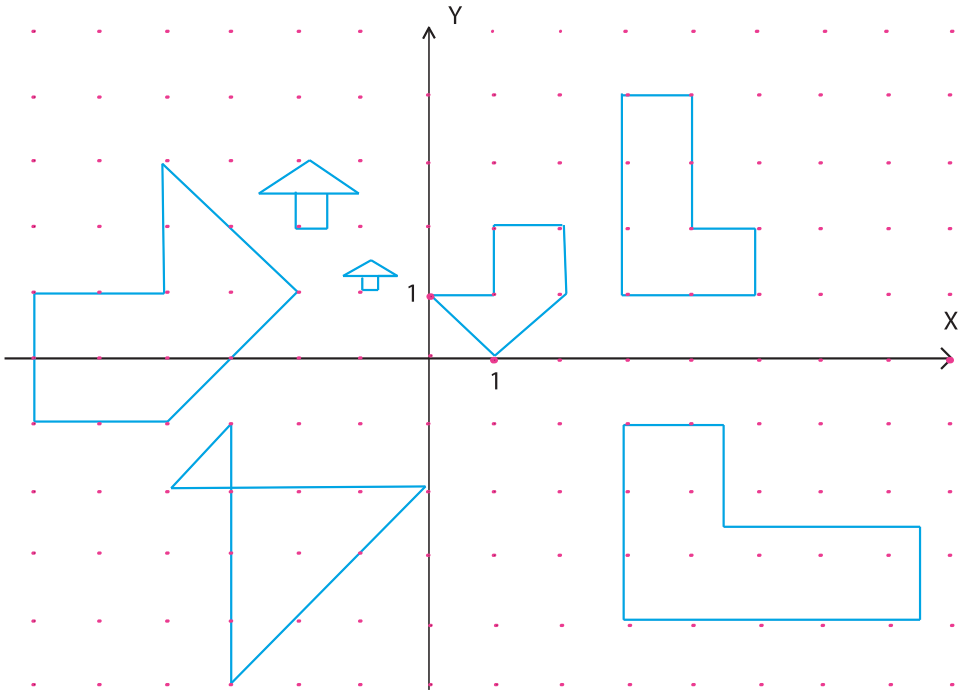
* المثلّث MNP مشابه للمثلّث ABC يعني $\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC}$
* إذا كان الرّباعي ABCD مشابه للرّباعي IJKL فإنّ $\frac{AB}{IJ} = \frac{BC}{JK} = \frac{CD}{KL} = \frac{DA}{LI}$
* إذا كان عامل التّشابه أكبر من واحد نقول أنّ الشّكل الأول هو تكبير للشّكل الثّاني.

تطبيق

1 نعتبر مثلثين متقايسين ABC و MNP

أثبت أنهما متشابهان.ماهو عامل التشابه

2 تأمّل الرّسوم التّالية وحدّد الأشكال المتشابهة وعوامل تشابهها



3 1) ابن مثلثا ABC أبعاده ابالصنتمتر 4 و 5 و 6 .

2) أ–ابن مثلثا A'B'C' مشابها له وقيس أصغر أضلاعه 6 .

ب–أحسب محيطيهما.

3) تقدر مساحة المثلث ABC بـ $10cm^2$

ماهي مساحة المثلث A'B'C' ؟

4) ليكن MNP تصغيرا للمثلث ABC عامله $\frac{3}{4}$.

أ– أحسب محيط المثلث MNP .

ب– ماهي مساحته ؟

ج– ماهي أبعاده ؟

التناسب العكسي

نشاط 1

يمثل الجدول التالي أبعاد خمس مستطيلات.

الطّول L	100	90	60	45	36
العرض l	9	10	15	20	25
المساحة $S = L \times l$					

أنقل هذا الجدول و أتممه.

نلاحظ أن الأبعاد L و l تغيرت ولكن الجذاء $L \times l$ بقي ثابتا ومساويا لـ 900 .

نقول في هذه الحالة ان المتغيرين L و l متناسبان عكسيا وأن الأعداد100و 90 و60 و45 و36 متناسبة عكسيا مع سلسلة الأعداد9 و10و15 و20 و25 .

كما نقول أن الجدول السابق هو جدول تناسب عكسي.

يسمى العدد900 عامل التناسب

بصفة عامّة نقول أنّ الأعداد a و b و c و d ... متناسبة عكسيا مع الأعداد a' و b' و c' و d' ... إذا كان

$a \times a' = b \times b' = c \times c' = d \times d' = \ldots$

تطبيق

1 انقل وأتمم تعمير جدول التّناسب العكسي التّالي

8		60	40	
15	30			24

2 يستغرق بناء سياج 160 ساعة من العمل
إذا كان العامل يشتغل 8 ساعات في اليوم
1) فما هو عدد العمال اللازم لبناء هذا السّياج في :
أ –) 10 أيام ب–) 4 أيام
2) أوكلت مهمة بناء هذا السياج لأربعة عمال ففي كم من يوم ينجزون هذا العمل؟

تمرين مرفق بحلّ

لأب أربعة أطفال أعمارهم 4 سنوات و 6 سنوات و 8 سنوات و 12 سنة وزع عليهم 15 قطعة شكولاطة.
ماهو نصيب كل واحد منهم اذا علمت انه متناسب عكسيا مع سنه ؟

الحلّ

نرمز ب a ، b، c و d لمنابات الأطفال

لدينا $a + b + c + d = 15$

و $4a = 6b = 8c = 12d$

إذا قسمنا كل طرف في الكتابة $4a = 6b = 8c = 12d$ على الجذاء $8 \times 6 \times 4 \times 12$

نتحصل على $\frac{4a}{4 \times 6 \times 8 \times 12} = \frac{6b}{4 \times 6 \times 8 \times 12} = \frac{8c}{4 \times 6 \times 8 \times 12} = \frac{12d}{4 \times 6 \times 8 \times 12}$

يعني $\frac{a}{6 \times 8 \times 12} = \frac{b}{4 \times 8 \times 12} = \frac{c}{4 \times 6 \times 12} = \frac{d}{4 \times 6 \times 8}$

يعني $\frac{a}{576} = \frac{b}{384} = \frac{c}{288} = \frac{d}{192}$

واعتمادا على إحدى خاصيات التناسب الطردي يمكننا كتابة

$$\frac{a}{576} = \frac{b}{384} = \frac{c}{288} = \frac{d}{192} = \frac{a + b + c + d}{576 + 384 + 288 + 192} = \frac{15}{1440} = \frac{1}{96}$$

إذن فإن $\frac{a}{576} = \frac{1}{96}$

يعني $a = \frac{576}{96} = 6$

وبنفس الطريقة نتوصل إلى مايلي

$$b = \frac{384}{96} = 4 \; ; \; c = \frac{288}{96} = 3 \; ; \; d = \frac{192}{96} = 2$$

النتائج المتحصل عليها مطابقة للمعطيات لأن $a + b + c + d = 6 + 4 + 3 + 2 = 15$
و $2 \times 12 = 8 \times 3 = 6 \times 4 = 4 \times 6$

ملاحظة : إذا ورد ت كلمة "تناسب" دون ذكر "طردي" أو "عكسي" فذلك يقصد به "تناسب طردي"

أحوصل

نعتبر الجدول التّالي :

x	a'	b'	c'	d'	.....
y	a	b	c	d	.....

حيث a, b, c, d, ..., x, a', b', c', d' ,y أعداد كسريّة مخالفة للصّفر.

إذا كان لدينا $\frac{y}{x} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = ...$

فإنّ ذلك يعني أن

1- الجدول جدول تناسب طردي

2- الأعداد a, b, c, d, ... متناسبة طردا مع الأعداد a', b', c', d',...

3 -المتغيرين x و y متناسبان طردا

4- الرسم البياني لـ y بدلالة x في معين (O, I, J) هو مستقيم يمر من النقطة O أصل المعين.

إذا كان العددان a و c متناسبين مع العددين b و d فإن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

الأعداد a و c و a + c متناسبة مع الأعداد b و d و b + d $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

الأعداد a و c و a - c متناسبة مع الأعداد b و d و b - d $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ka}{kb}$

الأعداد a و c و a - c متناسبة مع الأعداد b و d و kb مهما كان العدد الكسري النسبي المخالف للصفر k .

نقول عن مضلعين انهما متشابهان إذا كانت أضلاع الواحد متناسبة على الترتيب مع أضلاع الآخر

*المثلث MNP مشابه للمثلث ABC يعني $\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC}$

*الرباعي ABCD مشابه للرباعي IJKL يعني $\frac{AB}{IJ} = \frac{BC}{JK} = \frac{CD}{KL} = \frac{DA}{LI}$

*إذا كان عامل التشابه أكبر من واحد نقول أن الشكل الأول هو تكبير للشكل الثاني

*إذا كان عامل التشابه أصغر من واحد نقول أن الشكل الأول هو تصغير للشكل الثاني

نقول إنّ الأعداد a و b و c و d.. متناسبة عكسيًا مع الأعداد a' و b' و c' و d'.... إذا كان

$a \times a' = b \times b' = c \times c' = d \times d' = ...$

تمـــاريـــه

1 حوّل ما يلي إلى دقائق

أ– $\frac{3}{4}$h (ثلاثة أرباع الساعة)

ب– $\frac{1}{2}$h (نصف ساعة)

ج– 12,5h

د– 3,7h.

2 إذا كانت 9 cm هي المسافة الفاصلة بين مدينتين حسب السلم $\frac{1}{500.000}$ فماهي بالكيلومتر المسافة الفعلية بينهما ؟

3 إذا كان معدل سرعة دراجة نارية هي 36 km/h فما هو معدل سرعتها بالمتر في الثانية (m/s) ؟

4 قطع علي مسافة 1.6 km في 20 دقيقة و قطع محمد مسافة 250 m في 3 دقائق أما أحمد فقد قطع مسافة 450 m في 5 دقائق.
أيهم أسرع

5 توفر محطة توزيع مياه صالحة للشرب 2 متر مكعب في الثانية وتستهلك العا ئلة الواحدة معدل 400 لترا كل 24 ساعة.
كم من عائلة يمكن ان تستفيد من هذه المحطة ؟

6 يبين الجدول التالي معدل استهلاك سيارة من البنزين(باللتر) في 100 km حسب سيرها في طريق عادية او في الطريق السيارة أو داخل المدن .

	طريق عاديّة	طريق سيّارة	داخل المدن
معدل الاستهلاك باللّتر في 100 km	8	10	12

1 – ما هي المسافة الّتي يمكن قطعها بـ 16 لترا من البنزين ؟

أ – في طريق عاديّة ب – في طريق سيّارة
ج – داخل المدن.

2 - انطلقت هذه السيارة على الساعة الثامنة والربع صباحا من تونس باتجاه إحدى مدن الجنوب فقطعت ثلث المسافة في الطريق السيارة و 60% منها في طريق عادية وقطعت الجزء المتبقي من المسافة والمقدر بـ 30 km داخل المدن.
أ– ماهي المسافة بين المدينتين ؟
ب– ماهي كمية البنزين المستهلكة في هذة السفرة ؟
ج–ماهو معدل سرعة هذه السيارة إذا علمت أنها وصلت المدينة المقصودة على الساعة الثانية والنصف بعد الزوال ؟

7 اشترى رجل قميصاثمنه الأصلي 36 د وتمتع بتخفيض نسبته 4 % واشترى معطفا ثمنه الأصلي 180 د وتمتع بتخفيض نسبته 9 %
1 – ماهوالمبلغ الجملي لهذه المشتريات ؟
2 – ماهي نسبة التخفيض التي تمتع بها بشراءه للقميص والمعطف معا ؟

8 بمناسبة أحد المعارض قرر ثلاثة تجار التخفيض في أسعار بضاعتهم فكتب الأول "تخفيض بـ 20 % : و الثاني "تخفيض بربع الثمن الأصلي" وأما الثالث فبضاعته كلها من نفس النوع ومكتو ب عليها "الثمن القديم 45د و الثمن الجديد 35 د" .
من هو التاجر الذي يوفر أكبر نسبة تخفيض ؟

9 نعلم أن الأرض تدور حول الشمس بسرعة 107.10^3 Km/h
1– عبر بكتابة علمية عن سرعة دورانها بالمتر في الثانية.

2–إذا كانت الأرض تتم دورة كاملة حول الشمس في 365 يوما و 6 ساعات فما هي المسافة التي تقطعها في هذه الدورة ؟
أعط قيمة تقديرية بالآلاف لهذه المسافة.

10 تبلغ سرعة الضوء 300.000 Km/s

1 – عبر بكتابة علمية عن سرعته بالكيلومتر في الساعة

2 – السنة الضوئية هي وحدة قيس تساوي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة (365 يوما و 6 ساعات).

ما هي قيمة السنة الضوئية بالكيلومتر؟ اعط قيمة تقديرية بالملايين لذلك.

3–تقدر المسافة بين الأرض و الشمس بـ $1,5.10^8$ Km ما هو الوقت الذي يقضيه شعاع ضوئي بين الشمس و الأرض ؟

11 من بين الجداول التالية ماهي جداول التناسب الطردي وماهي عوامل التناسب لهذه الأخيرة ؟

الجدول الأوّل

-7,5	15	-3	4,5
2,5	-5	1	1,5

الجدول الثّاني

75	12,5	62,5	77,5
18	3	15	21

الجدول الثّالث

- 7	10,5	-17,5	-15
3	-4,5	7,5	12

12 انقل واتمم جداول التناسب الطردي التالية

الجدول الأوّل

-28	56	2,25	
	8		-5,8

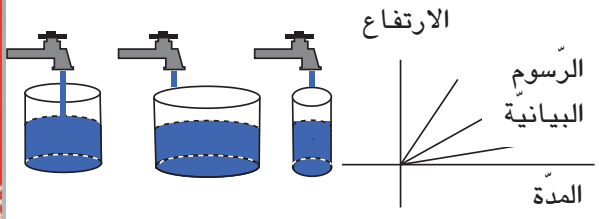
الجدول الثّاني

6,25		10	5
	-3	4	

الجدول الثّالث

	1		0,5
-2,75	4	36	

13 تملأ الأوعية الثّلاثة التّالية بنفس الطّريقة وبحساب لتر واحد في الثّانية وتمثّل الرّسوم البيانيّة ارتفاع الماء بهذه الأوعية حسب المدّة.



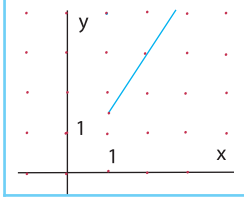
– حدّد التّمثيل البياني الموافق لكلّ وعاء.

14 ساهم ثلاثة اشخاص بالمبالغ التالية 50.000د و 110.000 د و 140.000 د لتأسيس شركة.
وبعد سنة كانت مرابيح هذه الشركة 48.000 د اقتسمها الشركاء بشكل متناسب مع مبالغ مساهماتهم في راس المال.
ماهو مناب كل شريك ؟

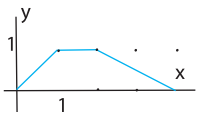
15 ابحث عن عددين a و b حيث $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ و $9a + 7b = 5$

16 من بين الرّسوم التّالية ما هي التي تمثّل وضعيّة تناسب طردي وما هي عوامل التّناسب ؟

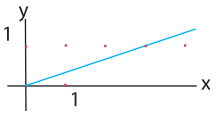
الرّسم البياني عدد 1



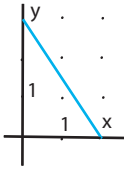
الرّسم البياني عدد 2



الرّسم البياني عدد 3



الرّسم البياني عدد 4

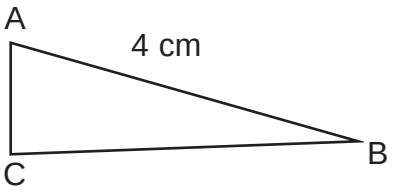


17 تحتوي عمارة على12 شقة .
شقّتان بالطابق السفلي 3 شقق بالطابق الاول 4 شقق بالطابق الثاني و 3 شقق بالطابق الثالث.تكفل المتساكنون بتجهيز هذه العمارة بمصعد قدرت تكاليفه ب.350,000د
ما هو المبلغ الذي ساهم به كل واحد منهم اذا علمت أنه متناسب طردا مع رقم الطابق الذي توجد به شقته ؟

18 $750\ m^2$; $840\ m^2$; $650\ m^2$; و $960\ m^2$
هي مساحات أربع قطع أرض صالحة للبناء تكلّفت تهيئة هذه الأراضي 24.000 د
ما هي تكلفة تهيئة كلّ واحدة منها علما أنّها متناسبة مع مساحتها ؟

19 يشتغل عاملان بنفس الحضيرة ويتقاضيان معا أجرا يوميا قدره 20 د .
في احد الأشهر كان الأول قد اشتغل لمدة 27 يوما والثاني لمدة 23 يوما فنالا مقابل ذلك مبلغا جمليا قدره 492 د.
ماهو الأجر اليومي لكل واحد منهما ؟

20 1) أرسم مثلثا MNP مشابه للمثلث ABC أسفله ويقيس أطول أضلاعه 10 cm



2) أ–أرسم تصغيرا للمثلث ABC عامله 0,5
ب–قارن محيطيهما و مساحتيهما
3) أ– أرسم تكبيرا للمثلث ABC عامله 1,5
ب– قارن محيطيهما ومساحتيهما

21 انقل واتمم تعمير جدول التّناسب العكسي التّالي :

-6		-8		-4
	2,5		30	15

22 تبيض دجاجتان بيضتين في يومين .كم من بيضة تبيض عشر دجاجات في عشرة أيام ؟

23 تحمل باخرة 800 جنديا ولها ما يكفيها من المؤونة لمدة 90 يوما .بعد 40 يوما من الإبحار انضم إليها 200 جندي.
بعد كم يوم تنفذ المؤونة ؟

24 يبني ثلاثة عمال حائطا طوله 6 أمتار وارتفاعه متر واحد في ساعة.
1)في كم من ساعة يبني خمسة عمال يشتغلون بنفس الطريقة وبنفس الوتيرة حائطا طوله 12 مترا وارتفاعه متر واحد؟
2) ماهو طول حائط ارتفاعه متر واحد تم بناءه من طرف أربعة عمال في ساعة ونصف ؟

أنشطة في الإحصاء
– أمثلة لظواهر عشوائيّة

أبو الوفا البوزجاني

أبو الوفا محمد بن محمد بن يحيى بن إسماعيل البوزجاني (940 – 998) رياضياتي وفلكي فارسي عاش في بغداد.

تعلم الرياضيات، ثم تخصص في حساب المثلثات. و قد سحرت بحوثه بعض العلماء الغرب ومن بينهم "ريجيوس منتانوس" الذي ادعى بعض نظرياته وموضوعاته الرياضية وهو مكتشف الخلل الثالث في حركة القمر، اطلق اسمه على فوهة بركانية بالقمر، فوهة أبو الوفا. طور جهازاً لحساب درجة ميل الأجرام الفلكية. وهو أول من اخترع دالة الظل (المماس، "ظا"، tangent) وحسن طرق حساب جداول حساب المثلثات. وقد طور وسائل جديدة لحل مسائل المثلثات الكرّية.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

من كالمعلّم في الأنام حياته

شمع يظلّ لغيره موقودا

(عامر بحيري)

أنشطة في الإحصاء والاحتمالات

أستحضر

1 في ما يلي درجات الحرارة المسجّلة بإحدى المدن خلال شهر جويلية :

32، 38، 37، 33، 34، 34، 35، 37، 38، 35، 37،

34، 35، 37، 35، 38، 39، 37، 35، 35، 34 ، 35،

37، 39، 37، 32، 37، 38، 36، 35، 32.

إذا كانت نتائج دراسة إحصائيّة في صورة أعداد نقول أنّ السّلسلة المتحصّل عليها ذات ميزة كميّة

1 – حوصل هذه السلسلة الإحصائية في جدول وفقا للمنوال التالي :

درجات الحرازة المسجّلة تسمّى قيم هذه السلسلة الإحصائيّة وعدد أيّام شهر جويلية (31) يسمّى تكرارها الجملي.

درجات الحرارة	32	33	34	35	36	37	38	39
عدد الأيام								

القيمة الموافقة لأكبر تكرار في سلسلة إحصائيّة يسمّى منوالها والفارق بين أصغر قيمة وأكبرها يسمّى مداها.

2 –مثّل السلسلة الإحصائية بمخطّط العصيّات و ارسم مضلّع التكرارت.

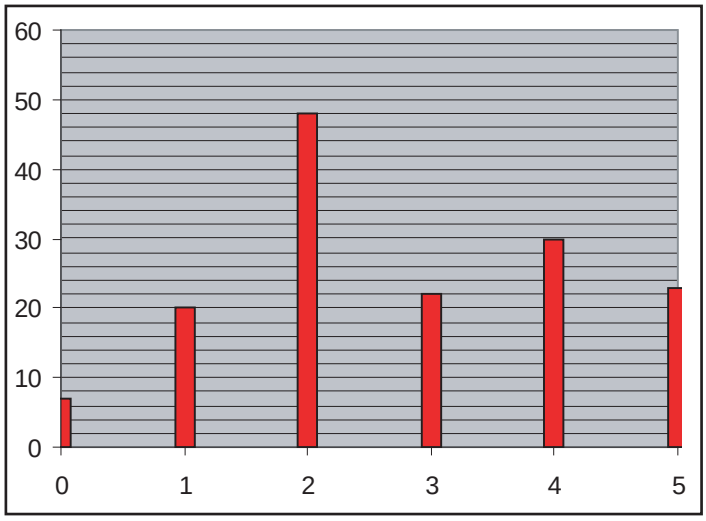
أ) ما هو معدّل درجة الحرارة بهذه المدينة في شهر جويلية ؟

ب) حدّد مدى و منوال هذه السلسلة.

3. أ) ما هو عدد الأيام التي سجلت بها درجة حرارة تفوق 36 درجة ؟

ب) ما هو عدد الأيام التي سجلت بها درجة حرارة أقلّ من 36 درجة ؟

2 يمثّل مخطّط العصيات التالي نتائج دراسة إحصائية شملت 150 أسرة للتّعرّف إلى عدد الأطفال بكلّ منها.



1 – انقل مخطّط العصيات و ارسم مضلع التكرارات.

2 – انقل الجدول التالي ثمّ أكمله باعتماد هذا المخطّط.

عدد الأطفال	0	1	2	3	4	5
عدد الأسر	7					23
التواتر بالنسبة المائوية						

3. رسم مضلّع التواتر.

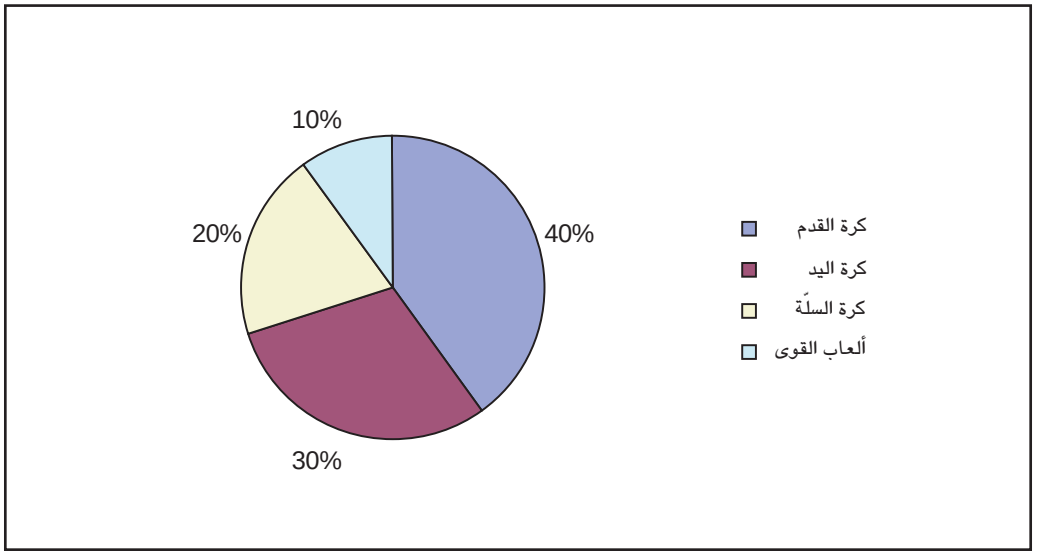
4. ما هو مدى و منوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

5. ما هو معدّل عدد الأطفال بكلّ أسرة ؟

6. أ) ما هي نسبة الأسر التي لها أقلّ من 3 أطفال ؟

ب) ما هي نسبة الأسر التي لها أكثر من طفلين ؟

3 يمثّل المخطّط الدائري التالي توزّع 650 تلميذا بإحدى المدارس الإعدادية حسب نوع الرياضة الّتي يمارسونها.



أ) انقل الجدول التالي و أكمله باعتماد المخطّط السّابق.

نوع الرياضية	كرة اليد	كرة القدم	كرة السلة	ألعاب القوى
عدد التلاميذ				

ب) ما هي الرياضة الّتي يمارسها أكبر عدد من التلاميذ ؟

4 يمثّل الجدول التالي مداخيل شهر جويلية لمغازة مختصّة في بيع الهدايا التذكارية حسب الصنف.

الصنف	بطاقات بريدية	ملابس	تحف	ساعات يدوية	بضاعة متنوّعة
المبيعات بالدينار	240	360	440	160	360
النسبة المائوية					

أ) أنقل الجدول ثمّ أكمله

ب) ما هو الصنف الّذي سجّل أكبر مدخول مالي؟

ج) ما هي الأصناف التي سجّلت مدخولا يفوق 300 دينار ؟ أقلّ من 200 دينار ؟

د) مثّل الجدول السابق بمخطّط القطاع الدائري.

أستكشف وأطبّق

نشاط 1

تمثّل سلسلة الأعداد التالية أقيسة طول القامة لـ 100 تلميذ من مدرسة إعدادية بالصنتمتر.

150 ـ 150 ـ 149 ـ 149 ـ 148 ـ 148 ـ 148 ـ 148 ـ 147 ـ 147 ـ 147 ـ 146 ـ 145 ـ 145
ـ 145 144 ـ 142 ـ 143 ـ 142 ـ 141 ـ 140 ـ 140 ـ 157 157 ـ 157 ـ 156 ـ 156 ـ 156
156 ـ 155 ـ 155 ـ 155 ـ 154 ـ 154 ـ 154 ـ 153 ـ 153 ـ 152 ـ 152 ـ 152 ـ 151 ـ 151
ـ 151 ـ 151 ـ 150 ـ 163 ـ 163 ـ 163 ـ 162 ـ 162 ـ 162 ـ 160 ـ 160 ـ 160 ـ 160
160 ـ 160 ـ 159 ـ 159 ـ 159 ـ 159 ـ 158 ـ 158 ـ 158 ـ 158 ـ 157 ـ 157 ـ 171 ـ 170
ـ 170 168 ـ 168 ـ 168 ـ 167 ـ 167 ـ 167 ـ 166 ـ 166 ـ 166 ـ 165 ـ 165 ـ 165 ـ 165
ـ 165 ـ 165 ـ 164 ـ 164 ـ 164 ـ 163 ـ 179 ـ 179 ـ 177 ـ 177 ـ 175 ـ 175 ـ 173 ـ 173
ـ 171 ـ 172

1 – انقل الجدول التالي ثمّ أكمله.

طول القامة بالصّنتمتر	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149
عدد التّلاميذ										

2 – انقل الجدول التالي ثمّ أكمله.

طول القامة	من 140 إلى ما دون 145	من 145 إلى ما دون 150	من 150 إلى ما دون 155	من 155 إلى ما دون 160	من 160 إلى ما دون 165	من 165 إلى ما دون 170	من 170 إلى ما دون 175	من 175 إلى ما دون 180
عدد التّلاميذ	7	13						

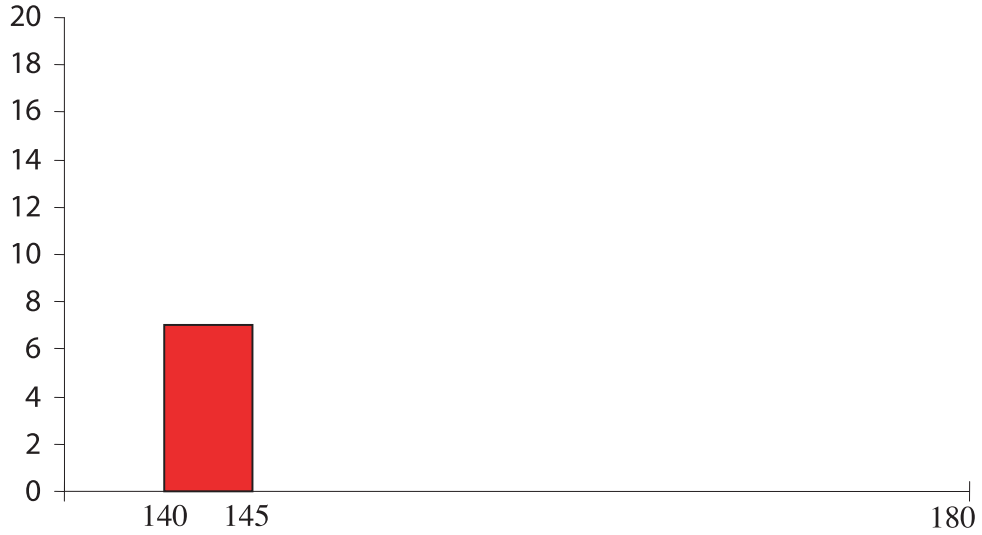
نلاحظ أنّه تمّ توزيع قيم هذه الميزة إلى ثمان مجموعات بحيث يكون الفرق بين الأطوال في كلّ منها لا يفوق 5 (مثلا)

تسمّى كلّ مجموعة فئة.

ميّزة قيمها مجمّعة في فئات تسمّى ميّزة **مسترسلة**.

اذكر من خلال الجدول السابق ثلاث فئات و التكرار الموافق لكلّ منها.

3 – لتمثيل الجدول السّابق بمخطّط ، رسم الأستاذ معيّنا وقام بتمثيل الفئة الأولى "من 140 إلى مادون 145" الموافقة للتّكرار "7 تلاميذ" كما هو مبيّن في الرّسم التّالي :



4 –انقل المخطّط السّابق على كرّاسك ثمّ ارسم المستطيلات الموافقة لبقيّة الفئات.

يسمّى المخطّط المتحصّل عليه : **مخطّط المستطيلات**.

تمثّل سلسلة إحصائيّة مسترسلة بمخطّط يسمّى مخطّط المستطيلات

نشاط 2

قامت بلديّة مدينة بدراسة إحصائيّة حول عدد السّيّارات القادمة إلى هذه المدينة والخارجة منها كلّ أربع ساعات خلال الأربع وعشرين ساعة لأحد أيّام السّوق الأسبوعيّة فكانت النّتائج كما هو مبيّن بالجدول التّالي :

الفترة (بالسّاعة)	من منتصف اللّيل إلى ما قبل السّاعة 4	من السّاعة 4 إلى ما قبل السّاعة 8	من السّاعة 8 إلى ما قبل السّاعة 12	من السّاعة 12 إلى ما قبل السّاعة 16	من السّاعة 16 إلى ما قبل السّاعة 20	من السّاعة 20 إلى ما قبل السّاعة 24
عدد السّيّارات	100	360	200	50	170	120

1 – اذكر ثلاث فئات لهذه الميّزة والتّكرارات الموافقة لها.

2 – ارسم مخطّط المستطيلات الممثّل لهذه السّلسلة الإحصائيّة.

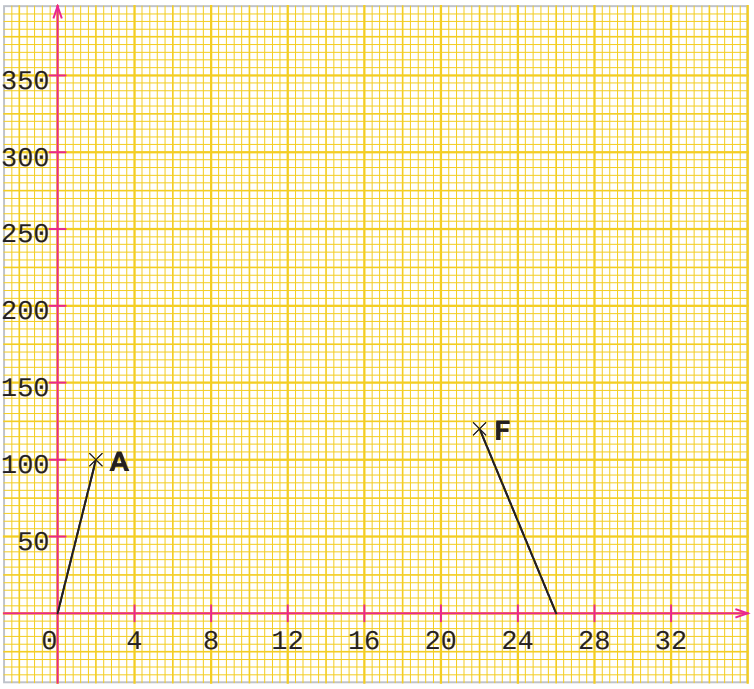
3 – نريد رسم مضلّع التّكرارات لهذه السلسلة.

أ) انقل الجدول التالي ثمّ أكمل بما يناسب :

الفئة	من منتصف اللّيل إلى ما قبل السّاعة 4					من السّاعة 20 إلى ما قبل السّاعة 24
مركز الفئة	$\frac{0+4}{2}=2$					$\frac{20+24}{2}=22$
عدد السّيّارات	100	360	200	50	170	120

مركز الفئة هو المعدّل الحسابي لطرفيه

ب) نعتبر المعيّن التالي حيث عيّنا كلاّ من النقطة A التي تمثل المركز (2) للفئة الأولى و التكرار (100) الموافق له و النقطة F التي تمثل المركز (22) للفئة الأخير و التكرار (120) الموافق له.



انقله على كراسك ثمّ عيّن النقاط B و C و D و E التي تربط مراكز بقية الفئات بتكراراتها.

ج) ارسم قطع المستقيمات [AB] و [BC] و [CD] و [DE] و [EF]

المضلّع المتحصل عليه يسمّى: مضلع التكرارت.

نشاط 3

قام مدير مدرسة إعدادية بسبر للآراء لمعرفة المدّة التي يقضيها كلّ تلميذ لقطع المسافة الفاصلة بين منزله و المدرسة فتحصّل على النتائج المقدّمة بالجدول التالي :

المدّة بالدّقيقة	من 0 إلى أقلّ من 15	من 15 إلى أقلّ من 30	من 30 إلى أقلّ من 45	من 45 إلى أقلّ من 60
مركز الفئة	7,5			
عدد التّلاميذ	100	50	170	120

انقل الجدول على كراسك ثمّ أكمله.

احسب باعتبار مراكز الفئات معدّل المدّة الزمنية (بالدّقيقة) التي يقضّيها التلاميذ بين المنزل و المدرسة.

تطبيقات

1. قامت إحدى الجمعيّات بدراسة إحصائيّة تخصّ مجموعة من الطّلبة حول المبلغ المالي الّذي ينفقه يوميّا كلّ واحد منهم فجمّعت المعلومات ونظّمتها في الجدول التّالي :

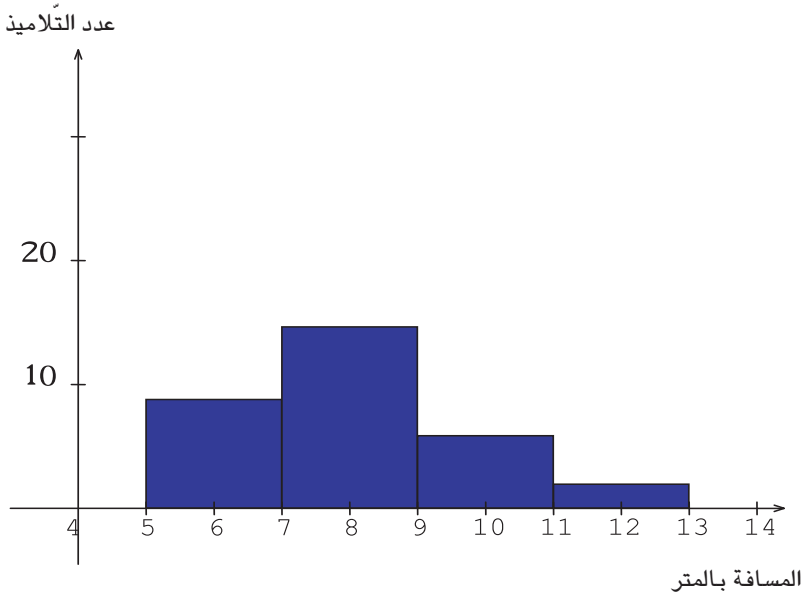
المبلغ بالدّينار	من 0 إلى أقلّ من 1	من 1 إلى أقلّ من2	من 2 إلى أقلّ من 3	من 3 إلى أقلّ من 4	من 4 إلى أقلّ من 5
مركز الفئة					
عدد الطّلبة	32	55	24	15	7
التّوتّرات					

2. مثّل هذه السلسلة بمخطّط المستطيلات،

3. ما هو المبلغ الّذي تنفقه أكبر نسبة من الطّلبة ؟

4. ما هو معدّل الإنفاق بالنسبة إلى هؤلاء الطّلبة ؟

2 يمثّل مخطّط المستطيلات التّالي توزّع نتائج 32 تلميذا في مسابقة رمي الكرة الحديديّة.



1. ما هي النتيجة التي تحصّل عليها أكبر عدد من التلاميذ ؟ أصغر عدد من التلاميذ ؟
2. أنقل الجدول التالي ثمّ أكمله.

المسافة بالمتر	من 5 إلى أقلّ من 7	من 7 إلى أقلّ من 9	من 9 إلى أقلّ من 11	من 11 إلى أقلّ من 13
عدد التلاميذ				
مركز الفئة				
التواتر				

3. ما هو معدّل النّتائج الّتي تحصّل عليها التّلاميذ ؟
4. مثّل هذه السّلسلة بمضلّع التّواترات.

نشاط 4

يمثّل الجدول التالي عدد الهواتف الخلوية لدى 15 عائلة تمّ استجوابها

عدد الهواتف	0	1	2	3	4	5
عدد العائلات	3	6	2	1	2	1

1. أعط منوال و مدى هذه السلسلة.

2. أحسب معدّل عدد الهواتف الخلوية بالعائلة الواحدة.

يمكن إعادة تنظيم هذه النتائج بالطريقة التالية:

نكتب النتائج مرتّبة تصاعديا (أو تنازليا) و بصورة فردية أي بالنسبة إلى كلّ عائلة، نتحصّل على ما يلي :

5 4 4 3 2 2 1 (1) 1 1 1 1 0 0 0

7 عائلات 7 عائلات

يمثّل العدد 1 المؤطّر قيمة الميّزة التي تقسّم السلسلة إلى جزئين لهما نفس التكرار (7).

تسمّى هذه القيمة موسّط الميّزة و نرمز له بـ M_e

موسّط سلسلة إحصائيّة هو قيمة للميّزة تجزّء السّلسلة إلى جزئين لهما نفس التّكرار

نشاط 5

يمثّل الجدول التّالي الأعداد الّتي تحصّل عليها 14 تلميذا في فرض الرّياضيات.

العدد	7	8	9	10	11	12	13	14	15
عدد التّلاميذ	2	1	2	1	1	2	2	1	2

1. ما هو منوال و مدى هذه السلسلة ؟

2. احسب معدّل هذه المجموعة من التلاميذ.

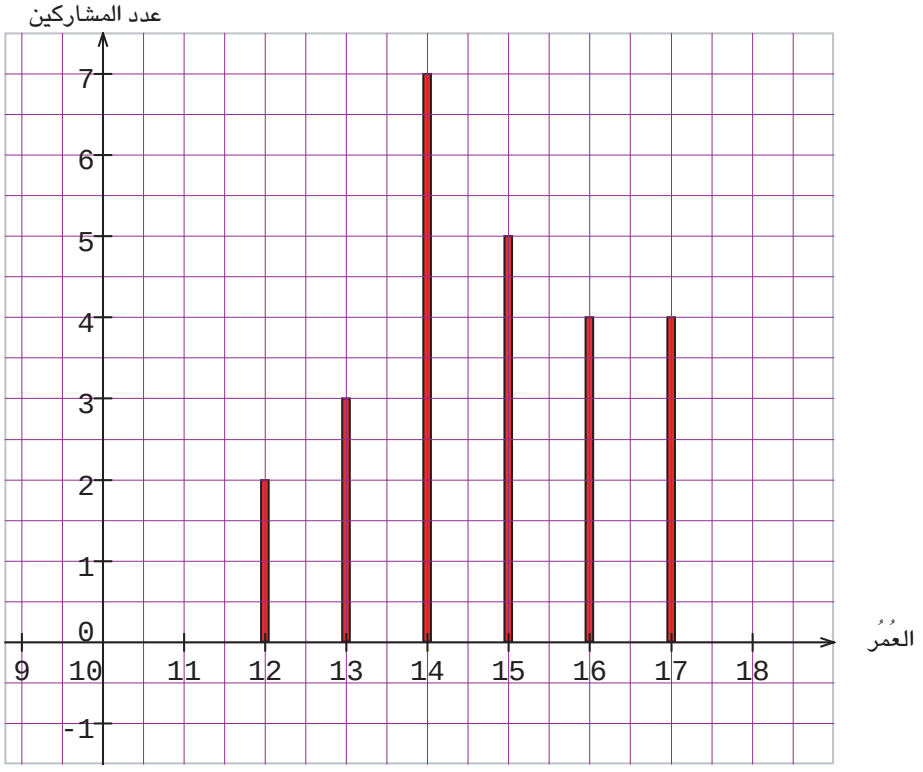
3. نريد إيجاد موسّط هذه الميّزة.

قم بتنظيم هذه السلسة كما في النشاط السّابق. هل يمكن تحديد الموسط Me ؟

في هذه الحالة يصطلح أن يؤخذ المعدّل الحسابي لـ 11 و12 و بالتالي : $Me = \frac{11+12}{2} = 11,5$

تطبيقات

يمثّل مخطط العصيات التالي توزّع مشاركي نادي سباحة حسب أعمارهم



1. ما هو عدد المشاركين بهذا النادي ؟
2. انقل الجدول التالي ثمّ أتممه.

العمر بالسنة						
التكرار						
التواتر بالنسب المائوية						

3. ما هو عدد المشاركين بهذا النادي ؟
4. اعط منوال وموسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة.
5. ارسم مضلّ التّواترات.

أمثلة لظواهر عشوائيّة

نشاط 1

1. يحتوي كيس 3 قريصات حمراء و 3 قريصات زرقاء.

قام محمّد بسحب قريص من الكيس بطريقة عشوائية، سجّل لونه وأرجعه داخل الكيس ثمّ كرّر التجربة 24 مرّة فتحصّل على النتائج التالية :

أزرق– أزرق - أحمر– أزرق - أحمر - أحمر - أزرق - أزرق - أحمر - أزرق - أحمر - أزرق - أزرق - أحمر - أزرق - أحمر - أزرق -أحمر -أحمر - أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أزرق - أحمر.

نقول عن تجربة أنّها عشوائيّة عندما لا يمكن أن نجزم بصفة قطعيّة نتيجة االتّجربة قبل ظهورها.

حوصل النتائج التي تحصّل عليها محمد في الجدول التالي :

	سحب القريص الأحمر	سحب القريص الأزرق
عدد المرّات		
التواتر بالنّسبة المائويّة		

أُنقله على كرّاسك ثم أكمله.

2. هل يمكن أن نقول أنّ 50 % من السحب أظهر القريص الأحمر ؟

3. ما هو تواتر ظهور القريص الأزرق ؟

4. كرّر محمد التجربة 40 مرّة فتحصل على النتائج التالية :

أزرق– أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أحمر - أحمر - أزرق - أزرق - أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أحمر - أزرق - أزرق - أزرق - أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أزرق - أحمر - أحمر - أزرق - أحمر - أزرق - أحمر -أزرق - أزرق - أحمر - أحمر - أزرق - أحمر - أزرق– أحمر - أزرق.

أ) انقل الجدول التالي على كراسك ثمّ أكمله

	سحب القريص الأحمر	سحب القريص الأزرق
عدد المرّات		
التواتر بالنّسبة المائويّة		

ب) هل تمّ سحب القريص الأحمر في أكثر من 50 % من التجارب ؟

4. قام أحد أصدقائه بهذه التجربة 40 مرّة لكنّة توقّف عند التجربة رقم 25 و قال "لو واصلت عملية السّحب لأصبح تواتر ظهور القريص الأحمر أكبر من تواتر ظهور القريص الأزرق". هل تشاطره الرأي ؟

نشاط 2

سحب أعداد عشوائية بواسطة الآلة الحاسبة.

توفّر الآلة الحاسبة العلمية أعدادا عشوائية بواسطة الزر «RANDOM» أو «ALEA» أو «rand» ...

عندما نضغط على الزر «RANDOM» مرّة واحدة نتحصّل على عدد عشري محصور بين 0 و 1 و جزءه العشري يشكّل قائمة ذات 3 أرقام عشوائية أو أكثر حسب نوع الآلة.

نعتبر آلة حاسبة تعرض أعدادا عشوائية بثلاثة أرقام بعد الفاصل. كرّر تلميذ التجربة 30 مرّة فتحصّل على النتائج التاليّة :

046- 760- 847- 696- 410- 513- 989- 957- 925- 147- 353- 202- 932- 154-

630- 971- 193- 296- 772- 621- 724- 319- 660- 509- 104- 699- 802- 024-

214- 619

1. أ) انقل الجدول التالي على كراسك ثمّ أكمله.

الرقم	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد المرّات										
التواتر بالنسبة المائوية										

ب) ارسم مضلّع التواترات.

2. أ) كرّر التجربة باستعمال الآلة الحاسبة 60 مرّة ثمّ حوصل النتائج في الجدول التالي :

الرقم	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد المرّات										
التواتر بالنسبة المائوية										

نسمّي عيّنة مقاسها n سلسة إحصائيّة مشكلة من النّتائج المتحصّل عليها عند تكرار هذه التّجربة n مرّة وفي نفس الظّروف

ب) ارسم مضلّع التواترات.

3. ماذا تلاحظ كلّما كبرت العيّنة ؟ قارن التواترات بالعدد 0،1 .

نشاط 3

أ) ارم نردا أوجهه مرقّمة من 1 إلى 6 خمسة و عشرين مرّة و سجّل رقم الوجه العلوي بعد كلّ رمية ثم حوصل النتائج في الجدول التالي :

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار						
التواتربالنسبة المائوية						

ب) ارسم مضلّع التواترات.

ج) جمّع النتائج التي تحصّلت عليها مع نتائج ثلاثة من زملائك في جدول مثل الجدول السابق.

د) ارسم مضلّع التواترات.

ه) ماذا تلاحظ كلّما كبرت العيّنة ؟ قارن التواترات بالعدد 0,16 .

نشاط 4

شاركت مجموعة من التّلاميذ في مسابقة من خلال برنامج تلفزي تتمثّل المسابقة في الإجابة عن السّؤال الّذي يسحبه المشارك من علبة بطريقة عشوائيّة.

نعلم أنّ عدد الأسئلة في الثّقافة العامّة هو5 وعددها في التّاريخ هو 4 وعددها في الرّياضة هو1.

أ) ما هو السّؤال الأكثر احتمالا للسّحب ؟ الأقلّ احتمالا للسّحب ؟

ب) ما هو احتمال سحب سؤال التّاريخ ؟ اعط النّتيجة في صيغة نسبة مائويّة.

ج) ما هو احتمال سحب سؤال في الثّقافة العامّة أو الرّياضة ؟

نشاط 5

نسي أيمن وعزيز وأحمد أقلامهم بالقاعة عند خروجهم من حصّة الرّياضيات، احتفظ بها أستاذهم ثمّ وزّعها عليهم بطريقة عشوائيّة في بداية الحصّة الموالية.

يمثّل الجدول التّالي إمكانيّات توزيع الأقلام على التّلاميذ. انقله على كرّاسك ثمّ اكمله.

إمكانيّات التّوزيع	يتسلّم أيمن	يتسلّم عزيز	يتسلّم أحمد
إمكانيّة أولى	قلمه	قلمه	قلمه
إمكانيّة ثانية	قلمه	قلم أحمد	قلم عزيز
إمكانيّة ثالثة	قلم عزيز	قلم أحمد	قلم أيمن

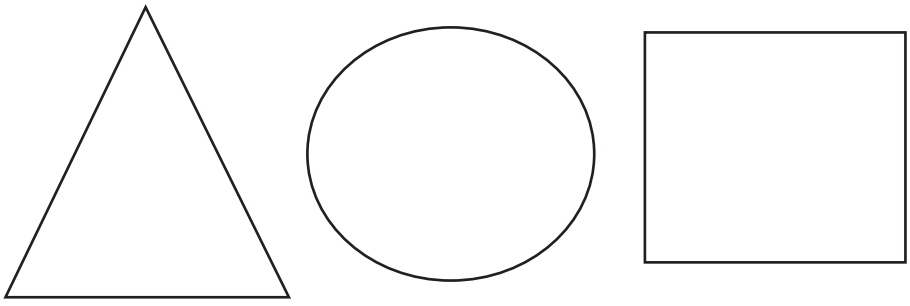
أ) ما هو عدد إمكانيات التوزيع ؟
ب) ما هو احتمال أن يتسلّم أيمن قلمه ؟
ج) ما هو احتمال أن يتسلّم كلّ تلميذ قلمه ؟

تطبيقات

1 باستعمال الأرقام التاليّة 0 ، 2 ، 3.
أ) بكم من طريقة يمكنك تكوين عدد ذي رقمين مختلفين.
ب) بكم من طريقة يمكنك تكوين عدد ذي رقمين مختلفين أو متساويين ؟

2 مأوى سيارات خاصّ شكله مستطيل به 4 أماكن خالية و متجاورة يتّسع كلّ منها لسيارة واحدة.
دخلت سيارتان المأوى.
أ) بكم من طريقة يمكن توجيه السيارتين نحو مكانين خاليين من المأوى ؟
ب) ما هو احتمال أن تقف السيارتان في مكانين متجاورتين ؟

3 لطارق ثلاثة أقلام ملوّنة : الأزرق والأصفر والبنّي. يريد تلوين الأشكال الهندسيّة التّالية :



ما هي الاختيارات الممكنة للألوان إذا ما اعتبرنا أنّه يستطيع استعمال لون واحد على الأقلّ ؟
ما هي الاختيارات الممكنة للألوان إذا ما اعتبرنا أنّه يستعمل ثلاثة ألوان ؟

تمـــاريـــن

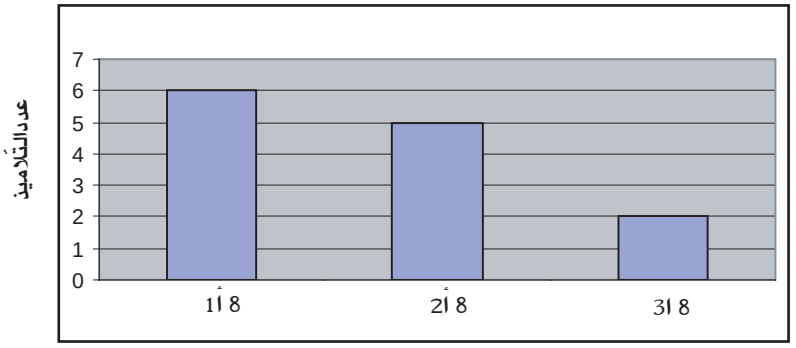
1 استجوب أستاذ تربية بدنية تلاميذ ثلاثة فصول من الثامنة أساسي حول النشاط الرياضي الذي يحبّذون ممارسته في إطار الجمعيّة الرياضية المدرسية.

حاول الأستاذ تنظيم هذه المعطيات في الوثائق الثلاث التاليّة والتي لم يتمّ إكمالها.

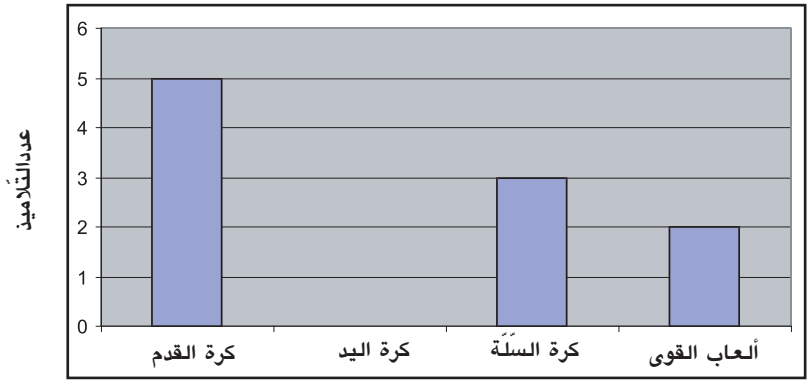
الوثيقة (1)

	كرة القدم	كرة اليد	كرة السلة	ألعاب القوى	المجموع
8 أ1		2	0		9
8 أ2	5	0	3		
8 أ3	2		2	1	
المجموع		10			

الوثيقة (2)



الوثيقة (3)



1. ماذا تمثّل كلّ وثيقة من الوثائق السابقة ؟

2. ما هو عدد التلاميذ من 2أ8 الذين يحبّذون ممارسة كرة القدم ؟ ما هي الوثيقة التي تدلّ على ذلك ؟

3. ما هو عدد التلاميذ الذين يحبّذون ممارسة ألعاب القوى ؟ ما هي الوثيقة التي تدلّ على ذلك ؟

4. ماذا يمثّل العدد 10 بالوثيقة (1) في وادي كرة اليد ؟ أكمل المعطى الناقص بهذا الوادي.

5. ما هو عدد التلاميذ من 1أ8 الذين يحبّذون ممارسة نشاط رياضي في إطار الجمعيّة الرياضية؟ ما هو العدد الجملي للتلاميذ الذين اختاروا ممارسة نشاط رياضي ؟

6. انقل الجدول بالوثيقة (1) ثمّ أكمله.

7. مثّل بمخطّط القطاع الدائري توزّع التلاميذ الذين اختاروا ممارسة كرة اليد حسب الفصول.

2 يتوزّع تلاميذ مدرسة إعداديّة على النّحو التّالي :

العمر / المستوى	12 سنة	13 سنة	14 سنة	15 سنة	16 سنة	17 سنة
7 أساسي	22	76	48	4	0	0
8 أساسي	0	10	50	50	40	0
9 أساسي	0	0	6	70	36	20

1. ما هي المجموعة الإحصائية المدروسة ؟

2. ما هي الميزة المدروسة ؟ ما هي طبيعتها ؟

3. انقل الجدول المقابل ثمّ أكمله.

4. ما هو التكرار الجملي ؟

5. اعط منوال و مدى و معدّل العمر بالنسبة إلى هذه السلسلة.

6. مثّل الجدول السابق بمخطّط العصيات

7. ما هو موسّط هذه السلسلة.

العمر بالسنة	التّكرار	التّكرار بالنّسبة المائويّة
12	22	
13		
14		
15	124	
16		
17	20	
المجموع		

3 يمثّل الجدول التالي توزّع عدد الحرفاء المرتادين لمغازة كبرى طوال أسبوع.

الإثنان	الثّلاثاء	الإربعاء	الخميس	الجمعة	السّبت	الأحد
1920	1230	590	1230	2300	2730	3900

1. ما هو المعدّل اليومي لعدد الحرفاء ؟
2. ما هي النّسبة المائويّة للحرفاء يوم الأحد ؟
3. مثّل هذه السّلسلة بمخطّط العصيّات.

4 أرقام الهاتف القار تبدأ بـأحد رموز المناطق: 71 ، 72 ، 73 ، 74، 75 ، 76 ، 77 ، 78

قامت مؤسسة بـ 1200 مكالمة هاتفية كما هو مبيّن بالجدول التالي :

رمز المنطقة	71	72	73	74	75	76	77	78
عدد المكالمات	140	120	360	130	30	160	150	100

1. ما هو عدد المكالمات الهاتفية التي اجريت نحو الرمز 73 ؟
2. ما هي النسبة المائوية للمكالمات الهاتفية الموجهة نحو الرمز 78 ؟
3. مثّل هذه السلسلة بمخطط القطاع الدائري.

5 فيما يلي نتائج التحقيق الذي قام به أستاذ اللغة العربيّة في فصل يتكوّن من 10 أولاد و 17 بنتا لجمع معلومات حول عدد الكتب التي طالعها التلاميذ في ظرف شهر.

بالنّسبة إلى البنات (الجدول 1)

عدد كتب المطالعة	0	1	2	أكثر من 2
عدد التّلاميذ	0	2		9
التّواتر بالنّسبة المائويّة				

(الجدول 1)

بالنّسبة إلى الأولاد (الجدول 2)

عدد كتب المطالعة	0	1	2	أكثر من 2
عدد التّلاميذ	1	0	5	4
التّواتر بالنّسبة المائويّة				

(الجدول 2)

1. انقل الجدولين السابقين ثمّ أكملهما.

2. جمّع المعطيات السابقة في جدول واحد.

3. أ)احسب النسبة المائوية a للبنات اللاتي طالعن أقلّ من 3 كتب.

ب) احسب النسبة المائوية b للذكور الذين طالعوا أقلّ من 3 كتب.

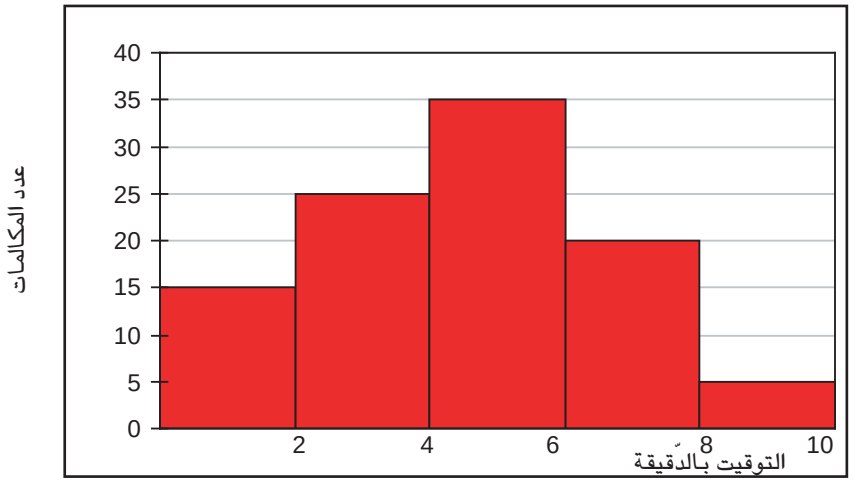
ج) احسب النسبة المائوية c للتلاميذ الذين طالعوا أقلّ من 3 كتب.

د) هل أنّ c تمثّل المعدّل الحسابي لـ a و b ؟ لماذا ؟

6 قصد القيام بدراسة ، قامت إدارة مدرسة يجمع معلومات حول الزمن الذي يقضيه يوميا كلّ تلميذ أمام الحاسوب يقدّم الجدول التالي النتائج التي أفرزتها هذه الإستمارة :

الزّمن بالدّقيقة	من 0 إلى أقلّ من 30	من 30 إلى أقلّ من 60	من 60 إلى أقلّ من 90	من 90 إلى أقلّ من 120
عدد التّلاميذ	130	100	50	20
التّواتر بالنّسب المائويّة				

7 يمثّل مخطّط المستطيلات التّالي توزّع مدد المكالمات الهاتفيّة بموزّع الخطوط الهاتفيّة.



1. ما هي المدّة الزّمنيّة لأكبر عدد من المكالمات الهاتفيّة ؟

2. انقل الجدول التّالي ثمّ أكمله.

الزّمن بالدّقيقة	من 0 إلى أقلّ من 2	من 2 إلى أقلّ من 4	من 4 إلى أقلّ من 6	من 6 إلى أقلّ من 8	من 8 إلى أقلّ من 10
عدد المكالمات					
التّواترات					

3. مثّل هذه السلسلة بمضلع التواترات.

4. ما هو معدّل مدد المكالمات الهاتفية..

8 قامت منظمة الدّفاع عن المستهلك بتسجيل سعر البيع لنفس الجهاز الكهرو منزلي في 80 مغازة.

السعر بالدينار	من 300 إلى أقلّ من 310	من 310 إلى أقلّ من 320	من 320 إلى أقلّ من 330	من 330 إلى أقلّ من 340	من 340 إلى أقلّ من 350
عدد المغازات	10	20	25	15	10

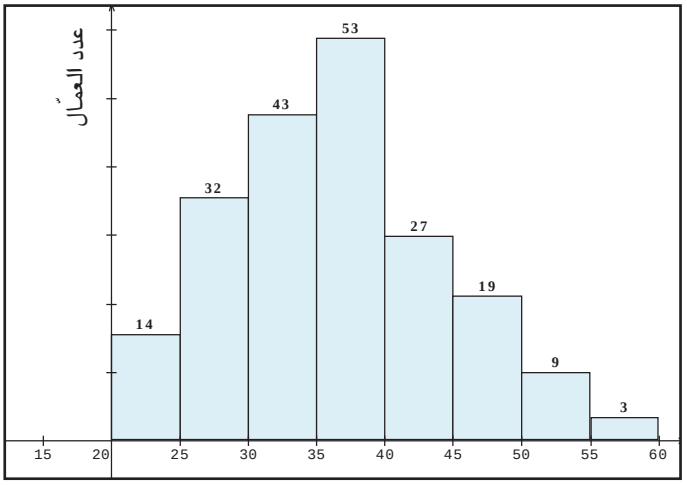
1. مثّل هذه المعطيات بمخطّط المستطيلات.

2. ما هو عدد المغازات التي بها السّعر مرتفعا ؟ متدنّيا ؟

3. ما هو معدّل الأسعار.

4. اعط منوال ومدى هذه السّلسلة الإحصائيّة.

9 يمثّل مخطّط المستطيلات التالي توزّع عمّال شركة حسب أعمارهم.



1. أكمل الجدول التالي :

العمر بالسنة	من20 إلى أقلّ من 25	من 25 إلى أقلّ من 30	من 30 إلى أقلّ من 35	من 35 إلى أقلّ من 40	من 40 إلى أقلّ من 45	من 45 إلى أقلّ من 50	من 50 إلى أقلّ من 55	من 55 إلى أقلّ من 60
عدد العمّال								

2. ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة؟

3. ما هو معدّل الأعمار بالنسبة لعمّال الشركة ؟

4. انقل المخطّط ثمّ ارسم عليه مضلّع التكرارات.

10 قامت اللجنة المنظّمة لمسابقة صيد الأسماك بوزن كمّية السّمك التي اصطادها كلّ مشارك ثمّ قدّمت النتائج في الجدول التالي :

الوزن بالكيلوغرام	من 0 إلى أقلّ من 0,5	من 0,5 إلى أقلّ من 1	من 1 إلى أقلّ من 1,5	من 1,5 إلى أقل من 2	من 2 إلى أقلّ من 2,5
عدد الصيادين	20	10	6	1	3

1. ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة ؟

2. ما هو معدل وزن السمك الموافق للمشارك الواحد ؟

3. ما هو منوال و مدي هذه السلسلة ؟

4. مثّلها بمخطّط المستطيلات.

5. ما هو عدد المشاركين الذين اصطادوا أكثر من 1500 غرام ؟

6. ما هو عدد المشاركين الذين اصطادوا أقلّ من 1000 غرام ؟

11 يُراد تكوين لجنة من شخصين ضمن مجموعة مكوّنة من ثلاثة رجال و امرأتين.

أ) كم طريقة تمكّن من تشكيل هذه اللجنة ؟

ب) ما هو احتمال أن تكون اللجنة مركّبة من رجلين ؟

ج) ما هو احتمال أن تكون اللجنة مركّبة من امرأتين ؟

د) استنتج احتمال أن تكون اللجنة مكوّنة من رجل و امرأة.

12 تعرض مؤسّسة تربوية على تلاميذها اختيار المشاركة في النوادي الثقافية من بين الأربع نوادي التالية

ن1 : الموسيقى ن2 : الرقص ن3 : المسرح ن4: الشعر

ما هو عدد الاختيارات الممكنة بالنسبة إلى التلميذ الواحد إذا ما سُمح له بالمشاركة في ناديين فقط ؟ في 3 نواد على أقصى تقدير؟

13 يعرض مطعم على حرفائه ثلاثة أصناف من التحليّة .

1. ما هي الاختيارات الممكنة إذا ما اعتبرنا أنّ الحريف عليه أن يختار صنفا واحدا فقط ؟

2. ما هي الاختيارات الممكنة إذا ما اعتبرنا أنّه يمكن أن يختار أكثر من صنف ؟

التّناظر المركزي

ابن بطوطة

هو أبو عبد الله محمد بن عبد الله الطنجي المعروف بابن بَطُوطة.ولد في مدينة طنجة يوم 17 رجب سنة 703 هجرية، ودرس بطنجة . رحل ابن بطوطة ثلاث رحلات : أولاهن وهي أطولهن بدأها في يوم الخميس 12 رجب سنة 725هـ (1325م) وانتهى منها يوم الجمعة أواخر شعبان عام سنة 750 هـ. ثم عاد، فبدأ رحلته الثانية في مملكة غرناطة بالأندلس.عاد ابن بطوطة ليبدأ رحلته الثالثة إلى بلاد السودان، ثم مالي ثم تمبكتو، ومنها إلى تكدا، ووصل في تنقلاته بين هذه المدن إلى نهر النيجر.توفي ابن بطوطة سنة 777 هـ.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

لكلّ داء دواء يستطبّ له

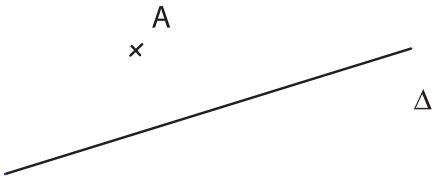
إلاّ الحماقة أعيت من يداويها

أحمد شوقي

التناظر المركزي

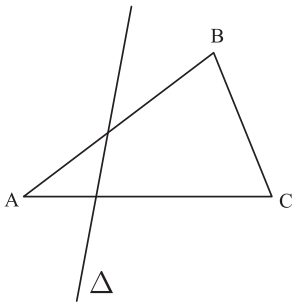
أستحضر

1 أنقل الرسم على كراسك ثمّ أنجز البناء المطلوب في كلّ حالة من الحالات التالية :



أ) ابن النقطة A' مناظرة النقطة A بالنسبة إلى المستقيم Δ .

ب) A و B نقطتان متناظرتان بالنسبة إلى مستقيم Δ .
ابن Δ .

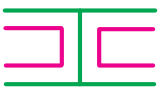


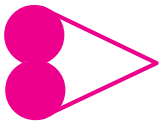
ج) ابن المثلث A'B'C' مناظر المثلث ABC بالنسبة إلى المستقيم Δ .

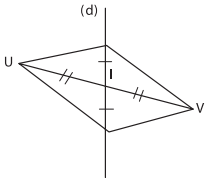
2 أ) ما هو الشكل الذي له محور تناظر أو أكثر ؟

(أ)

(ب)

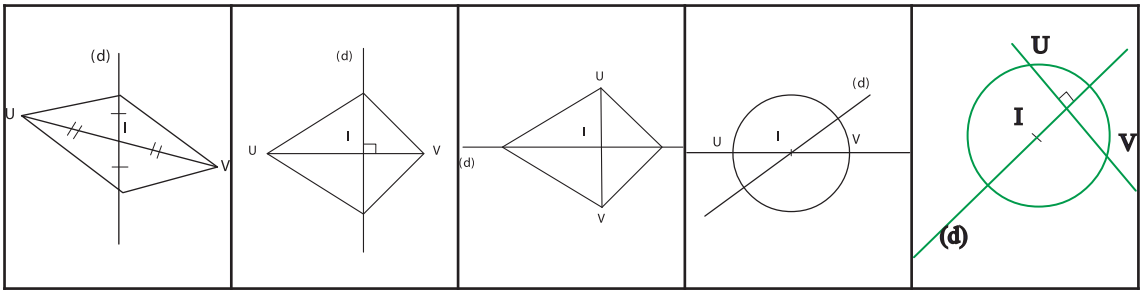

(ج)


(د)



(هـ)

ب) في أي شكل من الأشكال التالية تكون النقطتان U و V متناظرتين بالنسبة إلى المستقيم (d) ؟



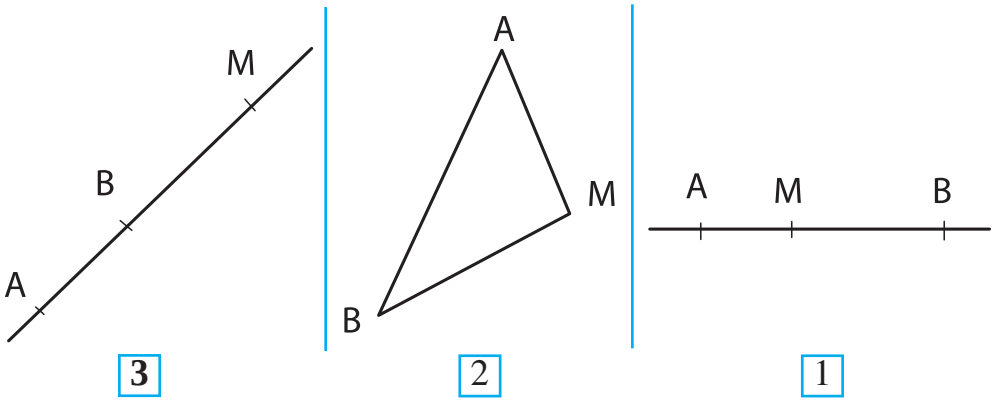
(أ) (ب) (ج) (د) (هـ)

3 A و B نقطتان متناظرتان بالنّسبة لمستقيم (d).
أنقل الجدول التّالي على كرّاسك ثمّ أجب بـ "**صحيح**" أو "**خطأ**" في الخانة المقابلة.

1. B هي مناظرة النقطة A بالتناظر المحوري محوره (d)	
2. المستقيم (d) يوازي (AB)	
3. المستقيم (d) عمودي على (AB)	
4. المستقيم (d) يقطع [AB] في منتصفها	
5. A و B من نفس الجهة بالنسبة إلى (d)	

ليكن Δ مستقيما ونقطة M من المستوي لا تنتمي إلى المستقيم Δ.
تكون النقطة M' مناظرة للنقطة M بالنسبة إلى المستقيم Δ إذا كان المستقيم Δ هو الموسط العمودي للقطعة [MM'].
إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم Δ فهي مناظرة نفسها.

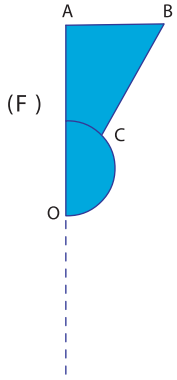
4 أ) قارن AB و AM + MB في كلّ حالة من الحالات التّالية :



ب) في أيّ وضعيّة من الوضعيّات السّابقة تحقق النقطة M المساواة AM + MB = AB ؟

أستكشف وأطبّق

نشاط 1



1) أنقل الرسم (F) على ورق شفاف و على كرّاسك.

– ضع الورق الشفاف على كراسك بحيث ينطبق الرسمان.

– ثبّت شوكة البركار على النقطة O.

– قم بتدوير الورق الشفاف نصف دورة (للتحقق سوف تلاحظ أنّ الخطّين المتقطعين محمولان على نفس المستقيم.)

– قم برسم الشكل على كراسك في وضعيّته الجديدة. سميه (F') .

نقول أنّ الشكل (F') مناظر للشكل(F)بالنسبة إلى النقطة O.
أو
أنّ الشكل (F') هو مناظر الشكل(F) بالتناظر المركزي الّذي مركزه O.

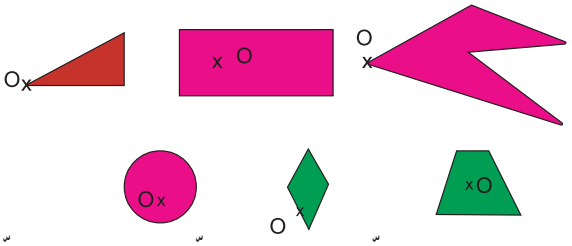
2) أ) حدّد النقاط A' و B' و C' و D' الموافقة على التوالي للنقاط A و B و C و D.

ب) ماذا تمثّل النقطة O بالنسبة إلى كلّ من قطع المستقيمات [AA'] و[BB'] و[CC']؟

نقول أنّ النقطة A' مناظرة النقطة A بالنسبة للنقطة O إذا كانت O منتصف قطعة المستقيم [AA'].

نشاط 2

أ) أنقل الأشكال التّالية على كرّاسك



ب) أرسم في كلّ حالة من الحالات التّالية مناظر الشّكل المرسوم بالنّسبة إلى النّقطة O

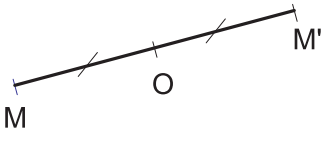
تعريف

لتكن O نقطة من المستوي

- M نقطة مخالفة للنقطة O .

تكون النقطة M' مناظرة للنقطة M بالنسبة لـ O إذا كانت O منتصف قطعة المستقيم [MM']

- مناظرة النقطة O بالنسبة للنقطة O هي نفسها.

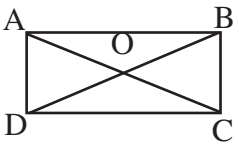


مصطلحات وكتابة

- التناظر بالنسبة للنقطة O يسمّى تناظر مركزي
- نسمّي النقطة O مركز التناظر.
- عندما تكون النقطتان M و 'M متناظرتين بالنسبة لـ O نقول أنّ كلاّ منهما مناظرة للأخرى بالتناظر المركزي.

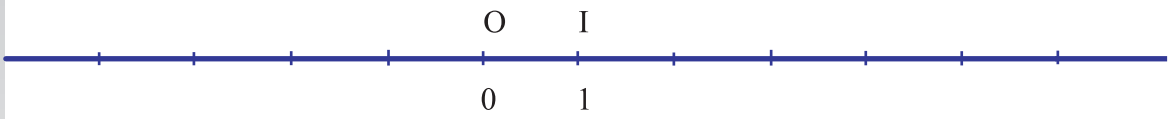
تطبيقات

1 لاحظ الرّسم التّالي حيث ABCD مستطيلا و حدّد مناظرات النّقاط A وB وC وD بالنسبة إلى O.



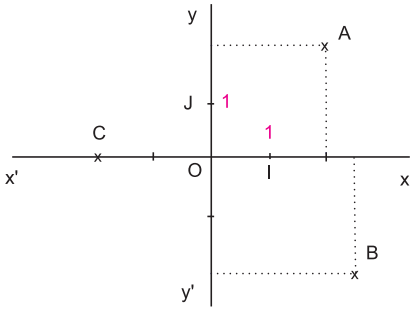
2 أ) أرسم نقطتين O و A . أرسم الدائرة $\mathcal{C}$ التي مركزها O و شعاعها OA
نصف المستقيم [AO] و $\mathcal{C}$ يتقاطعان في نقطة ثانية 'A
ب) بيّن أنّ A و 'A متناظرتان بالنسبة إلى O .

3 أنقل على كرّاسك المستقيم المدرج التّالي :



أ) عيّن النّقاط A وB وC وD وE الّتي فاصلاتها على التّوالي 2، 3، 3-، 4، 5
ب) حدّد مناظرة النّقطة B بالنّسبة إلى O و مناظرة النّقطة E بالنّسبة إلى B
ج) أنقل ثمّ أتمم بما يناسب : – مناظرة النّقطة E بالنّسبة إلى I هي...
– النّقطتان O وE متناظرتان بالنّسبة إلى....

4 أنقل الرّسم التّالي :



أ) ما هي إحداثيات كلّ من النقاط A و B و C ؟
ب) عيّن النقاط 'A و 'B و 'C مناظرات
النقاط A و B و C على التوالي بالنسبة إلى O.
ج) ما هي إحداثيات النقاط 'A و 'B و 'C

مناظر مستقيم – مناظر نصف مستقيم – المحافظة على الاستقامة :

نشاط 1

1) أرسم مستقيما (D) و نقطة O لا تنتمي إليه.

- عيّن نقطتين A و B من (D) .
- أرسم مناظرتيهما A' و B' على التوالي بالنسبة إلى O والمستقيم (A'B') .
- خذ ورقة شفافة و ثبّتها بواسطة شوكة البركار في النقطة O ثمّ أنقل عليها المستقيم (AB)
- أدر الورقة الشفافة حتى تنطبق النقطة A على النقطة A' و لاحظ أن (AB) قد انطبق على (A'B')

أي أنّ مناظر المستقيم (AB) بالنسبة إلى O هو المستقيم (A'B')

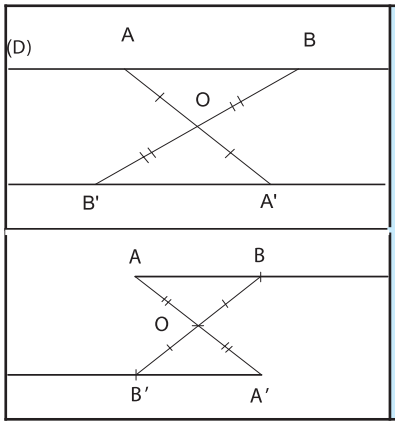
- حقّق أنّ المستقيمين (AB) و(A'B') متوازيان.

2) ما هو مناظر نصف المستقيم [AB] بالنسبة إلى O ؟

لتكن O نقطة من المستوي.

مناظر مستقيم بالنسبة إلى O هو مستقيم موازٍ له.

- إذا كانت A و B نقطتين مختلفتين و A' و B' مناظرتيهما على التّوالي بالنّسبة إلى O فإنّ المستقيم (A'B') مناظر المستقيم (AB) بالنسبة إلى O ولدينا (A'B') موازٍ لـ (AB)
- نصف المستقيم [A'B'] مناظر نصف المستقيم [AB] بالنسبة إلى O.



تطبيقات

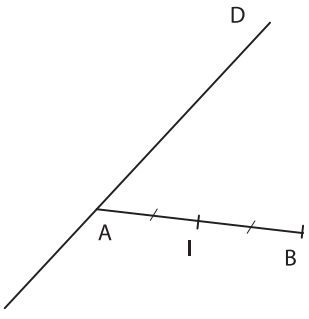
1 أ) أرسم مستقيما Δ و نقطتين مختلفتين A و B لا تنتميان إلى Δ

ب) ابن المستقيم Δ' مناظر Δ بالنسبة إلى A و Δ'' مناظر بالنسبة إلى B

ج) أثبت أن Δ' و Δ'' متوازيان.

2 أنقل الرسم المقابل على كراسك

ابن مناظر المستقيم Δ بالنسبة إلى I



3 ابن متوازي الأضلاع EFGH ولتكن النقطة O مركزه.

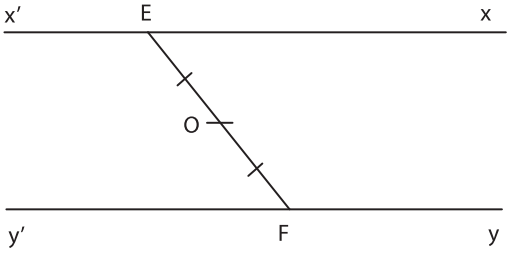
أنقل وأتمم على كراسك بما يناسب :

مناظر المستقيم (EH) بالنسبة إلى O هو المستقيم .....

مناظر المستقيم .....بالنسبة إلى O هو المستقيم (EH)

4 لاحظ الشكل التالي حيث (xx') و (yy') مستقيمان متوازيان

ما هو مناظر كلّ من [Ex) و [Fy) و[EF] بالنسبة إلى النقطة O

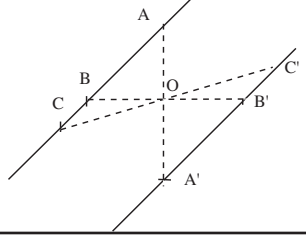


نشاط 2

أ) أرسم ثلاث نقاط A و B و C على استقامة واحدة ونقطة O.

ب) ابن النّقاط A' وB' و C' مناظرات A وB و C على التّوالي بالنّسبة الى O.

ج) أثبت أنّ A' وB' وC' على استقامة واحدة.



مناظرات ثلاث نقاط على استقامة واحدة بتناظر مركزي هي ثلاث نقاط على استقامة واحدة أيضا.

نقول أنّ التناظر المركزي يحافظ على الاستقامة.

تطبيق

1 أرسم ثلاث نقاط A و B وC على استقامة واحدة وعيّن النّقطة O منتصف [AB].

نعتبر النّقطة D مناظرة النّقطة C بالنّسبة للنّقطة O.

بيّن أنّ النّقطة D تنتمي إلى المستقيم (AB).

2 أرسم مثلّثا ABC وعيّن النّقطة O منتصف [BC]

ابن النّقطة D مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة O

عيّن M نقطة من [AB]. المستقيم (OM) يقطع (CD) في النّقطة N

بيّن أنّ النّقطة N هي مناظرة النقطة M بالنسبة إلى النّقطة O.

المحافظة على البعد- مناظرة قطعة مستقيم- المحافظة على المنتصف.

نشاط 1

لتكن O نقطة من المستوي

1) عيّن نقطتين A و B حيث O وA و B ليست على استقامة واحدة

أ) ابن النقطتين A' وB' مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى O

ب) ما هو مناظر كلّ من (AB) و(A'B') بالنسبة إلى O ؟

ج) أثبت أنّ الرباعي ABA'B' متوازي الأضلاع.

د) استنتج أنّ A'B' = AB

2) عيّن نقطة C من المستقيم (OA) مخالفة لـ O وA وابن مناظرتها C' بالنّسبة لـ O.

قارن AC و A'C'

لتكن O نقطة من المستوي وA وB نقطتان
إذا كانت النقطتان A' وB' مناظرتي النّقطتين A وB على التوالي بالنسبة إلى O
فإنّ A'B'=AB. نقول أنّ التناظر المركزي يحافظ على البعد.

نشاط 2

أ) أرسم قطعة مستقيم [AB] ونقطة O .

ب) ابن النقطتين A' وB' مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى النقطة O .

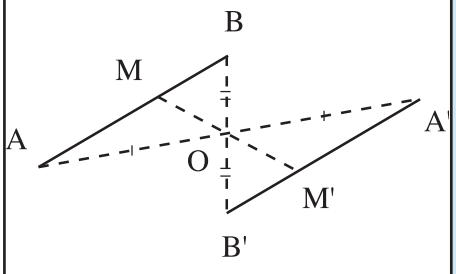
ج) أرسم القطعة [A'B'] .

د) لتكن M نقطة من [AB] وM' مناظرتها بالنسبة إلى O. قارن AM + MB وAB ثمّ قارن A'M' + M'B' وA'B' أستنتج أنّ M' تنتمي إلى [A'B'] .

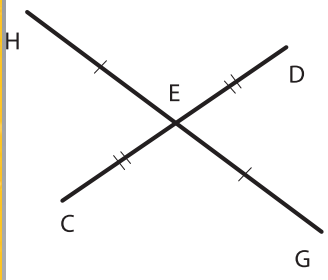
ه) لتكن N' نقطة من [A'B'] و N مناظرتها بالنسبة إلى O . بيّن أنّ N تنتمي إلى [AB]

و) استنتج مناظر قطعة المستقيم [AB] بالنسبة إلى O .

لتكن O نقطة من المستوي.
مناظر قطعة مستقيم بالنسبة إلى O هي قطعة مستقيم مقايسة لها
إذا كانت نقطتان A' وB' مناظرتي نقطتين A و B على التوالي بالنسبة إلى O فإنّ قطعة المستقيم [A'B'] هي مناظرة القطعة [AB] بالنسبة إلى O.



تطبيقات



1 لاحظ الشكل المقابل

ما هو مناظر كلّ من [CD] و[HC] و[GH] و[CG] بالنسبة إلى E ؟

2 أرسم قطعة مستقيم [FG]

أ) ابن النقطة F' مناظرة F بالنسبة إلى G و النقطة G' مناظرة G بالنسبة إلى F

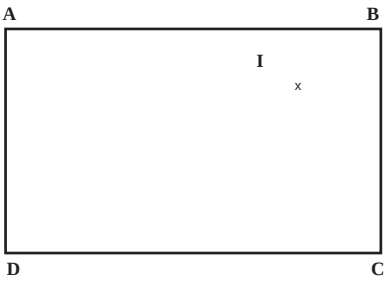
ب) بيّن أنّ FG' = GF'

3 ليكن ABC مثلثا و A' و B' و C' منتصفات القطع [BC] و[AC] و[AB] على التوالي

أ) ابن النقطتين A" و C" بحيث A" مناظرة B' بالنسبة إلى A' و C" مناظرة B' بالنسبة إلى C'

ب) ما هي طبيعة الرباعي AB'BC" ؟

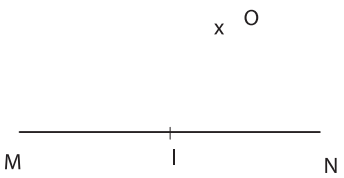
ج) أثبت أنّ النقطة B منتصف قطعة المستقيم [A"C"]



4 أ) أنقل الرسم المقابل على كراسك حيث ABCD مستطيل بعداه AB = 5 cm و AD = 3 cm و نقطة I من المستوي

ب) ابن الرّباعي EFGH مناظر المستطيل ABCD بالنّسبة إلى I. ما هي طبيعته ؟ حدّد محيطه ومساحته.

نشاط 3



أ) انقل الرسم المقابل على كرّاسك حيث I منتصف القطعة [MN] و O نقطة من المستوي .

ب) ابن النقاط M' و N' و I' مناظرات M و N و I على التوالي بالنسبة إلى O

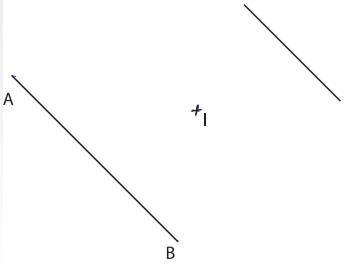
ج) بيّن أنّ النقطة I' منتصف القطعة [M'N']

التناظر المركزي يحافظ على المنتصف

تطبيقات

1 1 - رسمنا قطعة المستقيم [AB] وجزءا من مناظرتها [A'B'] بالنسبة إلى النقطة I كما هو مبيّن بالشكل المقابل.

أنقل الشكل وابن بالمسطرة والبركار منتصف القطعة [A'B']



2 1. أ) أرسم متوازي الأضلاع ABCD و عيّن مركزه O .

ب) ابن النقطة B' مناظرة B بالنسبة إلى C .

2. المستقيم (OB') يقطع (AD) في النقطة D'

أ) بيّن أنّ B' و D' متناظرتان بالنسبة إلى O

ب) استنتج أنّ النقطة A منتصف القطعة [DD']

مناظرة زاوية

نشاط

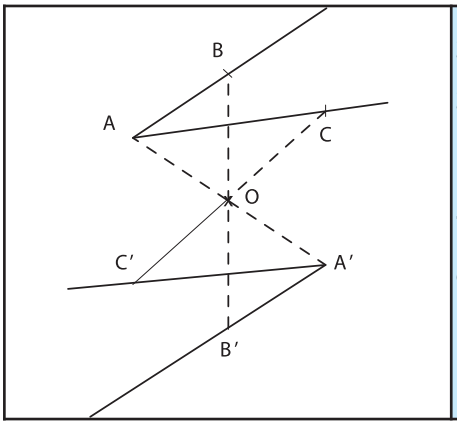
أ) أرسم زاوية $\widehat{BAC}$ ونقطة O

ب) ابن النقاط A' و B' و C' مناظرات النقاط A و B و C على التوالي بالنسبة إلى O

ج) أرسم نصفي المستقيم [A'B'] و [A'C']

د) تحقّق بواسطة الورقة الشفافة من أنّ مناظرة الزاوية $\widehat{BAC}$ بالنسبة إلى O هي الزاوية $\widehat{B'A'C'}$

تحقّق أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$



- مناظرة زاوية بالنسبة إلى نقطة من المستوي هي زاوية مقايسة لها. نقول أنّ التّناظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا.
- لتكن O نقطة من المستوي إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط مختلفة من المستوي و A' و B' و C' مناظراتها على التوالي بالنسبة إلى O فإنّ مناظرة الزاوية $\widehat{BAC}$ هو الزاوية $\widehat{B'A'C'}$ و $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$

تطبيقات

1 أ) ابن المثلث ABC حيث $\widehat{ABC} = 60°$ و $\widehat{ACB} = 40°$ و $BC = 4\ cm$

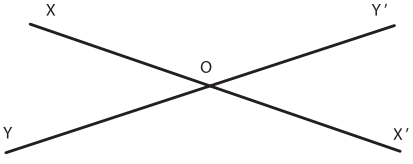
ب) لتكن النقطة I منتصف [AC] ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى I

أحسب $\widehat{BAC}$.

ج) ما هي مناظرة كلّ من الزوايا التالية : $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BAD}$ بالنسبة إلى

د) عيّن نقطة M تنتمي إلى (BC) ولا تنتمي إلى [BC] ثمّ أحسب $\widehat{DCM}$

2 نعتبر الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\widehat{XOY}$ و $\widehat{X'OY'}$



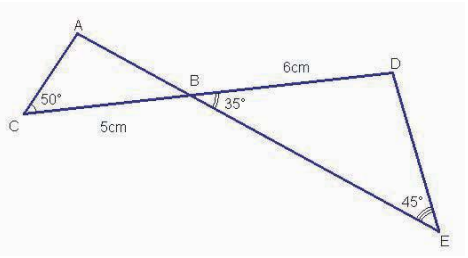
أ- ما هو مناظر كل من [OX] و [OY] بالنسبة إلى O ؟

ب- ما هو مناظر الزاوية $\widehat{XOY}$ بالنسبة إلى O

ماذا تستنتج ؟

ج- إذا كان $\widehat{XOY} + \widehat{X'OY'} = 90°$ أحسب $\widehat{XOY'}$

3 انقل الشّكل المقابل على كرّاسك.
ابن النّقاط P وQ وR و S مناظرات
النّقاطA وC وD وE بالنّسبة إلى النّقطةB .
أحسب قيسي الزّوايتين $\widehat{RSA}$ و$\widehat{QPB}$.

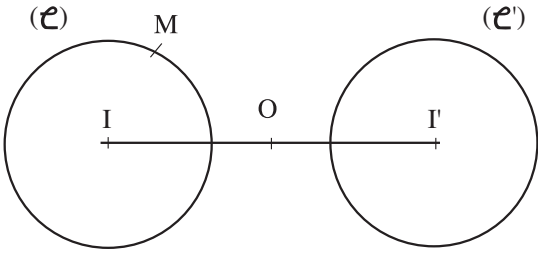


مناظرة دائرة

نشاط

في الشكل المقابل $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$ دائرتان لهما نفس الشعاع والنقطة O منتصف [II']

1. أنقل الشكل على كراسك
2. لتكن M نقطة من $\mathcal{C}$
أ) ابن النقطة M' مناظرة M بالنسبة إلى O.
ب) أثبت أنّ M' تنتمي إلى $\mathcal{C}'$
لتكن N' نقطة من $\mathcal{C}'$
3. أ) ابن النقطة N بحيث تكون النقطة N' مناظرة N بالنسبة إلى O
ب) أثبت أنّ N تنتمي إلى $\mathcal{C}$



- نقول أنّ الدائرتين $\mathcal{C}$ و$\mathcal{C}'$ متناظرتان بالنسبة إلى O
- مناظرة دائرة بالنسبة إلى نقطة من المستوي هي دائرة مقايسة لها.

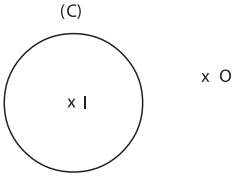
مناظرة دائرة $\mathcal{C}$ مركزها I بالنسبة إلى نقطة O هي دائرة $\mathcal{C}'$ لها نفس الشّعاع ومركزها I' حيث I' مناظرة النقطة I .

تطبيقات

1 أرسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها I
أرسم الدائرة $\mathcal{C}'$ مناظرة $\mathcal{C}$ بالنسبة إلى نقطة O في كلّ حالة.

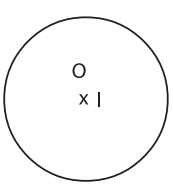
الحالة الأولى

$O \notin (\mathcal{C})$, $I \neq O$



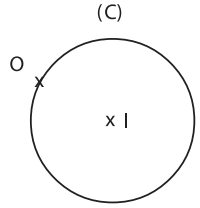
الحالة الثّانية

$I = O$



الحالة الثّالثة

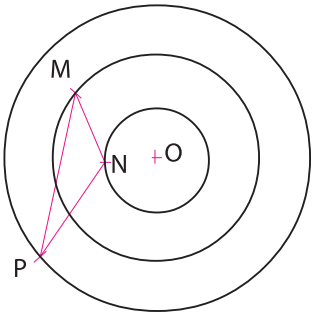
$O \in (\mathcal{C})$



2 أ) أرسم ثلاث دوائر لها نفس المركز O

ب) ارسم مثلّثا MNP بحيث يكون كلّ رأس على دائرة

ج) ابن وباستعمال المسطرة فقط المثلث M'N'P' المناظر للمثلث MNP بالنسبة للنقطة O.



3 لاحظ الرسم المقابل حيث الدائرتين (𝒞) و(𝒞') متقايستان ومتماستان في النقطة O

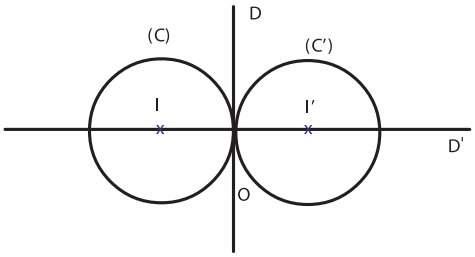
أنقل ما يلي و عوّض النقاط بما يناسب :

مناظرة النقطة I بالنسبة إلى O هي .....

مناظرة الدائرة (𝒞) بالنسبة إلى D هي .....

مناظرة الدائرة (𝒞') بالنسبة إلى D' هي .....

مناظرة الدائرة (𝒞) بالنسبة إلى O هي .....



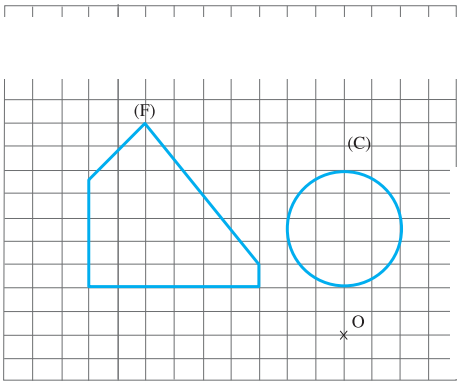
المحافظة على المساحات

نشاط

انقل الرسم المقابل على كراسك ثمّ ابن (𝒞') و(ℱ') مناظرتي (𝒞) و(ℱ) على التوالي بالنسبة إلى O

قارن بين مساحتي (𝒞) و (𝒞')

ثمّ قارن مساحتي ℱ و(ℱ') .



شكلان هندسيان (ℱ) و(ℱ') متناظران بالنسبة إلى نقطة O هما متطابقان إذن لهما نفس المساحة.

التناظر المركزي يحافظ على المساحات.

تطبيقات

1 أرسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث AB = 3 cm و AC = 5 cm

ابن النقطتين D و E مناظرتي النقطتين B و C على التوالي بالنسبة إلى A.

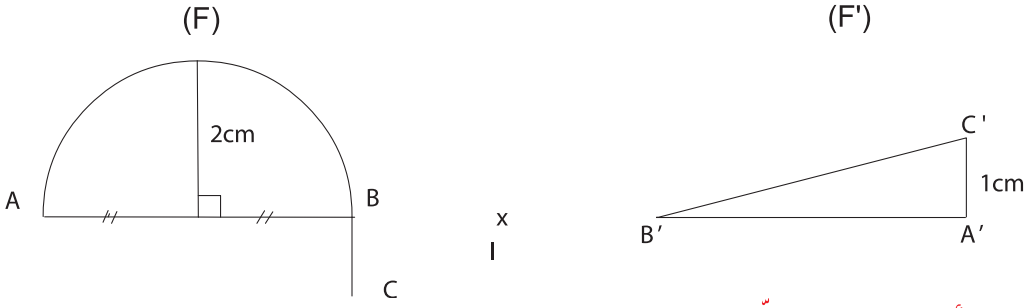
قارن أضلاع المثلثات ADE و ADC و ABE

ما هي مساحة المثلث ABC ؟

استنتج مساحة الرباعي BCDE .

2 أ) أنقل الرسم التالي على كراسك و أتممه بحيث يكون الشكلان (F) و (F') متناظرين بالنسبة إلى النقطة I .

ب) أحسب مساحة كلّ من الشكلين (F) و (F').



مركز تناظر أشكال هندسيّة

نشاط

أ) أنقل الشكل F على كراسك.

لاحظ أنّ مناظرة النقطة B بالنسبة إلى O هي النقطة G

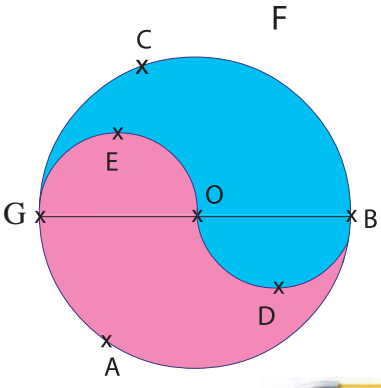
التي تنتمي إلى

ب) هل أنّ نفس الملاحظة تنطبق على النقاط الأخرى

ومناظراتها بالنسبة إلى O ؟

ج) عيّن نقاط أخرى على F وابن مناظراتها بالنسبة إلى O

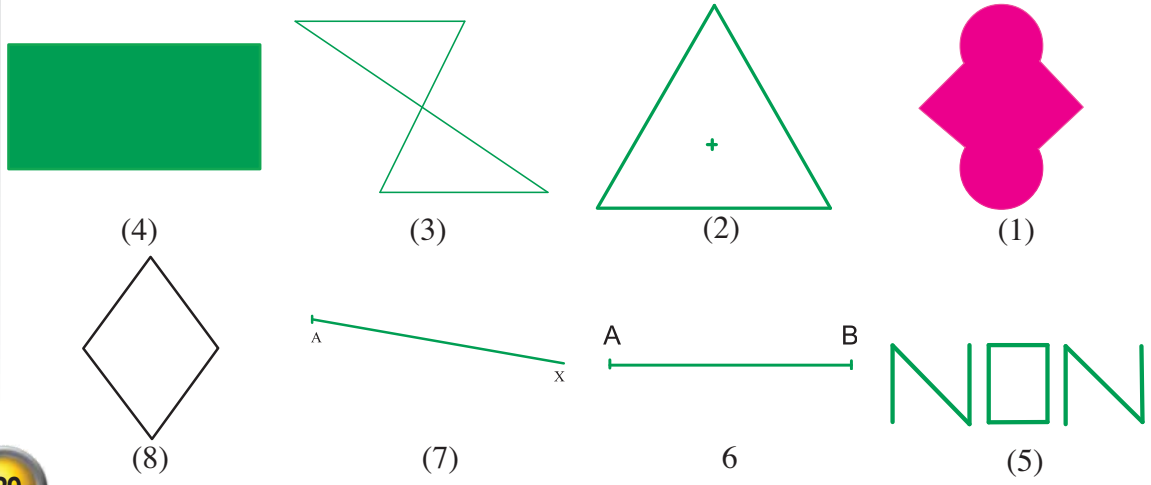
د) ماذا تستنتج ؟



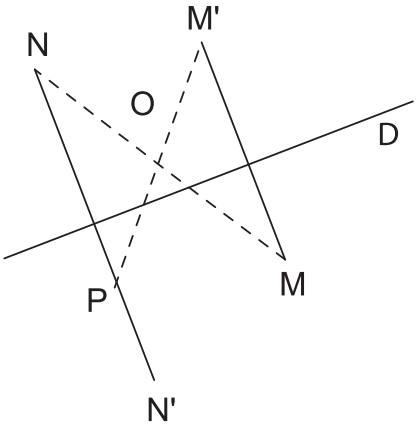
تمثّل نقطة O مركز تناظر شكل هندسي
إذا انطبق هذا الشكل مع مناظره بالنسبة إلى النقطة O

تطبيق

من بين الأشكال التّالية : ما هي الّتي لها مركز تناظر ؟ حدّده.



تمرين مرفق بحل عدد 1



لاحظ الشّكل المقابل حيث 'M و 'N مناظرتي النّقطتين M و N بالنّسبة إلى D و N و P مناظرتي M و 'M بالنّسبة إلى O

1. ما هو مناظر المستقيم ('MM) بالنّسبة إلى O ؟
2. بيّن أنّ ('MM) موازي لـ ('NN)
3. استنتج أنّ النّقاط N و 'N و P على استقامة واحدة.

الحلّ

1. بما أنّ N و P مناظرتا M و 'M بالنسبة إلى O فإنّ مناظر المستقيم ('MM) هو المستقيم (NP).
2. لدينا 'M مناظرة النقطة M بالنسبة إلى D إذن ('MM) عمودي على D و 'N مناظرة النقطة N بالنسبة إلى D إذن ('NN) عمودي على D بالتالي ('MM) موازي ('NN)
3. لدينا مناظر المستقيم ('MM) بالنسبة إلى O هو المستقيم (NP) إذن ('MM) موازي لـ ('NN) المستقيم ('MM) يوازي كلّ من المستقيمين ('NN) و (NP) إذن ('NN) موازي لـ (NP) وبالتالي النقاط N و 'N و P على استقامة واحدة.

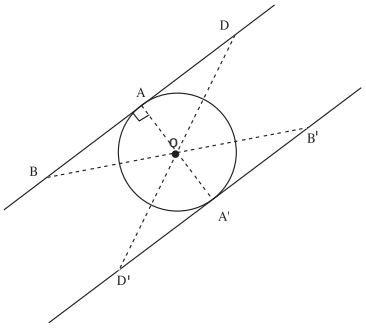
تمرين مرفق بحل عدد 2

نعتبر مثلثا AOB قائم الزاوية في A و الدائرة ℰ التي مركزها O والمارة من A

1. بيّن أنّ المستقيم (AB) مماس للدائرة ℰ في A
2. ابن النقطة 'A مناظرة B بالنسبة إلى A والنقاط 'A و 'B و 'D مناظرات A و B و D على التوالي بالنسبة إلى O.
3. بيّن أنّ 'A منتصف ['B'D]
4. ماهي الوضعية النسبية للمستقيم ('A'B) والدائرة ؟ علّل جوابك.

الحلّ

1. لدينا المثلث OAB قائم الزاوية في A إذن (AB) عمودي على (OA) وبالتالي بعد النقطة O عن المستقيم (AB) هو OA أي شعاع الدائرة ℰ والنّقطة A تنتمي إلى ℰ إذن (AB) هو المماس للدائرة ℰ في النقطة A
2. بناء النقاط D و 'A و 'B و 'D (انظر إلى الرسم)



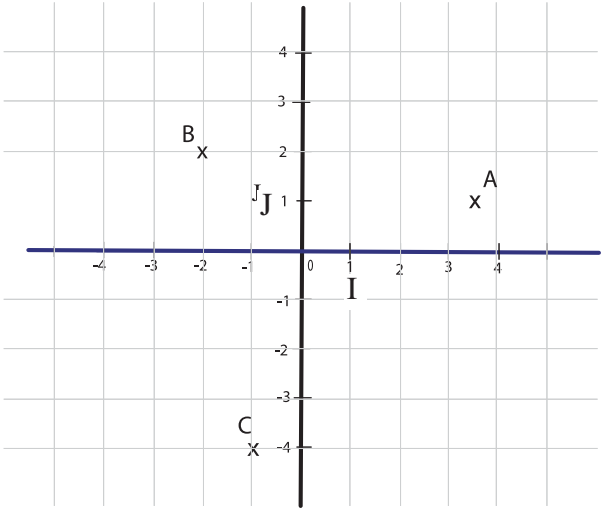
3. لدينا النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى A يعني A منتصف القطعة [BD] .
بما أنّ A' مناظرة لـ A بالنسبة إلى O و نعلم أنّ التناظر المركزي يحافظ على المنتصف فإنّ A' منتصف [B'D']

4. نلاحظ أنّ المستقيم (A'B') مماس للدائرة ℰ في النقطة A'. لنعلّل ذلك .
لدينا $\widehat{BAO} = 90°$ و مناظرها بالنسبة إلى O هو $\widehat{B'A'O}$ إذن $\widehat{B'A'O} = 90°$
أي أن (A'B') عمودي على (OA') .
النقطتان A و A' متناظرتان بالنسبة إلى O إذن OA = OA' (OA شعاع الدائرة) وبالتالي فإن A' تنتمي إلى الدائرة ℰ
إذن المستقيم (A'B') مماس للدائرة ℰ في النقطة A' .

التناظر والتّعيين

نشاط

لاحظ الرسم التالي حيث (O,I,J) معين في المستوي و OI = OJ = 1cm
لتكن النقاط A و B و C كما يوضح الشكل المصاحب



1. حدّد إحداثيات كلّ من النقاط الموجودة في الرسم وفق المعين (O,I,J)
2. أ) ابن مناظرات النقاط A و B و C بالنسبة إلى (OI) وحدّد إحداثياتها
ب) ماذا تلاحظ بالنسبة إلى فاصلة كلّ نقطة من النقاط A و B و C و فاصلة مناظرتها بالنسبة إلى (OI) وكذلك ترتيبة كلّ نقطة من النقاط المذكورة سابقا وترتيبة مناظرتها بالنسبة إلى (OI)
ج) عيّن النقطتين $R(3,\frac{1}{2})$ و $S(3,-\frac{1}{2})$ ماذا تلاحظ بالنسبة إلى إحداثيتيهما ؟ تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة إلى (OI) .
3. أ) حدّد مناظرات النقاط I و A وبالنسبة إلى (OJ).
ب) ماذا تلاحظ بالنسبة إلى فاصلة كلّ نقطة من النقاط J و A و B وفاصلة مناظرتها بالنسبة إلى (OJ) وكذلك ترتيبة كلّ نقطة من النقاط المذكورة سابقا وترتيبة مناظرتها بالنسبة إلى(OJ).

عيّن النقطتين $P(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$ و $Q(+\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$. ماذا تلاحظ بالنسبة إلى إحداثيتيهما ؟ تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)

4) أ)حدّد مناظرات النقاط B و A و C بالنسبة إلى O

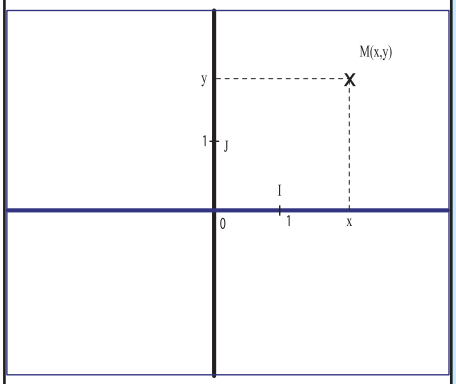
ب) ماذا تلاحظ بالنسبة إلى فاصلة كلّ نقطة من النقاط B و A و C و فاصلة مناظرتها بالنسبة (O,I) إلى O و كذلك ترتيبة كلّ نقطة من النقاط المذكورة سابقا و ترتيبة مناظرتها بالنسبة إلى O

ج) عيّن النقطتين $G(-2,\frac{5}{2})$ و $H(2,-\frac{5}{2})$.ماذا تلاحظ بالنسبة إلى إحداثتيهما؟ تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة إلى O.

كل ثلاثي نقط (O, I, J) حيث (O I) عمودي على (O J) يُسمى معينا متعامدا في المستوى.

- النقطة O تُسمّى أصل المعين
- المستقيم (OI) يُسمّى محور الفواصل.
- المستقيم (OJ) يُسمّى محور الترتيب.
- المستقيمان (OI) و (OJ) هما محورا الإحداثيات.
- لكلّ زوج (x,y) من الأعداد الكسرية

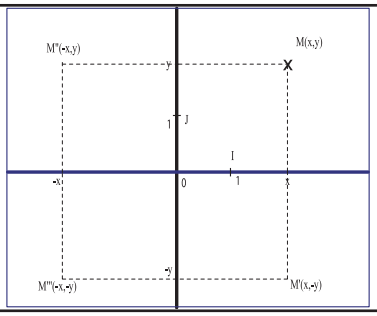
نسند نقطة وحيدة M من المستوي و نكتب M(x,y) ونقرأ النقطة M ذات إحداثيات (x,y)



إذا كان (O, I, J) معينا في المستوي .

وإذا كان الزوج الكسري (x,y) يمثل إحداثيات النقطة M فإنّ :

- مناظرتها بالنسبة إلى (OI) هي النقطة M' ، إحداثياتها (x,-y)
- مناظرتها بالنسبة إلى (OJ) هي النقطة M" ، إحداثياتها (-x,y)
- مناظرتها بالنسبة إلى النقطة O هي النقطة M"' ، إحداثياتها (-x,-y)



تطبيق

1 ليكن (O, I, J) معينا في المستوي حيث OI=OJ

و النقاط A (1,3) و B (-3,2) و C (2,4)

أ) ابحث عن إحداثيّات كلّ من النقاط A' و B' و C' مناظرات النّقاط A و B و C بالنّسبة للمحور (OI)

ب) ابحث عن إحداثيّات كلّ من النّقاط A" و B" و C" مناظرات النّقاط A' و B' و C' بالنّسبة للمحور (OJ)

ج) ابحث عن إحداثيات مناظرات النقاط A و B و C بالنسبة إلى O.

د) ماذا تستنتج ؟

2 ليكن (O, I, J) معيّنا في المستوي حيث $OI = OJ$ والنقطة $A(-2,\frac{7}{3})$.

ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطتين A و B في كلّ حالة من الحالات التالية :

أ) $B(-\frac{7}{3},-2)$ ب) $B(\frac{7}{3},2)$ ج) $B(-\frac{7}{3},2)$ د) $B(-2,\frac{7}{3})$.

تمرين مرفق بحل عدد 3

ليكن (O,I,J) معينا في المستوي.

أ) عيّن النّقطتين $A(2,3)$ و $B(-2,-3)$ بيّن أنّ المثلّث AOB متقايس الضلّعين.

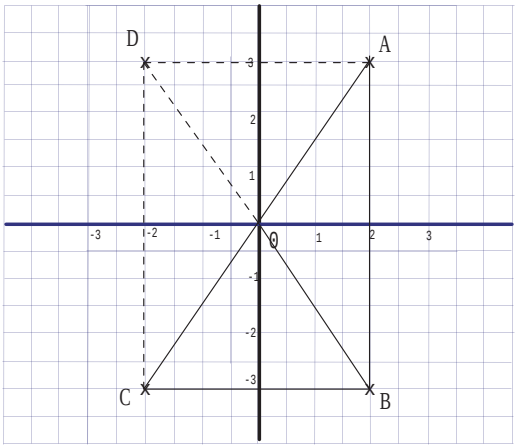
ب) نعتبر النّقطة C مناظرة النّقطة A بالنّسبة للنّقطة O . حدّد إحداثياتها.

بيّن أنّ المثلّث ABC قائم.

ج) حدّد إحداثيّات النّقطة D بحيث الرّباعي ABCD يكون مستطيلا.

الحلّ

أ) النقطتان A و B لهما نفس الفاصلة وترتيبتيهما متقابلتان إذن هما متناظرتان بالنسبة إلى محور الفاصلات (OI) أي أنّ (OI) هو الموسط العمودي للقطعة $[AB]$ و بالتالي $OA = OB$ يعني أنّ المثلث AOB متقايس الضلعين.



ب) النقطة $C(-2,-3)$.

نلاحظ أنّ $B(2,-3)$ و $C(-2,-3)$ إذن هما متناظرتان بالنسبة إلى محور الترتيبات

و بالتالي (OJ) عمودي على (BC)

وبما أنّ :
- (OI) عمودي على (AB)
- و
- (OI) عمودي على (OJ)

لدينا (OJ) موازي لـ (AB) و (OJ) عمودي على (BC) إذن (AB) عمودي على (BC) وبالتالي المثلث ABC قائم في A

ج) لتكن النقطة D مناظرة النقطة B بالنسبة إلى O إذن $D(-2,3)$.

لدينا $[DC]$ مناظر $[BA]$ بالنسبة إلى O و $[DA]$ مناظر $[BC]$ بالنسبة إلى O

إذن $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90°$.

وبنفس الطريقة نبيّن أن $\widehat{DAB} = \widehat{BCA} = 90°$.

و بالتالي الرباعي ABCD مستطيل.

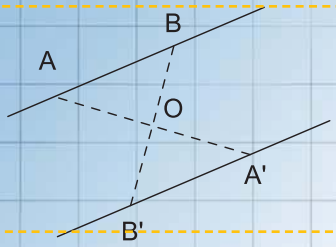
أحوصل

لتكن O نقطة من المستوي.

- M نقطة مختلفة عن O تكون نقطة 'M مناظرة للنقطة M بالنسبة إلى O إذا كانت O منتصف ['MM].
- مناظرة النقطة O بالنسبة إلى O هي النقطة O نفسها.

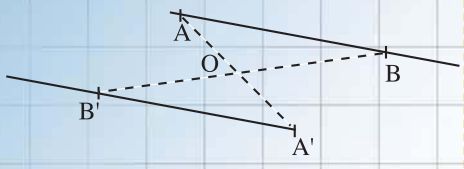
مناظر مستقيم بتناظر مركزي هو مستقيم موازي له.

إذا كان (AB) مستقيم و O نقطة من المستوي فإنّ مناظر (AB) بالنّسبة إلى O هو المستقيم ('A'B') حيث 'A و 'B مناظرتي A و B على التّوالي بالنّسبة إلى O.



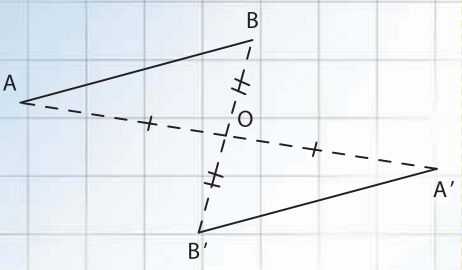
مناظر نصف مستقيم بتناظر مركزي هو نصف مستقيم

إذا كان [AB] نصف مستقيم و O نقطة من المستوي حيث 'A و 'B مناظرتي A و B على التّوالي بالنّسبة إلى O فإنّ مناظر [AB] بالنسبة إلى O هو نصف المستقيم ['A'B].



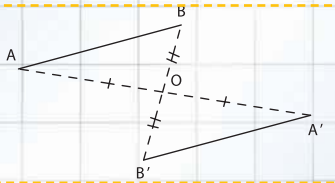
مناظر قطعة مستقيم بتناظر مركزي هي قطعة مستقيم متقايسة لها

O نقطة من المستوي و A و B نقطتان مختلفتان و'A و 'B مناظرتا A و B على التّوالي بالنّسبة إلى النّقطة O إذا فإنّ مناظرة [AB] بالنّسبة إلى O هي القطعة ['A'B] ولدينا A'B' = AB.



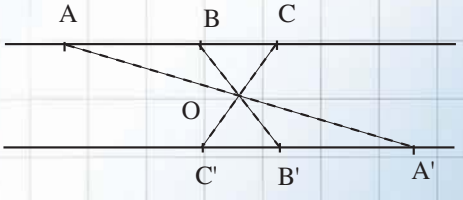
التناظر المركزي يحافظ على البعد

إذا كانت نقطتان 'A و 'B مناظرتين على التوالي للنّقطتين A و B بالنسبة إلى نقطة O من المستوي فإنّ AB= 'A'B.



التناظر المركزي يحافظ على الاستقامة

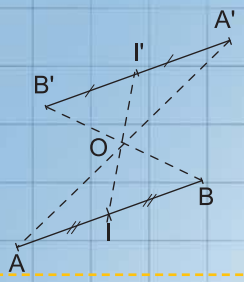
مناظرات ثلاث نقاط على استقامة واحدة بالنسبة إلى النقطة O هي ثلاث نقاط على استقامة واحدة.



أحوصل

التناظر المركزي يحافظ على المنتصف

مناظر منتصف قطعة مستقيم بالنسبة إلى نقطة O هو منتصف مناظر تلك القطعة



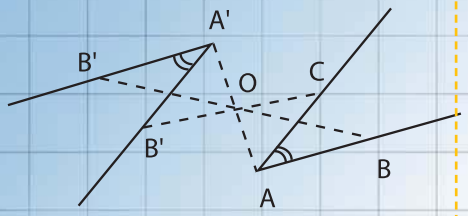
مناظرة زاوية بالنّسبة إلى نقطة من المستوي هي زاوية مقايسة لها

التّناظر المركزي يحافظ على الزّوايا

لتكن O نقطة من المستوي.

A و B و C ثلاث نقاط مختلفة و A' و B' و C' مناظراتها على التّوالي بالنّسبة إلى نقطة O.

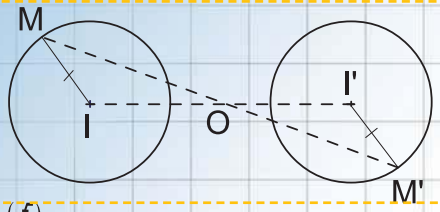
فإنّ مناظرة الزّاوية $\widehat{BAC}$ هي الزّاوية $\widehat{B'A'C'}$ و $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$



مناظرة دائرة بالنّسبة إلى نقطة من المستوي هي دائرة مقايسة لها.

مناظرة دائرة $\mathcal{C}$ مركزها I بالنسبة إلى نقطة O هي دائرتها $\mathcal{C}'$ مركزها I' مناظرة النّقطة I.

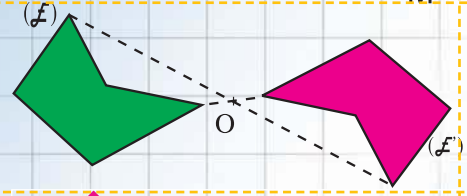
ولها نفس شعاع الدّائرة $\mathcal{C}$.



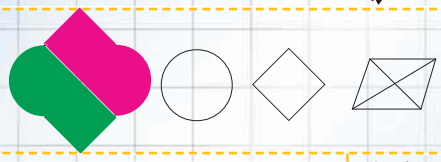
التناظر المركزي يحافظ على المساحات

شكلان هندسيّان $(\mathcal{F})$ و $(\mathcal{F}')$ متناظران بالنسبة إلى نقطة O هما متطابقان ولهما نفس المساحة.

التّناظر المركزي يحافظ على المساحات.



نقطة O هي مركز تناظر شكل $\mathcal{F}$ من المستوي يعني أنّ مناظر $\mathcal{F}$ هو الشكل $\mathcal{F}$ نفسه بالنّسبة إلى O



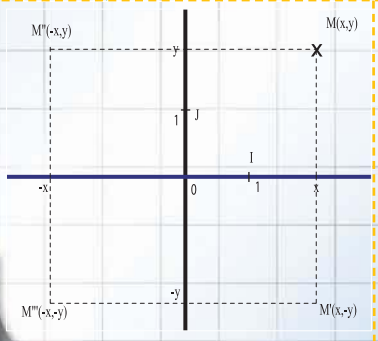
إذا كان (O,I,J) معينا في المستوي حيث (OI) و (OJ) متعامدان

وإذا كان الزّوج الكسري (x,y) إحداثيّات النّقطة M فإنّ :

– مناظرتها بالنّسبة إلى (OI) هي النّقطة M'
إحداثيّاتها $(x,-y)$

– مناظرتها بالنّسبة إلى (OJ) هي النّقطة M''
إحداثيّاتها $(-x,y)$

– مناظرتها بالنّسبة إلى النّقطة O هي النّقطة M'''
إحداثيّاتها $(-x,-y)$



تمـــاريـــه

1 أ) أرسم قطعة مستقيم [AB] حيث AB=8cm

ب) ابن النقاط I وK وJ منتصفات قطع المستقيمات [AB] و[AI] و [IB] على التوالي

ج) انقل الجمل التّالية على كرّاسك ثمّ أتمم الفراغات بما يناسب.

النقطة .....مناظرة النّقطة .....بالنّسبة إلى I

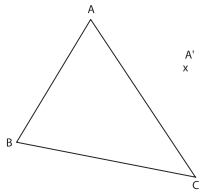
النّقطتان J وK متناظرتان بالنّسبة إلى .....

النّقطة B مناظرة النّقطة I بالنّسبة إلى .....

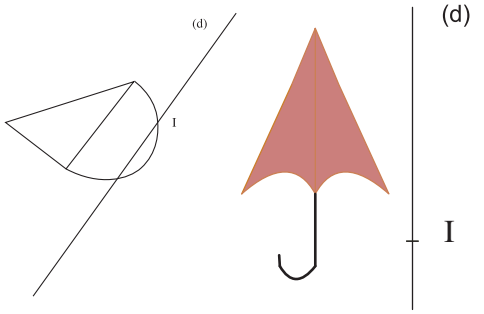
النّقطتان .....و..... متناظرتان بالنّسبة إلى J

2 أ –انقل الشكل التالي على كراسك حيث ABC مثلث و A' نقطة من المستوي ثمّ ابن النقطة O منتصف [AA']

ب) أكمل بناء مناظر المثلث ABC بالنسبة إلى O.



3 انقل كل شكل من الشكلين التاليين على كراسك ثمّ ارسم مناظره بالنسبة إلى النقطة I ثمّ بالنّسبة إلى المستقيم (d) .

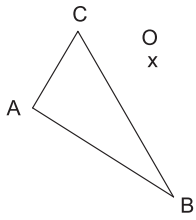


4 يمثل الشكل التالي مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث BC = 4cm و $\widehat{BCA} = 60°$ و O نقطة من المستوي.

1. أرسم الشكل على كراسك ثمّ ابن النقاط A' و B' و C' مناظرات A و B و C على التوالي بالنّسبة إلى O .

2. ما هو قيس كلّ من الزاويا $\widehat{B'A'C'}$ و $\widehat{B'C'A'}$ و $\widehat{A'B'C'}$ علّل جوابك.

3. ما هو البعد B'C' ؟ علّل جوابك.



5 1. ارسم مثلّثا ABC حيث BC = 6cm و AB = 3cm و $\widehat{CBA} = 80°$ ثمّ عيّن النقطة عيّن النّقطة I منتصف [AC] .

2. ابن النقطة B' مناظرة النقطة B بالنسبة إلى I

3. ما هي طبيعة الرباعي BAB'C ؟ علل جوابك.

4. احسب قيس الزّاوية $\widehat{CB'A}$ ومحيط الرّباعي BAB'C

6 أ) ارسم مربّعا EFGH حيث EF = 3cm

ب) عيّن النقطة O من نصف المستقيم [EF] حيث EO = 5cm

ج) ابن النّقاط E' و F' و G' و H' مناظرات E و F و G و H على التّوالي بالنسبة إلى O

د) بيّن أنّ الرّباعي E'F'G'H' مربّع. ما هو محيطه ؟

7 أ) ارسم قطعة المستقيم [AB] وابن المستقيم Δ الموسّط العمودي لـ [AB]

ب) عيّن نقطة K من Δ لا تنتمي لـ [AB]

ج) ابن النّقطتين K' و B' مناظرتي K و B على التّوالي بالنّسبة إلى A

د) استنتج أنّ المثلّث AK'B' متقايس الضّلعين.

8 أ) أرسم مثلّثا ABC ثمّ ابن النّقطتين C' و B' مناظرتي C و B بالنّسبة إلى A

ب) ابن النّقطة C'' مناظرة النّقطة C' بالنّسبة إلى (AB)

ج) بين أنّ B'C'' = BC

9 أ) ابن مثلثا ABC حيث AB = 4,5 cm و AC = 8 cm و BC = 7 cm

ب) ابن النقطة O حيث تكون B مناظرة لـ C بالنسبة إلى O.

ج) ابن النقطة M مناظرة A بالنسبة إلى O

د) ابن المثلث RBC مناظر المثلث ABC بالنسبة إلى المستقيم (BC).ما هو محيطه ؟

ه) بيّن دون حساب أنّ المثلثين MBC و RBC لهما نفس المحيط ونفس المساحة.

10 أ) أرسم معيّنا متعامدا (O, I, J)

ب) لتكن النّقط A(3,-2) و B(0,-4) و C(-3, -2) و D(3, 2) و E(0, 4) و F(5, 0) و G(-5, 0) .

اذكر من بين هذه النّقاط

– النقطتين المتناظرتين بالنسبة إلى (OI)

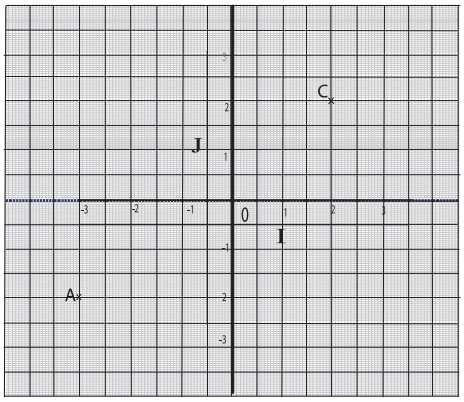
– النقطتين المتناظرتين بالنسبة إلى (OJ)

– النقطتين المتناظرتين بالنسبة إلى O

11 أ) أنقل على ورقة مليمترية المعيّن (O, I, J) و النقطتين A و C

ب) حدّد إحداثيات كلّ من A و C

ج) أرسم المربع ABCD مركزه O وحدّد إحداثيات النقطتين B و D.

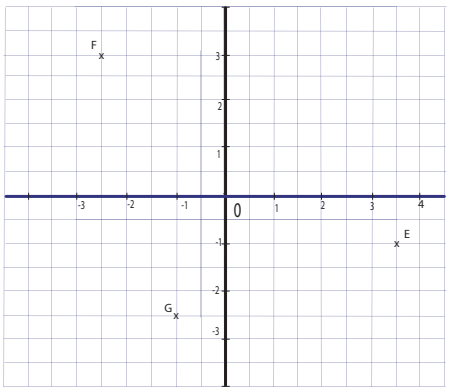


12 أ) تأمّل الرسم التّالي حيث (O, I, J) معيّنا

ب) ما هي إحداثيات النقاط E و F و G

ج) حدّد إحداثيات مناظرات النقاط E و F و G بالنسبة إلى (OI) ثمّ بالنسبة إلى (OJ) ثمّ بالنسبة إلى O.

د) أنقل الرسم على كراسك وقم بتعيين تلك النقاط.

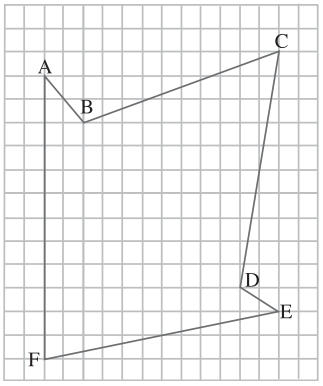


13 أ) أرسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها I و M نقطة منها.

ب) ابن الدائرة $\mathcal{C}$ مناظرة $\mathcal{C}$ بالنسبة إلى النقطة M ليكن I' مركزها.

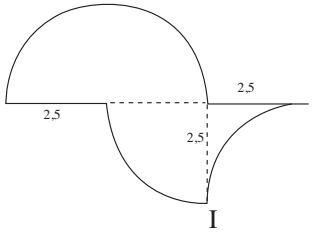
ج)أرسم الدائرة Γ التي قطرها [I'I] . هل أنّ الشكل المتحصّل عليه له مركز تناظر ؟ هل له محور تناظر ؟

14 هل للشّكل التّالي مركز تناظر ؟

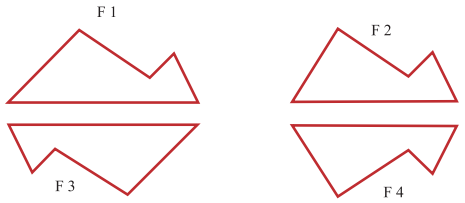


15 1)أ) أنقل الشكل أسفله على كراسك ثمّ ارسم مناظره بالنسبة إلى I

ب) أحسب المساحة الجملية للشكل النهائي(بقيمة تقريبية لجزء من المائة).

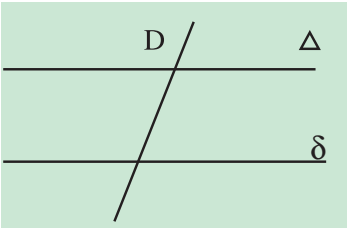


15 هل يوجد تناظر محوري أو مركزي يسمح بتحويل:
الشكل F_1 إلى الشكل F_2 ؟ الشكل F_1 إلى F_3 ؟
الشكل F_1 إلى F_4 ؟ الشكل F_2 إلى F_4 ؟



16 1. ارسم مستقيمين متوازيين Δ و Δ'
2. أ) عيّن نقطة A من Δ و نقطة B من Δ' ثمّ ابن النقطة I منتصف القطعة [AB].
ب) بيّن أنّ Δ مناظر Δ' بالنسبة إلى I
3. أ) عيّن نقطة C من Δ مخالفة لـ A و نقطة D من Δ' مخالفة لـ B و J منتصف القطعة [CD].
ب) بيّن أنّ Δ مناظر Δ' بالنسبة إلى J.
4. كم من تناظر مركزي يمكّن من تحويل المستقيم Δ إلى Δ' ؟

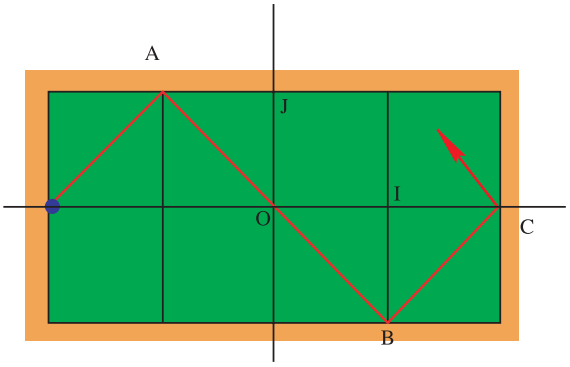
17 تأمّل الشكل التّالي حيث المستقيمين Δ و δ متوازيان ثمّ حدد مركز تناظره معللا جوابك.



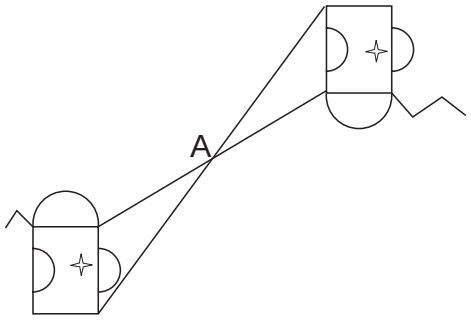
18 أ) ارسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O و شعاعها 3cm و[AB] قطرا لها ثمّ عيّن نقطة I منها.
ب) ابن النقطتين A' و B' مناظرتي النقطتان A و B على التوالي بالنسبة إلى I
ج) ابن الدائرة $\mathcal{C}'$ المحيطة بالمثلث A'B'I ليكن O' مركزها.
د) ما هي النقطة المناظرة لـ O بالنسبة إلى I ؟ علل جوابك
هـ) ما هو شعاع الدائرة $\mathcal{C}'$ ؟ علل جوابك.

19 أ) ارسم متوازي الأضلاع ABCD مركزه O و مستقيما Δ يمرّ من O . Δ يقطع المستقيمات (AB) و(BC) و(CD) و(DA) في النقاط M و N و P و Q على التوالي.
ب) ما هما منتصفي القطعتين [MP] و[NQ] ؟ علل جوابك.

20 يمثّل الشكل التالي طاولة بيار و الخطّ الأحمر مسار الكرة و النقاط A و B و C هي مواقع ارتدادها
أ) حدّد أحداثياتها.
ب) أنقل المعيّن (O,I,J) والنقاط A و B و C على كراسك.
ج) لنفترض أنّ الكرة لا تتوقّف عن الارتداد. ما هي إحداثيّات النّقاط التّالية :
– D موقع الارتداد السابع
– E موقع الارتداد عدد 15
– F موقع الارتداد عدد 38
– G موقع الارتداد عدد 158

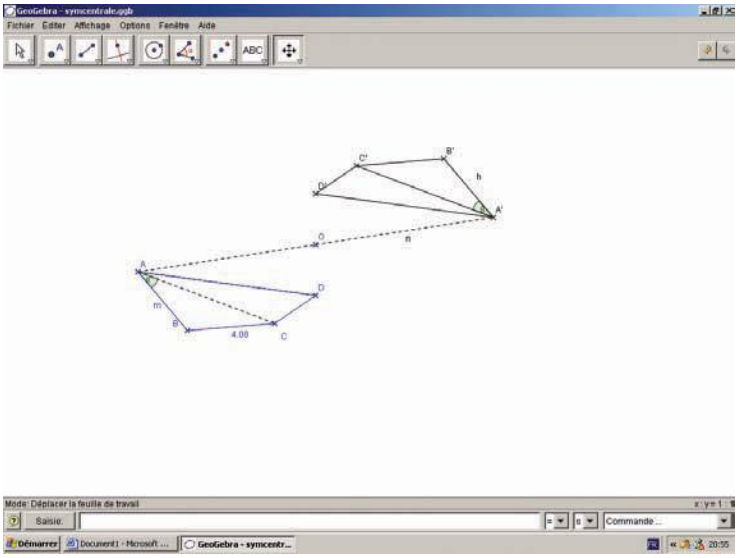


20 ابحث عن الأخطاء الأربعة في الشكل التالي علما و أنّ النقطة A مركز تناظره.



أوظّف تقنيات المعلومات والاتّصال :

أنشطة حول التّناظر المركزي بواسطة البرمجيّة geoGebra الّتي يمكن تحميلها من الموقع http : //www.geogebra.at عبر الانترنات.



1. ارسم الرّباعي ABCD
2. عيّن نقطة من المستوي و سمّيها O
3. أنشأ مناظرات النقاط A و B و C و D بالنسبة إلى O و سمّيهم على التوالي 'A و 'B و 'C و 'D
4. أنشأ الرباعي 'A'B'C'D

قم بتحريك النقطة A بواسطة الفأرة. ماذا تلاحظ بالنسبة إلى النقطة O ؟

أظهر طول القطعة ['AA] على الشاشة و قم بتحريك النقطة A. ماذا تلاحظ ؟

ماذا تمثّل النقطة O بالنسبة إلى ['AA]؟

أكمل : إذا كانت النقطة 'A مناظرة النقطة A بالنسبة إلى O يعني .....

أظهر طول القطعة [AB] على الشاشة وقم بتحريك النقطتين A و B ماذا تلاحظ بالنسبة إلى ['A'B] ؟

أظهر على الشاشة قيس الزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{A'B'C'}$ وقم بتحريك النقاط A و B و C ماذا تلاحظ ؟

أكمل : التناظر المركزي يحافظ على

.....

أرسم المستقيم (AB).أرسم المستقيم المار من 'A و الموازي لـ (AB) ماذا تلاحظ ؟

أكمل : مناظر مستقيم بتناظر مركزي هو .....

5. عيّن النقطة O خارج الرباعي ABCD هل توجد نقاط من المستوي مناظرة لنفسها بالنسبة إلى O؟
6. عيّن النقطة O داخل الرباعي ABCD. هل توجد نقاط من المستوي مناظرة لنفسها بالنسبة إلى O؟

الزّوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

عمر الخَيَّام

هو عمر بن إبراهيم الخيام ولد بنيسابور، كان عالماً بكل ما في كلمة العالم من معنى عصري. فقد سبق في علمه ما وصل إليه العلماء من قبله إلى درجة الارتياد والاكتشاف. فهو أول من حلّ المعادلة التكعيبية، وهو الذي عهد إليه السلطان ملشاه السلجوقي بإنشاء الرصد لاستطلاع حركات أجرام السماء. تعمق في علوم الدين واللغة من فقه وحديث وكلام ومنطق وقراءات وسير ونحو وصرف ومحفوظ كثير من منظوم ومنثور، وتضلع من علوم الطبيعة على اختلاف فروعها المعروفة يومئذ.وكان طبيباً نطاسياً،كان عالماً في الفلسفة عارفاً بقديمها وحديثها، إسلاميها وغير إسلاميها، وعالماً في كل فن كان معروفاً في زمانه.من تصانيفه بالعربية: شرح ما يشكل من مصادرات إقليدس في الجبر والمقابلات، ميزان الحكمة، رباعية، رسالة في الموسيقى، ومسائل نجومية. توفي عام 1123م.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

الرأي قبل شجاعة الشّجعان
فإذا هما اجتمعا لنفس حرّة
هو أوّل وهي المحلّ الثّاني
بلغت من العلياء كلّ مكان

المتنبّي

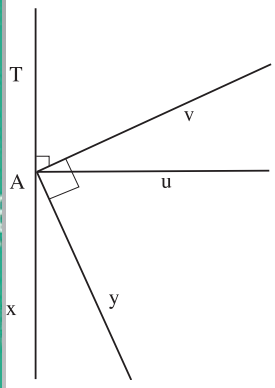
الزّوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

أستحضر

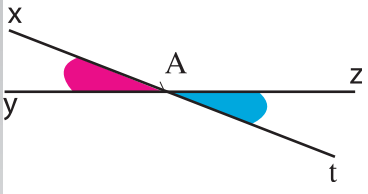
1 لاحظ الشكل المقابل حيث $\widehat{xAu} = \widehat{yAv} = 90°$

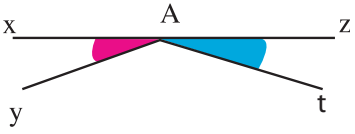
أذكر زوايتين متكاملتين.

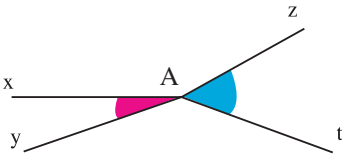
أذكر زاويتين متتامّتين.



2 في أيّ شكل من الأشكال التالية الزاويتان $\widehat{xAy}$ و $\widehat{zAt}$ متقابلتان بالرأس ؟

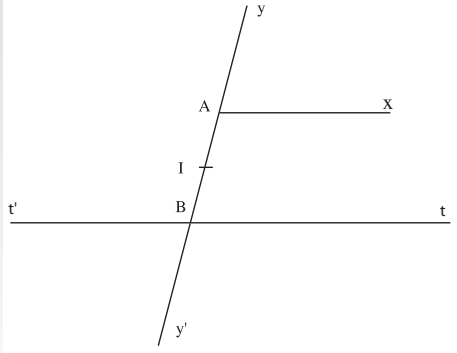






3 لاحظ الشكل المقابل حيث I منتصف [AB] و (Ax)//(tt')

ثمّ أجب بـ صحيح أو خطأ أمام كلّ مقترح.

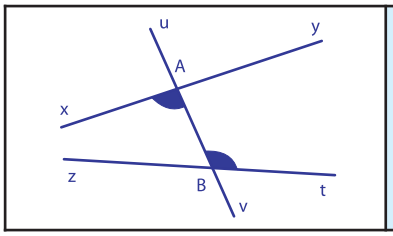
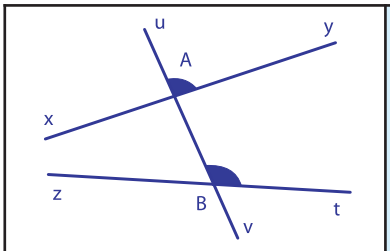
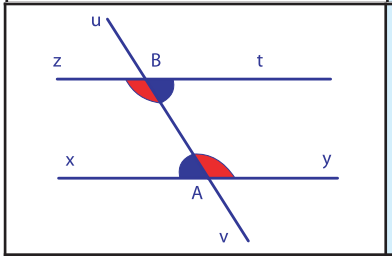


- مناظرة الزاوية $\widehat{xAy}$ بالنسبة إلى I هي $\widehat{tBy'}$
- مناظرة الزاوية $\widehat{xAy}$ بالنسبة إلى I هي $\widehat{t'By'}$
- مناظرة الزاوية $\widehat{xAy}$ بالنسبة إلى I هي $\widehat{t'\hat{B}y}$
- $\widehat{xAy} = \widehat{t'By'}$

أستكشف وأطبّق

زوايتان متبادلتان داخليا– زوايتان متماثلتان– زوايتان داخليتان من نفس الجهة

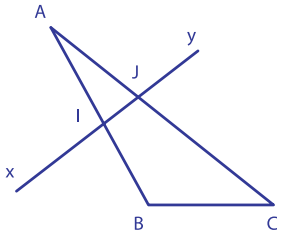
في كلّ حالة من الحالات الثلاث التالية (xy) و (zt) مستقيمان (uv) ومستقيم قاطع لهما على التوالي في النقطتين A و B .

الزاويتان $\widehat{xAv}$ و $\widehat{uBt}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا.	
الزاويتان $\widehat{uAy}$ و $\widehat{uBt}$ هما زاويتان متماثلتان	
الزاويتان $\widehat{yAu}$ و $\widehat{vBt}$ هما زاويتان داخليّتان من نفس الجهة.	

تطبيق

لاحظ الشكل المقابل حيث ABC مثلث و (xy) مستقيم يقطع[AB]و[AC]

على التوالي في النقطتين I و J



أ) أذكر زوايتين متبادلتين داخليا بالنسبة إلى المستقيم (XY)

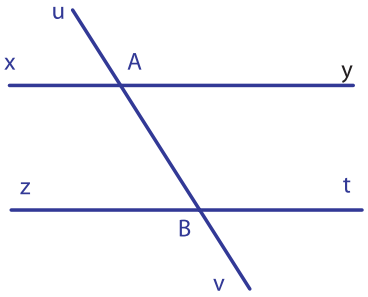
ب) أذكر زوايتين متماثلتين بالنسبة إلى المستقيم (AC)

ج) أذكر زوايتين داخليتين من نفس الجهة إلى المستقيم (BC)

الزّوايا المتبادلة داخليّا - مجموع أقيسة زوايا مثلّث

نشاط 1

1) أنقل الرسم المقابل على كراسك حيث (xy) و(zt) مستقيمان متوازيان و (uv) مستقيم قاطع لهما على التوالي في النقطتين A و B .



2) عيّن النقطة I منتصف [AB] .

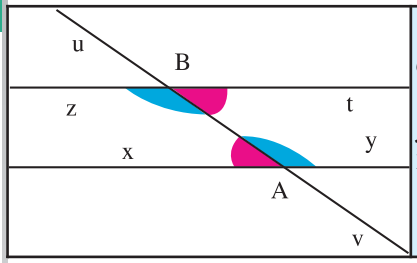
3) لتكن C نقطة من [Ax) والنقطة D مناظرتها بالنسبة إلى I

أ) أذكر زاويتين متبادلتين داخليا

ب) ما هي مناظرة الزاوية $\widehat{xAB}$ بالنسبة إلى I ؟

ج) أستنتج أنّ $\widehat{xAB} = \widehat{ABt}$

د) بيّن أنّ $\widehat{yAB} = \widehat{zBA}$



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان

الزاويتان $\widehat{xAB}$ و $\widehat{tBA}$ متبادلتان داخليا و لدينا $\widehat{xAB} = \widehat{tBA}$

الزاويتان $\widehat{yAB}$ و $\widehat{zBA}$ متبادلتان داخليا و لدينا $\widehat{yAB} = \widehat{zBA}$

نشاط 2

أ) أرسم مثلثا ABC

ب) ابن المستقيم (xy) المار من A و الموازي لـ (BC)

ج) ما هي الزاوية المتبادلة داخليا مع $\widehat{ABC}$ ؟

د) ما هي الزاوية المتبادلة داخليا مع $\widehat{ACB}$ ؟

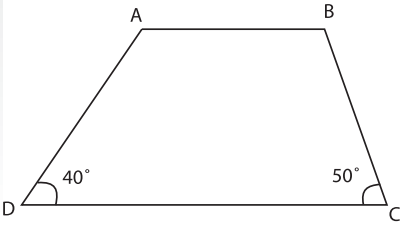
هـ) أنقل على كراسك ثمّ أكمل مايلي :

$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \ldots\ldots + \widehat{BAC} + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

مجموع أقيسة زوايا مثلث يساوي 180°

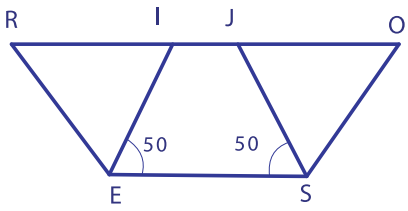
تطبيقات

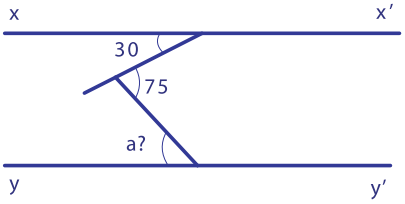
1) أ) ABCD شبه منحرف أحسب الزاويتين $\hat{A}$ و $\hat{B}$.



الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

ب) لاحظ الشكل المقابل حيث الرباعي ROSE شبه منحرف
و المستقيمان (JS) و (ER) متوازيان.
أحسب أقيسة زوايا المثلث IRE

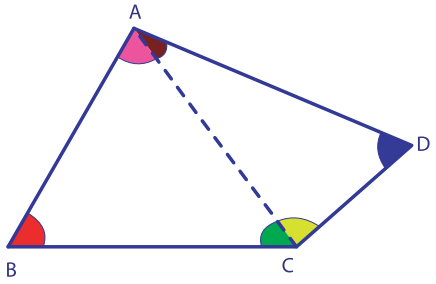




2 تأمّل الشكل المقابل ثمّ أحسب a

3 نعتبر المثلث COQ حيث $\hat{O} = 2 \times \hat{C}$ و $\hat{Q} = 3 \times \hat{C}$
أكتب بدلالة $\hat{C}$ مجموع أقيسة زوايا هذا المثلث.
أحسب $\hat{C}$ و $\hat{O}$ و $\hat{Q}$.
أرسم هذا المثلث علما وأنّ $CO = 5cm$

4 في الشكل المقابل ABCD. رباعي محدّب
أنقل على كراسك ما يلي ثمّ أكمل بما يناسب



$\widehat{ADC} = \widehat{ADB} + ...$

$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + ...$

$\widehat{BAD} + \widehat{ADC} + \widehat{DCB} + \widehat{CBA} = \widehat{BAD} + \widehat{ADB} + ... = 360$

مجموع أقيسة زوايا رباعي محدّب يُساوي $360°$

نشاط 3

1) أ) أرسم زاوية $\widehat{xAy}$ قيسها $40°$ وعيّن نقطة C من [Ax)
ب) أرسم نصف المستقيم [Cz) بحيث $\widehat{ACz} = 40°$ و [Cz) و[Ay) ليسا من نفس الجهة بالنسبة إلى (Ax)
ج) تحقق أنّ المستقيمين(Ay) و (Cz) متوازيان

2) أعد نفس المراحل أ و ب و ج باعتبار $\widehat{xAy} = 100°$ ماذا تلاحظ ؟

ليكن D و D' مستقيمين و Δ قاطعا لهما
إذا تقايست زاويتان متبادلتان داخليا فإنّ D و D' متوازيان

تطبيقات

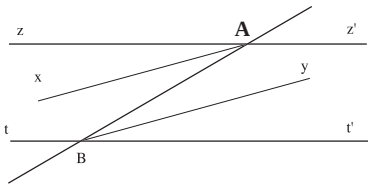
1 أ) أرسم مثلثا ABC حيث BC = 5cm و $\widehat{ABC} = 70°$ و $\widehat{ACB} = 50°$

ب) ابن خارج المثلث ABC المثلث ACD حيث $\widehat{ACD} = 60°$ و $\widehat{CAD} = 50°$

ج) بيّن أنّ المستقيمين (AD) و (BC) متوازيان.

2 لاحظ الشكل المقابل حيث (zz') و (tt') متوازيان و [Ax) و [By) منصّفي الزّاويتين $\widehat{zAB}$ و $\widehat{ABt'}$

بيّن أنّ (By) و (Ax) متوازيان.



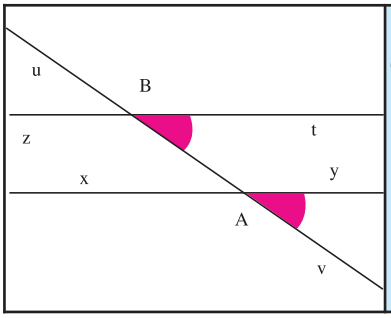
الزّوايا المتماثلة

نشاط 1

أ) أرسم مستقيمين (xy) و (zt) متوازيين و مستقيم (uv) قاطعا لهما على التوالي في النقطتين A و B

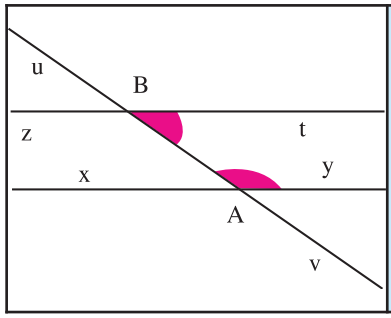
ب) حدد زاويتين متماثلتين ثمّ بيّن أنّهما متقايستان

ج) حدد زاويتين داخليتين من نفس الجهة ثمّ بيّن أنّهما متكاملتان.



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين متماثلتين متقايستان.

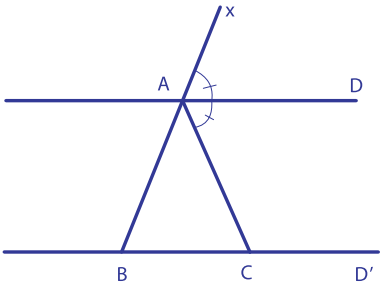
(xy) و (zt) مستقيمان متوازيان و المستقيم (uv) قاطع لهما على التوالي في النقطتين B و A إذن الزاويتان $\widehat{vAy}$ و $\widehat{tBA}$ متماثلتان و لدينا $\widehat{vAy} = \widehat{tBA}$



إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين داخليتين من نفس الجهة متكاملتين.

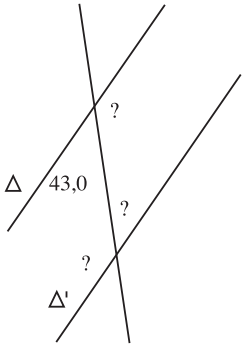
(xy) و (zt) مستقيمان متوازيان والمستقيم (uv) قاطع لهما على التوالي في النقطتين B و A إذن الزاويتان $\widehat{uAy}$ و $\widehat{tBA}$ داخليتان من نفس الجهة و لدينا $\widehat{uAy} + \widehat{tBA} = 180°$

تطبيقات



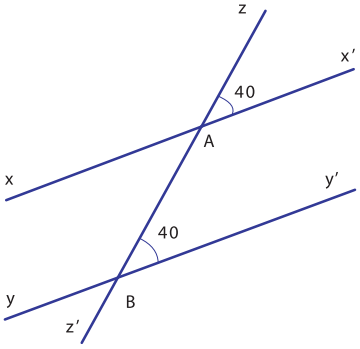
1 تأمّل الشكل المقابل حيث المستقيمان D و D' متوازيان.
بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الضلعين.

2 أ) ابن شبه منحرف EFGH قاعدتاه [EH] و [FG] بحيث $\widehat{EHG} = 150°$ و $\widehat{EFG} = 30°$
ب) أحسب $\widehat{FEH}$ و $\widehat{FGH}$
ج) ما هي طبيعته ؟



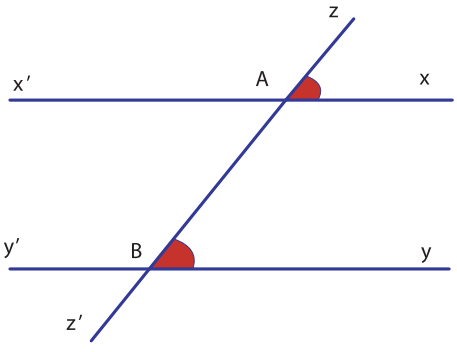
3 تأمّل الشكل التالي حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان
ثمّ حدد أقيسة الزوايا التي بها نقاط استفهام دون استعمال المنقلة.

نشاط 2



يمثّل الشكل المقابل مستقيمين (xx') و (yy')
و المستقيم (zz')
قاطعا لهما حيث $\widehat{zBy'} = \widehat{zAx'} = 40°$
أنقل الشكل على كراسك بواسطة الورق الشفاف
تحقّق أنّ المستقيمين (xx') و (yy') متوازيان ؟

نشاط 3

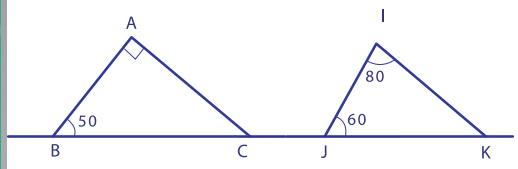


في الشكل المقابل لدينا (xx') و (yy') مستقيمان
و (zz') قاطعا لهما حيث $\widehat{zAx} = \widehat{zBy}$
1) بيّن أنّ $\widehat{zBy} = \widehat{x'Az'}$
2) استنتج أنّ المستقيمين (xx') و (yy') متوازيان

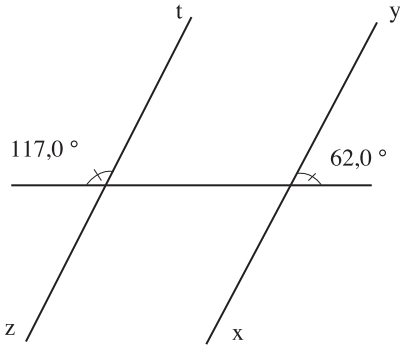
ليكن D و D' مستقيمين و Δ قاطعا لهما
إذا تقايست زاويتان متماثلتان بالنسبة إلى Δ فإنّ D و D' متوازيان

تطبيقات

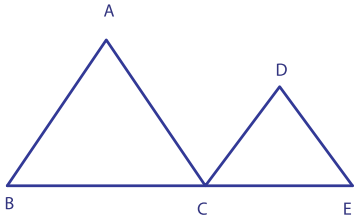
1 تأمّل الشكل المقابل حيث ABC و IJK مثلثان
بيّن أنّ المستقيمين (AC) و(IK) متوازيان.



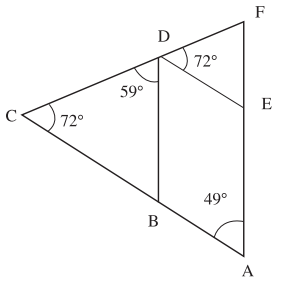
2 لاحظ الشكل المقابل .
ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (xy) و(zt) ؟



3 تأمّل الشكل المقابل حيث ABC وCDE مثلثان متقايسا الأضلاع
ما هي الوضعية النسبية لكلّ من المستقيمين (AB) و (CD) والمستقيمين (AC) و (DE)؟



4 تأمّل الشكل المقابل. ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (AC) و (ED) ؟
كذلك بالنسبة إلى المستقيمين (AF) و (BD) .

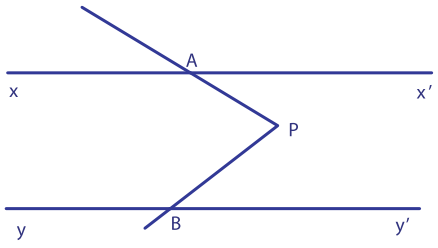


تمرين مرفوق بحلّ عدد 1

لاحظ الشكل المقابل حيث (xx') و(yy') متوازيان
و P نقطة من المستوي

1) في حالة P تنتمي إلى الشريط المحدود بالمستقيمين (xx') و(yy')
بيّن أنّ $\widehat{x'AP} + \widehat{y'BP} = \widehat{APB}$

2) هل تتحصّل على نفس النتيجة عندما تكون P خارج نفس الشريط ؟

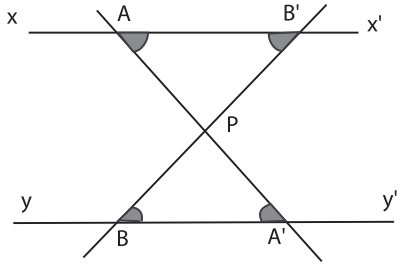


الحلّ :

الطّريقة الأولى

1 - ليكن (zz') المستقيم المار من P و الموازي لـ (xx')

لدينا المستقيمان (xx') و (zz') متوازيان و (AP) قاطع لهما.



إذن الزاويتان $\widehat{x'AP}$ و $\widehat{zPA}$ متبادلتان داخليا و بالتالي

$$\widehat{x'AP} = \widehat{zPA} \quad (1)$$

كذلك لدينا المستقيمان (yy') و (zz') متوازيان و (BP) قاطع لهما إذن الزاويتان $\widehat{zPB}$ و $\widehat{y'BP}$ متبادلتان داخليا

وبالتالي $\widehat{zPB} = \widehat{y'BP}$ (2)

الزاويتان $\widehat{zPA}$ و $\widehat{zPB}$ متجاورتان إذن $\widehat{APB} = \widehat{zPA} + \widehat{zBP}$

ومن (1) و (2) نستنتج أنّ $\widehat{APB} = \widehat{x'AP} + \widehat{y'BP}$

الطّريقة الثّانية

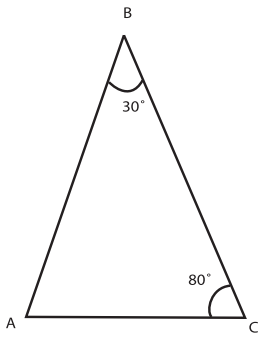
$$\widehat{x'AP} + \widehat{y'BP} = 180° - \widehat{BPA'}$$

$$= 180° - \widehat{APB'}$$

$$= \widehat{APB}$$

2 - أدرس الوضعية عندما تكون P خارجة عن الشريط المحدود بالمستقيمين (xx') و (yy')

تمرين مرفق بحلّ عدد 2



أرسم مثلثا ABC حيث $AB = 5cm$ ، $\hat{B} = 30°$ ، $\hat{C} = 80°$

1) قم برسم تقريبي وضع عليه المعطيات السابقة.

2) هل يمكنك رسم الضلع [AB] والزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$ مباشرة ؟

3) اقترح طريقة لبناء هذا المثلث.

الحلّ :

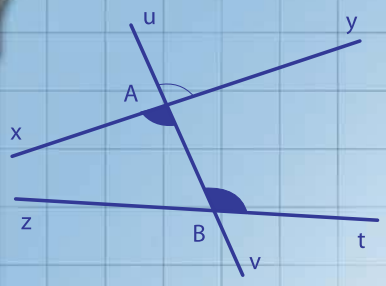
1) الرسم التقريبي

2) لا يمكن بناء هذا المثلث مباشرة وفق المعطيات المقدّمة لأنّه يمكن رسم قطعة المستقيم [AB] و الزاوية $\hat{B}$ لكن ليس لدينا البعد BC حتى يمكن رسم الزاوية $\hat{C}$

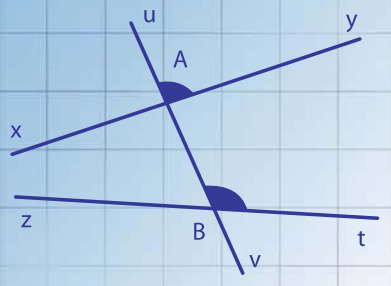
نعلم أنّ مجموع أقيسة زوايا مثلث يساوي $180°$ ومنه نستنتج أنّ $\hat{A} = 70°$

3) إذن لدينا $AB = 5cm$ و $\hat{A} = 70°$ و $\hat{B} = 30°$ وفي هذه الحالة يمكن رسم المثلث ABC

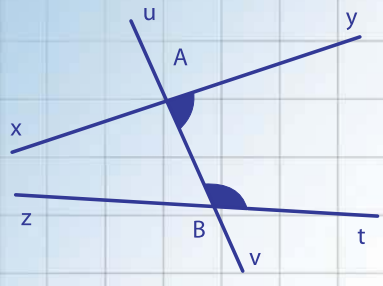
أحوصل



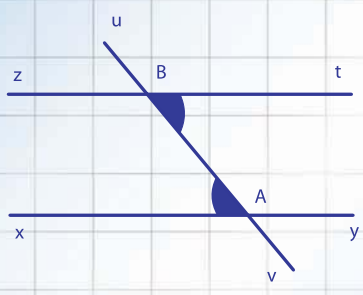
- الزاويتان $\widehat{xAv}$ و $\widehat{uBt}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا بالنسبة إلى المستقيم (uv)



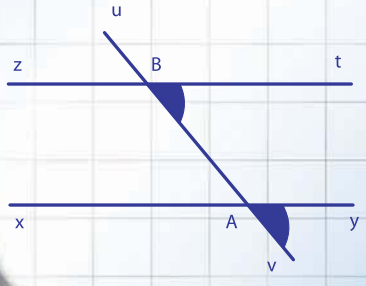
- الزاويتين $\widehat{uAy}$ و $\widehat{uBt}$ هما زاويتان متمثلتان بالنسبة إلى المستقيم (uv)



- الزاويتان $\widehat{yAv}$ و $\widehat{uBt}$ هما زاويتان داخليتان من نفس الجهة بالنسبة إلى المستقيم (uv)

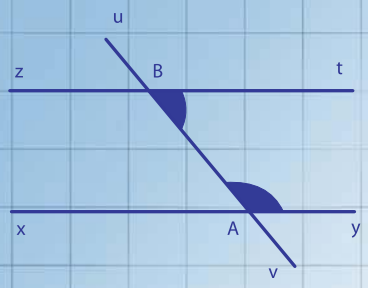


- – إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان
- – مستقيمان و قاطع لهما يكوّنان زاوتين متبادلتين داخليا متقايستين هما مستقيمان متوازيان



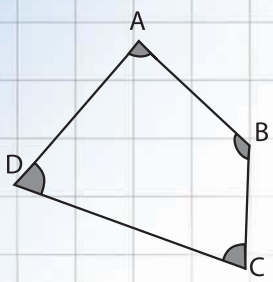
- – إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين متماثلتين متقايستان
- – مستقيمان و قاطع لهما يكوّنان زاوتين متماثلتين متقايستين هما مستقيمان متوازيان

أحوصل



- إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كلّ زاويتين داخليتين من نفس الجهة بالنسبة إلى القاطع متكاملتان

- مجموع أقيسة زوايا مثلث يساوي $180°$



- مجموع أقيسة زوايا رباعي محدّب يساوي $360°$

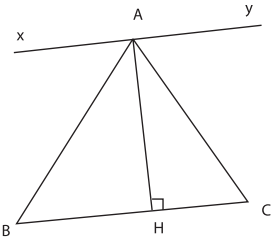
تمـــاريـــه

1 لاحظ الشكل التّالي حيث (xy) // (BC)
و (AH) ⊥ (BC)

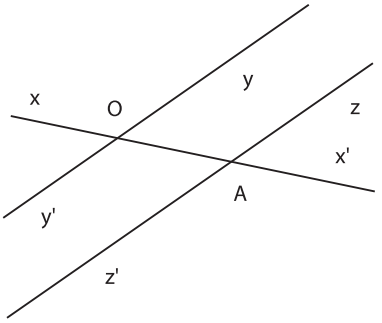
أ) أذكر زاويتين متتامّتين

ب) أذكر زاويتين متكاملتين و غير متقايستين

ج) أذكر زاويتين متبادلتين داخليا

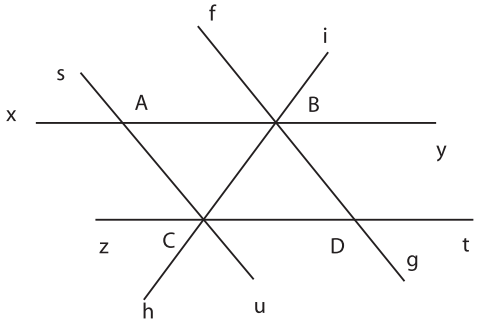


2 لاحظ الشكل التّالي حيث (yy') و (zz')
مستقيمان متوازيان
بيّن أنّ $\widehat{xOy} = \widehat{x'Az'}$



3 لاحظ الشكل التّالي حيث (xy) و (zt)
متوازيان و (su) و (fg) متوازيان أيضا
انقل الجدول التالي على كراسك ثم أكمله.

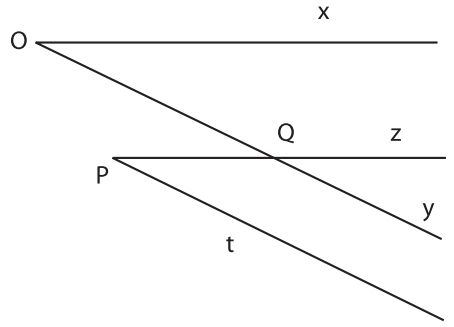
الزّاوية	زاوية متبادلة داخليًا مع	زاوية متماثلة لـ	زاوية داخليّة من نفس الجهة مع
$\widehat{yBg}$			
$\widehat{zCi}$			
$\widehat{fBi}$			
$\widehat{uCi}$			



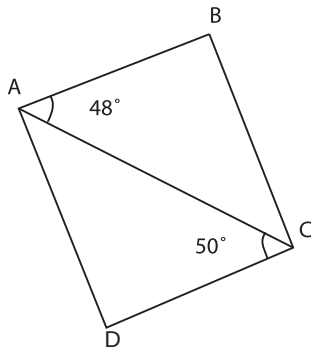
4 أ) أرسم شبه منحرف PQRS قاعدتاه [PQ] و [RS] حيث PQ = 3cm و QR = 4cm
و $\hat{P} = 108°$ و $\hat{Q} = 130°$.

ب) أحسب $\hat{R}$ و $\hat{S}$ باستعمال الزوايا المتكاملة و المتبادلة داخليا.

5 لاحظ الشكل التّالي حيث [Ox]//[Pz]
و [Oy]//[Pt]
بيّن أنّ $\widehat{xOy} = \widehat{zPt}$



6 تأمّل الشكل التّالي :
ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (AB) و(DC) ؟



7 1. أ) أرسم مثلثا RST.

ب) ابن نصف المستقيم [Rz] منصف الزاوية $\widehat{SRT}$ الّذي يقطع (ST) في النقطة E

ج) ابن المستقيم (xy) المار من T و الموازي لـ (RE) الّذي يقطع (RS) في F

2. أ) بيّن أنّ $\widehat{RTF} = \widehat{ERT}$ و $\widehat{SRE} = \widehat{RFT}$

ب) ما هي طبيعة المثلث RFT ؟

8 أ) أرسم مثلثا SVT حيث ST = 4cm و SV = 6cm و VT = 8cm.

ب) عيّن النقطة E من [TS] لا تنتمي إلى [TS] حيث SE = 1,5cm.

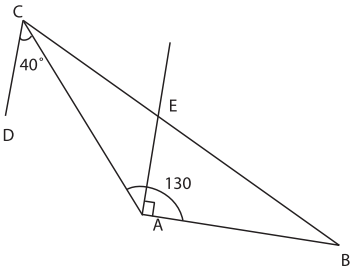
ج) أرسم المستقيم (xy) المار من E و الموازي لـ (VT) والذي يقطع (SV) في النقطة F .

د) قارن زوايا المثلثين SVT و SEF .

9 لاحظ الشكل التّالي حيث

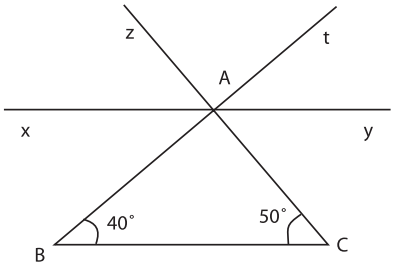
$\widehat{CAB} = 130°$ ، $\widehat{ACD} = 40°$ ، (AE) ⊥ (AB)

بيّن أنّ المستقيم (CD) عمودي على المستقيم (AB)



10 أنقل الشكل التّالي على كراسك حيث (xy)//(BC)

أحسب $\widehat{BAx}$ و $\widehat{tAy}$ و $\widehat{xAz}$ و $\widehat{zAt}$



11 1) أرسم مثلثا MNP حيث NP = 7cm

$\hat{N} = 70°$ و $\hat{P} = 55°$ و عيّن النقطة E من [MP] حيث PE = 3cm

2) أ– ابن المستقيم المار من E والموازي لـ (NP) الّذي يقطع (MN) في F

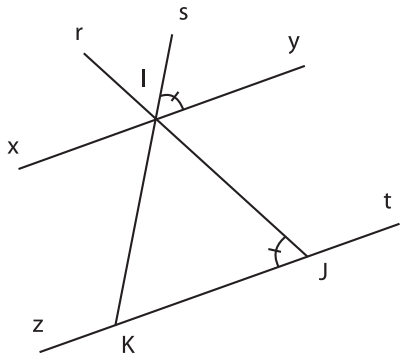
ب– أحسب $\hat{E}$ و $\hat{F}$ زاويتي شبه المنحرف NPEF

12 لاحظ الشكل التّالي حيث المستقيمان (xy) و(zt) متوازيان و $\widehat{tJr} = 120°$ و $\widehat{yIs} = \widehat{IJK}$

1) أوجد كلّ من $\widehat{IJK}$ و $\widehat{IKJ}$ و $\widehat{JIy}$ معلّلا جوابك.

2) ما هي إذن طبيعة المثلث $\widehat{IJK}$ ؟

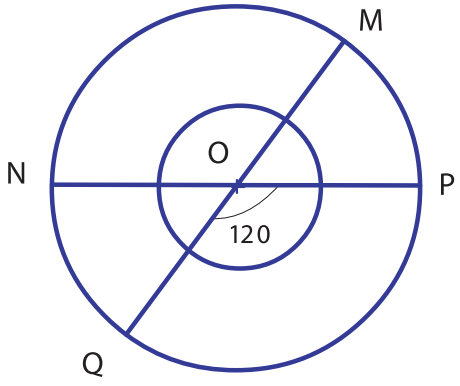
3) ماذا يمثّل [Iy] بالنسبة إلى الزاوية $\widehat{SIJ}$ ؟



13 الدائرتان المقدمتان في الشكل التّالي لهما نفس المركز O .

1) ما هو قيس كلّ من الزاويتين OMN و OQP ؟

2) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (MN) و (PQ) ؟



14 1) أرسم مثلثا UVW متقايس الضلعين قمته الرئيسية U

2) عين نقطة A على الضلع [UV] ثم ارسم المستقيم المار من A و الموازي لـ (VW) يقطع (UW) في B

3) أ– قارن الزاويتين $\hat{A}$ و $\hat{B}$ في المثلث UAB

ب– ما هي إذن طبيعة المثلث UAB ؟

(أنجز نفس العمل معتبرا المثلث UVW متقايس الأضلاع)

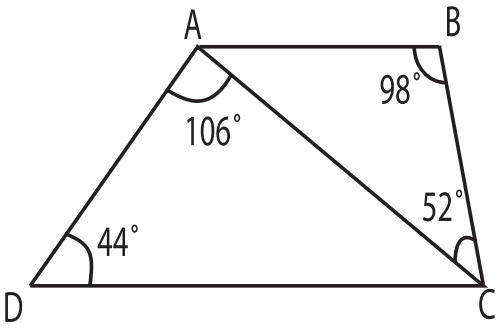
15 1) أ – ارسم مثلثا RST غير قائم في T حيث $\widehat{RST} = 54°$ ثم ارسم ارتفاعه [RA].

ب – عيّن النقطة B من [RT] بحيث $\widehat{RAB} = 36°$

2) هل أن (RS) و (AB) متوازيان؟ علل ذلك.

16 تأمّل الشكل التّالي ثمّ أحسب قيس الزاويتين $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ACD}$

استنتج طبيعة الرباعي ABCD .



17 1) أرسم زاوية $\widehat{xOy}$ قيسها 120° ثم منصفها [Oz) .

2) عين نقطة A على [Oz) ونقطة B على [Oy) حيث OA = OB

بين أنّ (OX) و (AB) متوازيان.

18 أرسم متوازي الأضلاع OPQR . منصف الزاوية $\widehat{POR}$ يقطع (PQ) في E

بين أن PE = QR.

19 أرسم متوازي الأضلاع EFGH حيث $\widehat{FGH} = 70°$ و $\widehat{HEG} = 35°$.

ما هي طبيعة المثلث EHG ؟

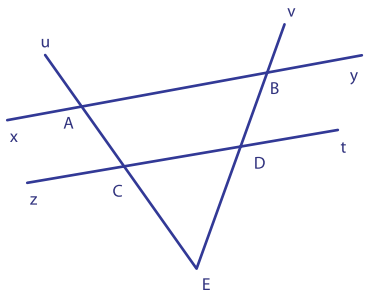
20 1) ارسم مثلثا EFG

2) ابن النقطتين H و I بحيث يكون الرباعيان EFGH و EFIG متوازيي الأضلاع.

3) ما هي طبيعة الرباعي EFIH ؟

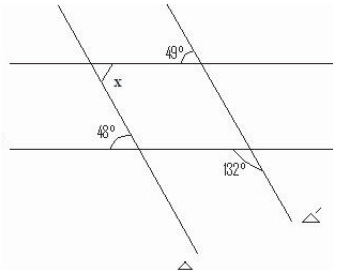
21 أ) تأمّل الشكل التّالي حيث (xy)//(zt)

أنقل الجدول التالي ثمّ أجب بصواب أو خطأ عن كلّ اقتراح من الاقتراحات التالية



$\widehat{uAB}$ و $\widehat{BAC}$ متجاورتان ومتتامتان	
$\widehat{CDE} = \widehat{vBy}$	
$\widehat{xAu} = \widehat{zCu}$	
$\widehat{vBx} = \widehat{tDE}$	
$\widehat{vBy}$ و $\widehat{CDE}$ متبادلتان داخليّا	
$\widehat{xAu}$ و $\widehat{zCu}$ متماثلتان	
$\widehat{vBx}$ و $\widehat{tDE}$ متقابلتان بالرّأس	
$\widehat{vBx}$ و $\widehat{CDE}$ متكاملتان	

ب) تأمّل الشكل التّالي

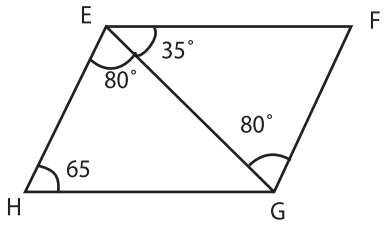


أنقل الجدول التالي ثمّ أجب بصواب أو خطأ عن كلّ اقتراح من الاقتراحات التالية

D و d متوازيان	
Δ و Δ' متوازيان	
x = 48°	

ج) تأمّل الرسم التّالي.

هل أنّ [EG] و [FH] لهما نفس المنتصف ؟ علّل جوابك.



22 1) أ – أرسم مثلثا ENS حيث $\widehat{ENS} = 30°$ و $\widehat{ESN} = 50°$.

منصف الزاوية $\widehat{SEN}$ يقطع (SN) في I .

ب – أرسم المستقيم (xy) المار من N والموازي للمستقيم (EI) .

2) أحسب قيس كل زاوية من الزوايا التالية : $\widehat{SEN}$ و $\widehat{SNx}$ و $\widehat{ENy}$.

23 1) أرسم مثلثا FGH حيث $F\hat{G}H = 70°$ و $F\hat{H}G = 46°$

أحسب $\widehat{GFH}$.

2) ليكن [Fx] منصف الزاوية $\widehat{GFH}$ و [FK] الارتفاع الصّادر من F للمثلث FGH

أحسب $\widehat{KFx}$.

3) نعتبر I نقطة تقاطع منصفا الزاويتين $\widehat{FGH}$ و $\widehat{FHG}$ بين أن I تنتمي للمستقيم (Fx) . أحسب $\widehat{GIH}$.

4) الارتفاعان الصادران من G و H يتقاطعان في النقطة J. أحسب $G\hat{J}H$.

24 أرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرئيسية A ونقطة M من [AB] . المستقيم المار من M والموازي للمستقيم (BC) يقطع [AC] في النّقطة N .

1) برهن أنّ $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ و $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$.

استنتج طبيعة المثلّث ANM .

2) أرسم المستقيم المار من M والموازي للمستقيم (AC) الّذي يقطع (BC) في النقطة F والمستقيم المار من N والموازي للمستقيم (AB) الّذي يقطع (BC) في النقطة E . (MF) و (NE) ويتقاطعان في النقطة O.

بيّن أن كل مثلّث من المثلثات التّالية متقايس الضلعين : BMF و CNE و OEF

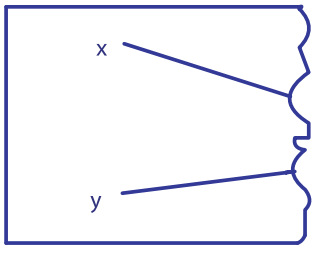
25 ارسم مثلثا OPL ثم [Px] و [Ly] منصفي الزاويتين $\hat{P}$ و $\hat{L}$

المستقيم المار من O و الموازي لـ : [PX) يقطع (PL) في D والمستقيم الموازي لـ [Ly) و المار من O يقطع (PL) في E.

بيّن أن محيط المثلث OPL يساوي DE

26 رسمنا زاوية $\widehat{OXY}$ إلاّ أنّ جزءا من الورقة قد احترق.

ما هو قيس تلك الزاوية (أعط قيمة تقريبية) واذكر طريقة لإنجاز ذلك دون إتمام المستقيمين.



تقايس المثلّثات

محمد بن زُهر

هو أبو بكر محمد بن أبي مروان ، وُلد بإشبيلية سنة 507 هـ. جرى على سنن آبائه من التثقف والأدب. انصرف في الشؤون الطبية إلى الناحية العملية، فكان حسن المعالجة، جيد التدبير، لا يماثله أحد في ذلك. ولم يذكر من تأليفه إلا رسائله في طب العيون.وتجدر الإشارة إلى أن شهرة أبي بكر بن زهر لا تقوم على إنجازاته في حقل الطب وحده، بل بصورة خاصة على شعره، لا سيما موشحاته المبتكرة التي كان فيها من المقدمين، وقد تثقف، إلى ثقافته الطبية العلمية، بثقافة فقهية لغوية أدبية متينة وعميقة. وله موشحه المشهور (أيها الساقي) الذي انتشر في المغرب والمشرق .توفي سنة 595 هـ

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

وما نيل المطالب بالتّمنّى

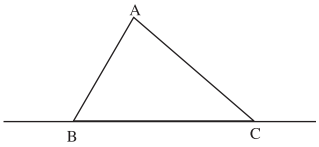
ولكن تؤخذ الدّنيا غلابا

أحمد شوقي

تقايس المثلّثات

أستحضر

1 1. أنقل الشّكل المقابل.

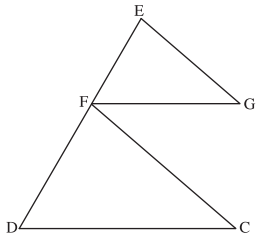


أ) ابن النّقطة A' مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى (BC) ؟

ب) بيّن أنّ AB = A'B و AC = A'C

ج) بيّن أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$

2. في الشّكل المقابل لدينا : النّقاط F و E و D على استقامة واحدة و (FC)//(UG) و (FG)//(DC)



أ) بيّن أن $\widehat{FEG} = \widehat{DFC}$ و $\widehat{EFG} = \widehat{FDC}$

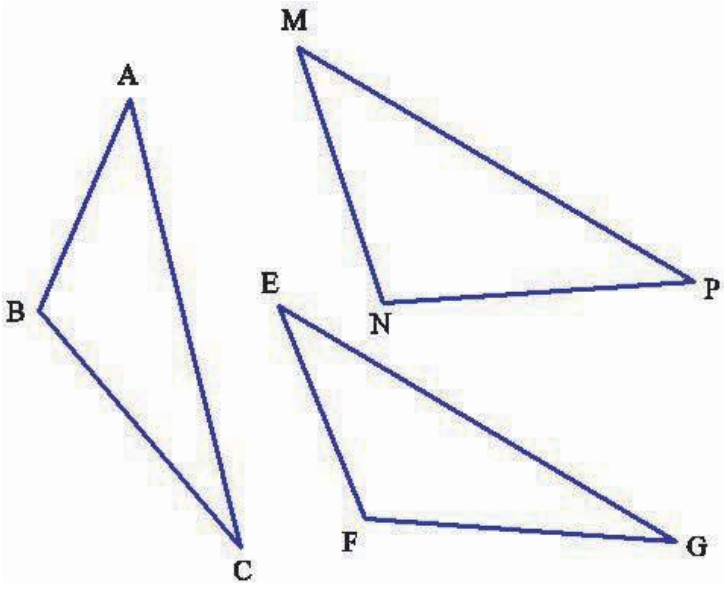
ب) بيّن أنّ $\widehat{EGF} = \widehat{FCD}$

أستكشف وأطبّق

نشاط 1

أرسم على ورق شفّاف مثلّثا أبعاده 3cm و4cm و6cm .

تحقّق بواسطة الورق الشّفّاف من تطابق المثلّث الّذي رسمته مع كلّ من المثلّثين ABC و EFG التّاليين.



مثلّثان متقايسان هما مثلّثان متطابقان

3) قارن الأضلاع AB و EF ثمّ AC و EG ثمّ BC و FG .

4) قارن الزّوايا $\hat{A}$ و $\hat{E}$ ثمّ $\hat{B}$ و $\hat{F}$ ثمّ $\hat{C}$ و $\hat{G}$.

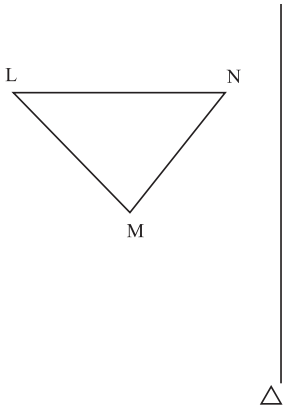
5) هل أنّ المثلّثين MNP و ABC متطابقان ؟

إذا تقايس مثلّثان فإنّ أضلعهما متقايسة مثنى مثنى وزواياهما متقايسة مثنى مثنى

مصطلحات

في المثلّثين ABC و EFG تنطبق القمّة A على القمّة E فنقول أنّ كلاّ منهما هي نظيرة الأخرى كما ينطبق الضّلع [AB] على الضّلع [EF] فنقول أيضا أنّ كلاّ منهما هو نظير الآخر وتنطبق الزّاوية $\widehat{ABC}$ على الزّاوية $\widehat{EFG}$ فنقول كذلك أنّ كلاّ منهما هي نظيرة الأخرى.

تطبيقات



1 انقل الرّسم المقابل على كرّاسك.

أ) ابن النّقاط L' و M' و N' مناظرات L و M و N على التّوالي بالنّسبة إلى المستقيم Δ.

ب) تحقّق بواسطة الورق الشّفّاف أن المثلّثين LMN و L'M'N' متقايسان.

2 1) أرسم مثلّثا ABC ونقطة O خارجة عنه.

2) ابن النّقاط A' و B' و C' مناظرات النّقاط A و B و C بالنّسبة إلى O.

3) أثبت أنّ أضلاع المثلثين ABC و A'B'C' متقايسة مثنى مثنى.

4) أثبت أنّ زوايا المثلّثين ABC و A'B'C' متقايسة مثنى مثنى.

5) تحقّق بواسطة الورق الشّفّاف أنّ المثلّثين ABC و A'B'C' متطابقان.

3 أ) أرسم متوازي الأضلاع ABCD ولتكن النّقطة O مركزه.

ب) تحقّق أنّ المثلّثين AOB و COD متقايسان.

ج) تحقّق أنّ المثلّثين ABC و CDA متقايسان.

الحالة الأولى لتقايس المثلّثات

نشاط

1) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا MNP حيث $MN = 3cm$ و $\hat{M} = 25°$ و $\hat{N} = 70°$

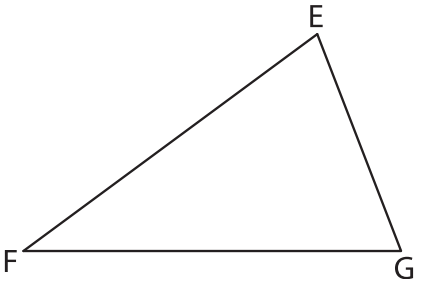
2) تحقّق أنّ المثلث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذي رسمه أحد زملائك.

3) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا EFG

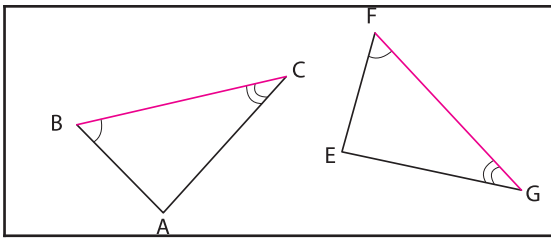
أ) أرسم مثلّثا ABC حيث $BC = FG$ و $\hat{B} = \hat{F}$ و $\hat{C} = \hat{G}$

4) ب) تحقّق أنّ المثلّثين ABC و EFG متقايسان.

ماذا تستنتج ؟



الحالة الأولى : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزّاويتين المجاورتين له في الثّاني.



تطبيقات

1 أ) أرسم زاوية $\widehat{XOY}$ قيسها 40° ونقطة A من منصفها [Oz) .

ب) ابن على [Ox) نقطة B وابن على [Oy) النّقطة C حيث $\widehat{OAB} = \widehat{OAC} = 60°$.

ج) بيّن أنّ المثلّثين OAB و OAC متقايسان

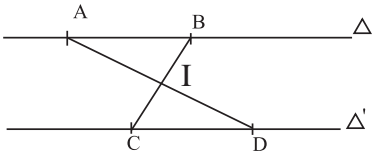
د) استنتج أنّ OC = OB .

2 لاحظ الرّسم حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و AB = CD .

I نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (CB)

أ) بيّن أنّ المثلّثين ABI و CDI متقايسان.

ب) استنتج أنّ النّقطة I منتصف كلّ من [AD] و [BC]

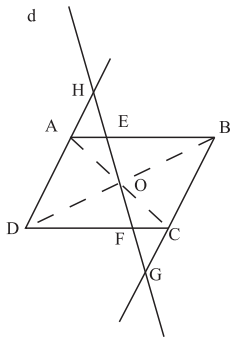


تمرين مرفق بحل :

يمثّل الشّكل المقابل متوازي الأضلاع ABCD مركزه O و Δ مستقيما يمرّ من O ويقطع كلاّ من (AB) في E و(CD) في F و (BC) في G و (AD) في H.

1) قارن المثلّثين OBE و ODF. استنتج أنّ O هي منتصف [EF]

2) بيّن أنّ O هي منتصف [GH] .



الحل :

1) في المثلّثين OBE و OFD لنا $\widehat{EOB} = \widehat{DOF}$ (زاويتان متقابلتان بالرأس) $\widehat{OBE} = \widehat{ODF}$ (زاويتان متبادلتان داخليّا)

OB = OD (O منتصف [DB])

إذن المثلّثان OEB و ODF متقايسان حسب الحالة الأوى لتقايس المثلّثات وبالتّالي فإنّ OE = OF

وبما أنّ O و E و F على استقامة واحدة فإنّ النّقطة O هي منتصف [EF].

2) في المثلّثين OBG و ODH لنا $\widehat{OBG} = \widehat{ODH}$ (متبادلتان داخليّا)

و $\widehat{BOG} = \widehat{DOH}$ (زاويتان متقابلتان بالرّأس)

و OB = OD (O منتصف [EF])

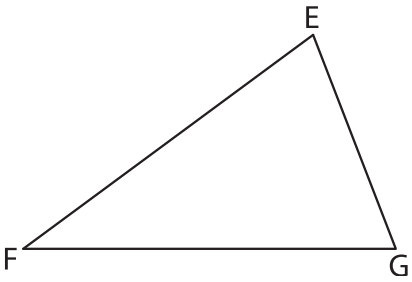
إذن المثلّثان OBG و ODH متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات وبالتّالي OG = OH

وبما أنّ النّقاط O و G و H على استقامة واحدة فإنّ النّقطة O هي منتصف [HG].

الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات

نشاط

1) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 4cm و AC = 3cm و $\widehat{BAC} = 40°$. ثمّ تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذي رسمه أحد زملائك.

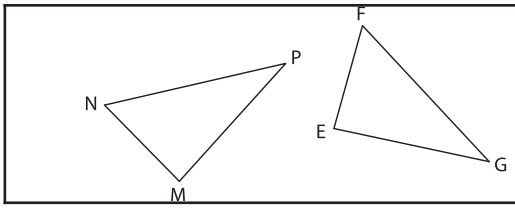


2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا EFG

أ) أُرسم مثلّثا MNP حيث MN = EF و MP = EG و $\hat{M} = \hat{E}$

ب) تحقّق أنّ المثلّثين EFG و MNP متقايسان.

ج) ماذا تستنتج ؟



الحالة الثّانية : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلعان والزّاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما في الثّاني.

تطبيقات

1 أ) أُرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A

ب) عيّن على [AB] نقطة M وعلى [AC] نقطة N بحيث AM = AN.

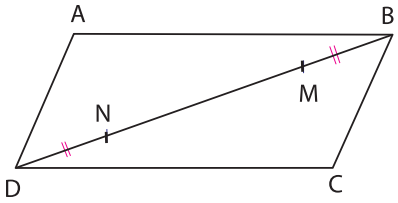
ج) قارن المثلّثين ANB و AMC . استنتج أنّ CM = BN

2 أ) أُرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A . لتكن I نقطة تقاطع منصفا الزّوايتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$.

ب) بيّن أنّ BI = CI

3 لاحظ الشّكل المقابل حيث ABCD متوازي الأضلاع و BM = DN.

بيّن أنّ AN = CM



4 أ) أُرسم زاوية حادّة $\widehat{xOy}$ ثمّ عيّن على [Ox] نقطتين A و B وعلى [Oy] نقطتين C و D بحيث OA = OC و OB = OD

ب) بيّن أنّ المثلّثين OAD و OCB متقايسان.

ج) استنتج أنّ AD = BC

الحالة الثّالثة لتقايس المثلّثات :

نشاط

1) أ) أُرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 3cm و AC = 5cm و BC = 6cm .

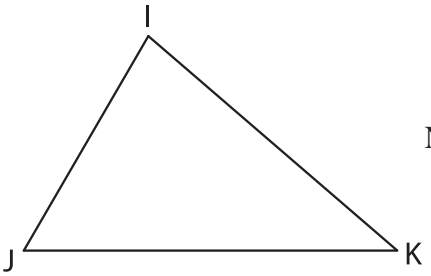
ب) تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذي رسمه أحد زملائك.

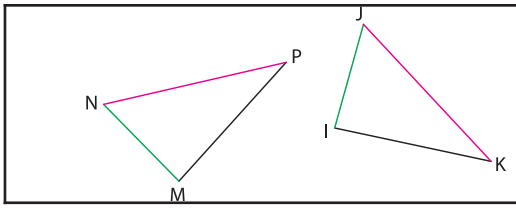
2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا

أ) أُرسم مثلّثا MNP حيث MN = IJ و MP = IK و NP = JK

ب) تحقّق أنّ المثلّثين IJK و MNP متقايسان،

ج) ماذا تستنتج ؟





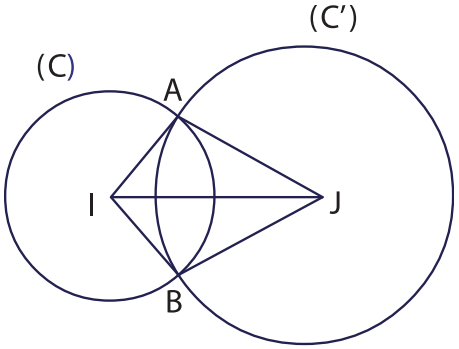
الحالة الثّالثة : يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايست الأضلاع الثّلاثة في أحدهما الأضلاع الثّلاثة في الثّاني مثنى مثنى.

تطبيقات

1 أ) أُرسم متوازي الأضلاع ABCD . المستقيم المارّ من C والموازي للقطر [BD] يقطع المستقيم (AD) في النّقطة E

ب) ما هي طبيعة الرّباعي DBCE .

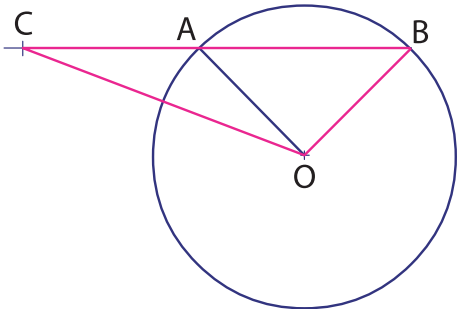
ج) استنتج تقايس المثلّثين DCE و ABD .



2 تأمّل الشّكل المقابل.

ب) بيّن أنّ المثلّثين BIJ و AIJ متقايسان.

ج) استنتج منصّف الزّاوية $\widehat{AIB}$ ومنصّف الزّاوية $\widehat{AJB}$



3 لاحظ الشّكل المقابل

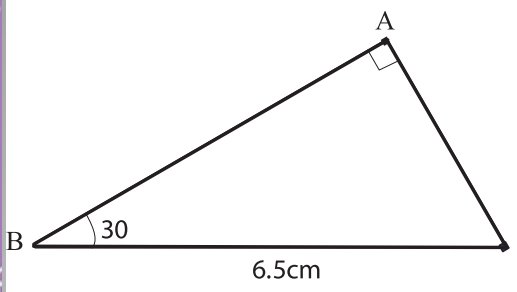
أ) في المثلّث AOC ضلعان وزاوية مقايسة لضلعين وزاوية في المثلّث BOC. حدّد هذه العناصر.

ب) هل AOC و BOC مثلّثان متقايسان ؟ علّل جوابك.

حالتا تقايس مثلّثين قائمين

نشاط 1 الحالة الأولى

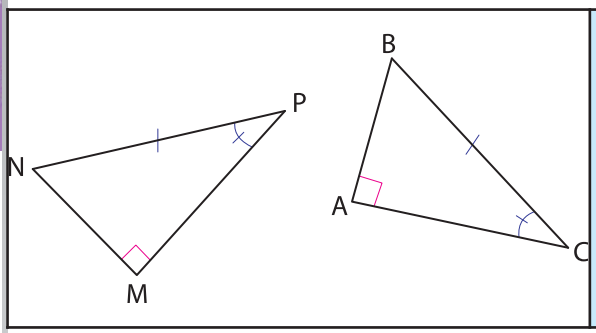
يمثّل الشّكل المقابل مثلّثا ABC قائم الزّاوية في A



أ) ابن مثلّثا MNP قائما في M بحيث $\hat{N} = \hat{B}$ و $NP = BC$

ب) بيّن أن $\hat{P} = \hat{C}$.

ج) استنتج أنّ المثلّثين ABC وMNP متقايسان.



الحالة الأولى : يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر وزاوية حادّة في أحدهما الوتر وزاوية حادّة في الثّاني.

تطبيق

أ) أرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A.

ب) أرسم الارتفاعين [BB'] و [CC']

ج) تأمّل الرّسم وحدّد مثلّثين متقايسين ثمّ استنتج أنّ BB'=CC'

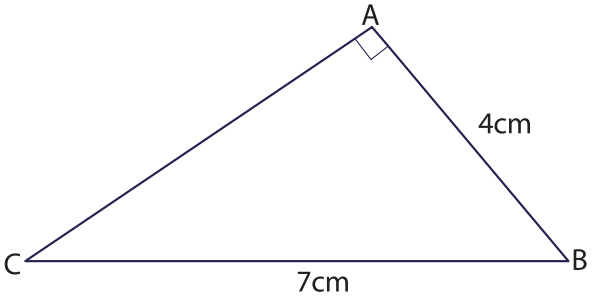
نشاط 2 الحالة الثّانية

يمثّل الشّكل التّالي مثلّثا ABC قائم الزّاوية في A .

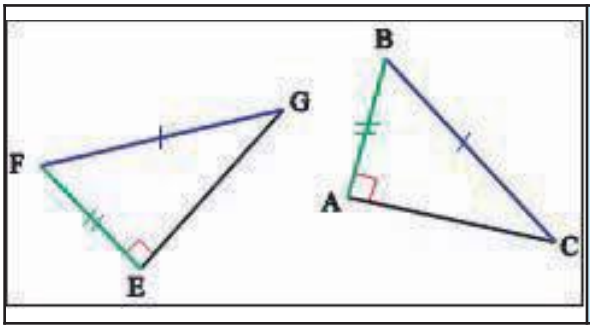
أ) أرسم زاوية قائمة $\widehat{xEy}$، عيّن على [Ex] نقطة F بحيث EF=AB

ب) أرسم قوسا دائريّا مركزه F وشعاعه BC الّذي يقطع [Ey] في نقطة G.

ج) تحقّق (بواسطة البركار) من أنّ EG=AC واستنتج أنّ المثلّثين ABC و EFG متقايسان.



الحالة الثّانية : يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر وضلع قائم فى أحدهما الوتر وضلعا قائما في الثّاني



تطبيقات

1 أ) أرسم زاوية قائمة $\widehat{xAy}$. لتكن B نقطة من [Ax) و C من [Ay) بحيث AB = AC

ب) أرسم المستقيم Δ المارّ من B والعمودي على [Ax).

ج) أرسم المستقيم Δ' المارّ من C والعمودي على [Ay).

د) المستقيمان Δ و Δ' يتقاطعان في نقطة M . تأمّل الرّسم وحدّد مثلّثين متقايسين

ه) استنتج أنّ نصف المستقيم [AM) هو منصف الزّاوية $\widehat{xAy}$.

و) ما هو قيس الزّاوية $\widehat{CAM}$.

2 1. أ) أرسم دائرة ℰ مركزها O ثمّ عيّن نقطتين A و B ينتميان إلى ℰ وغير متقابلين قطريًا.

ب) ابن المماسيّن لـ ℰ في A و B الّذين يتقاطعان في T .

2. أ) بيّن أنّ TA = TB .

ب) استنتج أنّ (OT) هو الموسّط العمودي للقطعة [AB] .

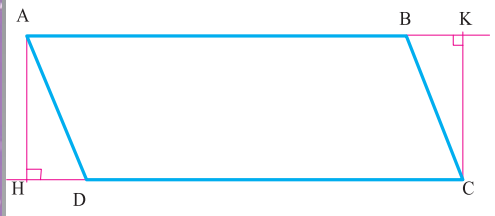
3. بيّن أنّ [TO) هو منصّف الزّاوية $\widehat{ATB}$.

تمرين مرفوق بحل

أ) أرسم متوازي الأضلاع ABCD والنّقطتين H و K المسقطين العموديّين على التّوالي لـ A و C على (DC) و (AB)

بيّن أنّ DH = BK

الحلّ



في متوازي الأضلاع ABCD لدينا :

- (AD) موازي لـ(BC) والمستقيم(AB) قاطعا لهما
إذن $\widehat{DAB} = \widehat{CBK}$ (زاويتان متماثلتان)(1)
- المستقيمان(AB) و (DC) متوازيان والمستقيم(AD)قاطعا لهما إذن الزّوايتان$\widehat{BAD}$ و $\widehat{ADH}$ متبادلتان داخليّا وبالتّالي $\widehat{BAD} = \widehat{ADH}$ (2)

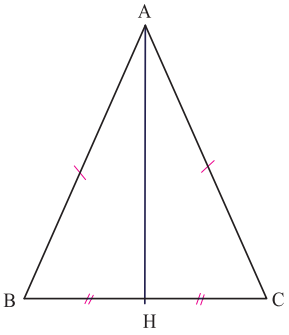
من (1) و (2) نستنتج $\widehat{CBK} = \widehat{ADH}$

في المثلّثين القائمين ADH و CBK لدينا AD = CB (الوتران متقايسان) لأنّ ABCD متوازي الأضلاع و$\widehat{ADH} = \widehat{CBK}$وبالتّالي فإنّ ADH و CBK متقايسان ممّاينتج عنه DH = BK

المثلّثات المتقايسة الضلعين

نشاط 1

في الرسم التّالي ABC مثلّث متقايس الضّلعين قمّته الرّئسيّة A والنّقطة H منتصف [BC]



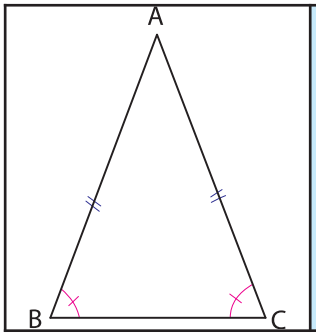
قارن المثلّين ABH و ACH

استنتج أنّ :

أ) (AH) هو الموسّط العمودي لقطعة المستقيم [BC]

ب) [AH]هو منصّف الزّاوية $\widehat{BAC}$.

ج) $\hat{B} = \hat{C}$.



زاويتا القاعدة في مثلّث متقايس الضّلعين متقايستان.

ملاحظة

في مثلّث متقايس الضّلعين ABC (قمّته الرّئيسيّة A)

الموسّط الصّادر من A ينطبق على الارتفاع الصّادر من A.

الموسّط العمودي للقاعدة [BC] يحمل منصّف الزّاوية $\widehat{BAC}$ وكذلك الموسّط الصّادر من A

تطبيق

ارسم زاوية $\widehat{xAy}$ ومنصّفها[Az]. I نقطة من[Az] مخالفة للنقطة A . المستقيم المارّ من I والعمودي على(Az) يقطع (Ax)و(Ay) على التّوالي في B و C .

بيّن أنّ $\hat{B} = \hat{C}$.

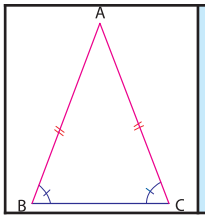
نشاط 2

أرسم مثلّثا ABC بحيث $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

أرسم منصّف الزّاوية $\widehat{BAC}$ الّذي يقطع [BC] في النّقطة I .

1- أثبت أنّ $\widehat{AIB} = \widehat{AIC}$.

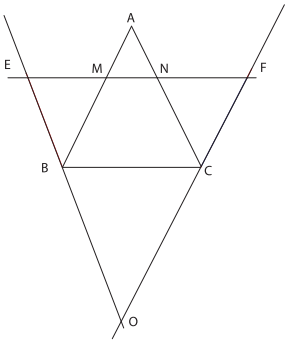
2- أثبت تقايس المثلّثين AIB و AIC واستنتج أنّ االمثلّث ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A .



إذا تقايست زاويتان في مثلّث فإنّ هذا المثلّث متقايس الضلعين.

تطبيق

في الشّكل المقابل ABC مثلّث متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A و(AB) // (OF) و(AC) // (OF) و (BC) // (EF)



1- بيّن أنّ المثلّث AMN متقايس الضّلعين.

2- قارن المثلّثين BME و CNF .

3- أستنتج أنّ المثلّث OEF متقايس الضّلعين.

المثلّثات المتقايسة الأضلاع

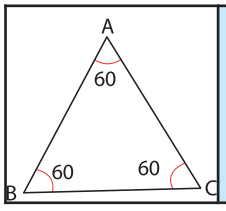
نشاط 1

أرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قيس إحدى زواياه 60° .

بيّن أنّ المثلّث ABC متقايس الأضلاع وأنّ قيس كلّ زاوية من زواياه 60°

نشاط 2

أرسم مثلّثا ABC متقايس الأضلاع. بيّن أن قيس كلّ زاوية من زواياه 60° .



زوايا مثلّث متقايس الأضلاع متقايسة وقيس كلّ منها 60° .

تطبيق

أ) أرسم مثلّثا ABC قائم الزّاوية في A حيث $\hat{B} = 60°$ و AB = 3cm

ب) نعتبر النّقطة D مناظرة النّقطة B بالنّسبة إلى A .

بيّن أنّ المثلّث BCD متقايس الأضلاع واستنتج طول أحد أضلاعه.

الخاصّيّة المميّزة لمنصّف الزّاوية – الدّائرة المحاطة بمثلّث.

نشاط 1

أرسم زاوية $\widehat{xOy}$ وابن منصّفها [Oz]

عيّن نقطة M من [Oz] مخالفة للنّقطة O .

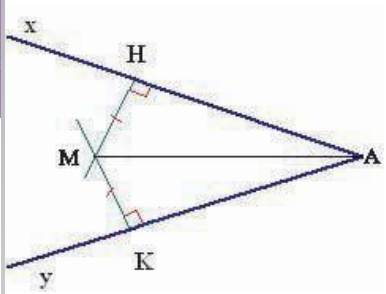
ابن النّقطتين H و K المسقطين العموديّين للنّقطة M على التّوالي على المستقيمين (Ox) و (Oy)

قارن المثلّثين OMH و OMK

أستنتج أنّ MK = MH .

تبعد كلّ نقطة من منصّف الزّاوية نفس البعد عن ضلعي تلك الزّاوية.

نشاط 2



تأمّل الشّكل المقابل.

أ) قارن المثلّثين AMH و AMK .

ب) استنتج أنّ [AM] منصّف الزّاوية $\widehat{xAy}$.

إذا كانت نقطة تبعد نفس البعد عن ضلعي زاوية فهي تنتمي إلى منصّف تلك الزّاوية.

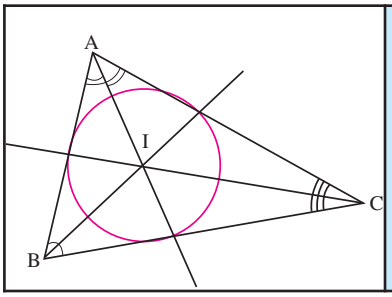
نشاط 3

أرسم مثلّثا ABC . المنصّفان [Ax] و [By] يتقاطعان في نقطة O .

نعتبر M و N و P المساقط العموديّة للنّقطة O على التّوالي على المستقيمات (AB) و (AC) و (BC)

أ) أثبت أنّ OM = ON = OP وأستنتج أنّ O تنتمي لمنصّف الزّاوية $\hat{C}$

ب) أرسم الدّائرة Γ الّتي مركزها O وشعاعها OM. ماهي وضعيّتها بالنّسبة إلى أضلاع المثلّث ABC ؟



تتقاطع منصّفات زوايا مثلّث في نقطة مشتركة هي مركز الدّائرة المحاطة بالمثلّث.

تطبيق

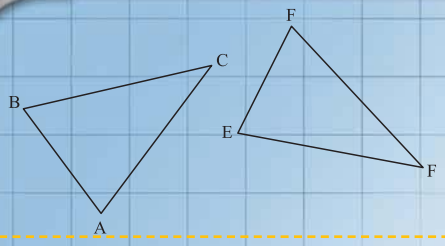
أرسم زاوية غير منبسطة $\widehat{xOy}$ وعيّن نقطة A من [Ox] مخالفة للنّقطة O

ونقطة B من [Oy] بحيث OA = OB. المستقيمان العموديّان على (Ox) و (Oy) على التّوالي في A و B يتقاطعان في نقطة M .

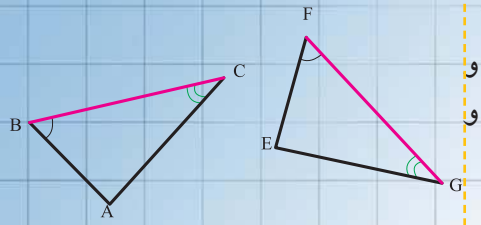
أ) أثبت أنّ [OM] هو منصّف للزّاوية $\widehat{xOy}$

ب) استخرج من هذا الرّسم طريقة لبناء منصّف زاوية.

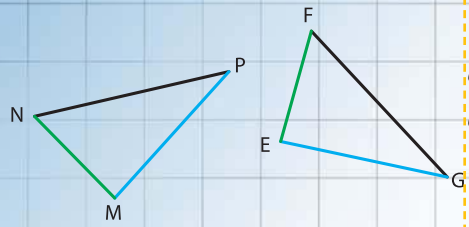
أحوصل



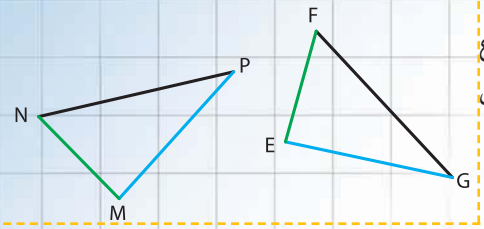
مثلّثان متقايسان هما مثلّثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى وزواياهما متقايسة مثنى مثنى .



الحالة الأولى : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع و الزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا و الزاويتين المجاورتين له في الثاني.

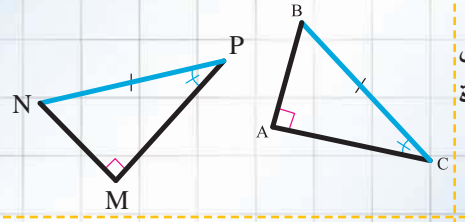


الحالة الثانية : يتقايس مثلثان اذا قايس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في احدهما ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في الثاني.

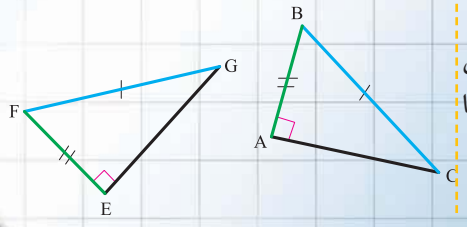


الحالة الثالثة : يتقايس مثلثان إذا قايست الأضلاع الثلاثة في أحدهما الاضلاع الثلاثة في الثاني مثنى مثنى

تقايس المثلّثات القائمة

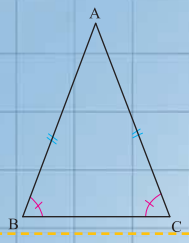


الحالة الأولى : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادة في أحدهما الوتر و زاوية حادة في الثاني.

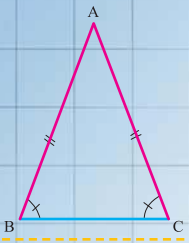


الحالة الثانية : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما الوتر و ضلعا قائما في الثاني.

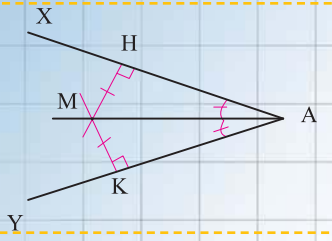
أحوصل



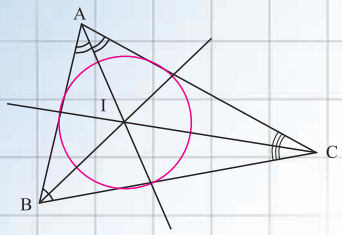
زاويتا القاعدة في مثلّث متقايس الضّلعين متقايستان.



إذا تقايست زاويتان في مثلّث فإنّ هذا المثلّث متقايس الضّلعين.



تبعد كلّ نقطة من منصّف زاوية نفس البعد عن ضلعي تلك الزّاوية.
إذا كانت نقطة متساوية البعد عن ضلعي زاوية فهي تنتمي إلى منصّف تلك الزاوية.



تتقاطع منصّفات زوايا مثلّث في نقطة مشتركة هي مركز الدّائرة المحاطة بالمثلّث.

تمـــاريـــن

1 ابن مثلثين متقايسين ABC و MNP بحيث $\hat{B} = 75°$ و $\hat{M} = 30°$ و $AB = 3cm$.

2 أ) أرسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث $\widehat{ABC} = 30°$. المستقيم العمودي على (BC) في C يقطع (AB) في النقطة D .

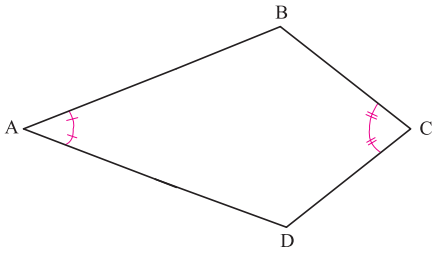
ب) حدّد في المثلثين ABC و DBC ضلعا و زاويتين متقايستين مثنى مثنى.

ج) ماذا تستنتج ؟

3 تأمّل الشّكل التّالي

أ) بيّن أنّ المثلثين ADC وABC متقايسان.

ب) استنتج أنّ (AC) و (DB) متعامدان.

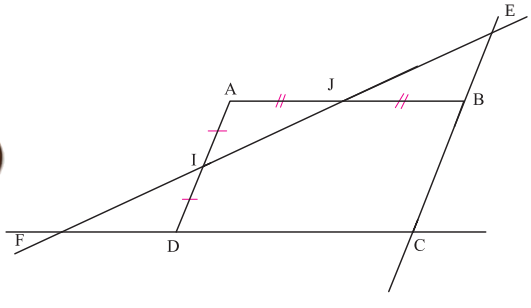


4 أرسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O و[AB]و[CD] قطرين لها.

1. بيّن أنّ المثلثين OAD و OBC متقايسان.
2. استنتج أنّ المثلثين ABC و ADB متقايسان

5 لاحظ الرسم التّالي حيث ABCD متوازي الأضلاع و النقطتين I و J على التوالي منتصفي القطعتين [AD] و [AB]

1. بيّن أنّ المثلثين FDI و JAI متقايسان.
2. استنتج أنّ $FI = IJ = JE$.



6 1.أ) أرسم مثلثا ABC والنقطة I منتصف [AB] المستقيم المار من I و الموازي لـ (BC) يقطع (AC) في النقطة J .

و المستقيم المار من I و الموازي لـ (AC) يقطع (BC) في النقطة K

ب) بيّن أنّ المثلثين AIJ و BIK متقايسان.

2. ما هي طبيعة الرباعي IJCK.

3. استنتج أنّ $BC = 2IJ$.

7 1. أرسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O و [AB] حبلا لا يمرّ من O. منصّف الزّاوية $\widehat{AOB}$ يقطع $\mathcal{C}$ في M .

2. قارن المثلّثين OAM و OBM

3. استنتج أنّ $MB = MA$ وأنّ [MO] هو منصّف الزّاوية $\widehat{AMB}$.

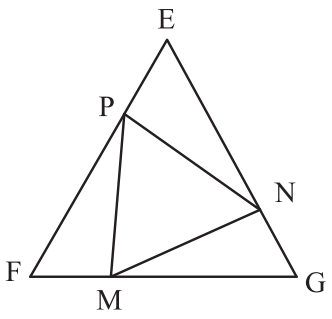
8 تأمّل الرسم التّالي حيث المثلث EFG متقايس الأضلاع.

و النقاط M و N و P تنتمي على التوالي إلى [FG] و [EG] و [EF]

حيث $FM = GN = EP$

بيّن أنّ المثلثات FMP و GNM و NEP متقايسة مثنى مثنى

استنتج طبيعة المثلث MNP



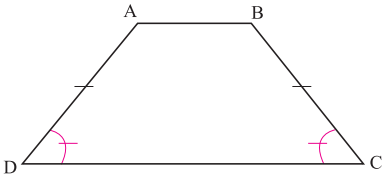
9 1. انقل الشّكل التالي على كرّاسك حيث ABCD رباعي و $AD = BC$ و $\widehat{ADC} = \widehat{BCD}$

أ) قارن المثلثين ADC و BCD .

ب) استنتج أنّ AC = BD

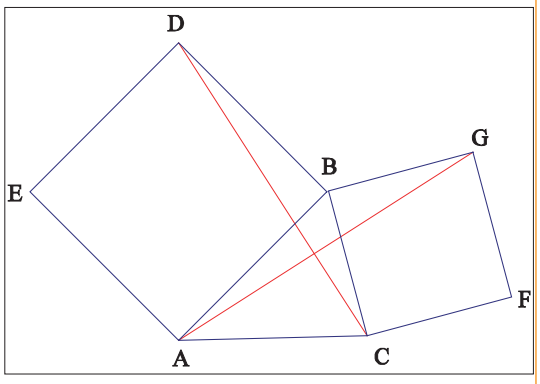
المستقيمان (AD) و(BC) يتقاطعان في E .

ما هي طبيعة المثلث EAB ؟



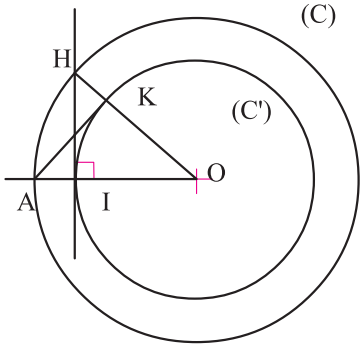
10 تأمّل الرسم التّالي حيث ABDE و BCFG مربّعان

بيّن أنّ AG = DC



11 تأمّل الشكل التّالي حيث (C) و (C') دائرتان لهما نفس المركز O .

1. بيّن أنّ المثلثين HIO و AKO متقايسان
2. ماذا يمثّل المستقيم (AK) بالنسبة إلى الدائرة (C') ؟



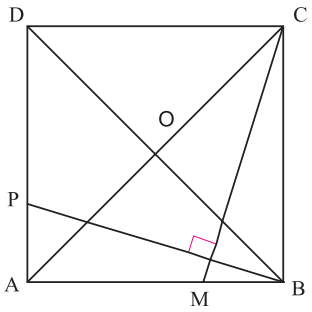
12 في الرسم التّالي ABCD مربع مركزه O .

أ) بيّن أنّ $\widehat{ABP} = \widehat{BCM}$.

ب) 1. استنتج أنّ المثلثين MCB و ABP متقايسان .

2. أ) بيّن أنّ المثلثين OMB و OPA متقايسان

ب) استنتج أنّ المثلث POM قائم و متقايس الضلعين



13 1. أرسم مثلثا EFG قائم الزاوية في E و النقطة I منتصف [EF].

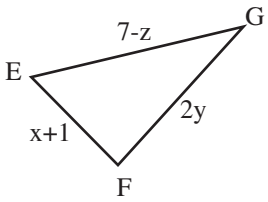
المستقيم العمودي على (EF) والمار من F يقطع (IG) في H .

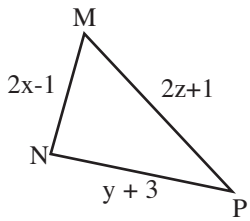
1. قارن المثلثين EIG و FIH .
2. استنتج أنّ IH = IG .
3. أ) قارن المثلثين FIG و EIH

ب) استنتج أنّ EH = FG

14 لاحظ الرسم التّالي حيث المثلثان EFG و MNP متقايسان

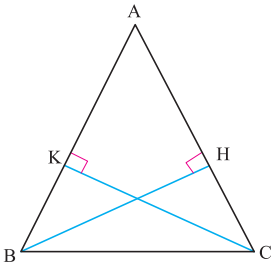
جد الأعداد x و y و z .





15 لاحظ الرسم التّالي حيث AB = AC

1. قارن المثلثين ABH و ACK
2. استنتج أن BH = CK و BK = CH



16 1. أرسم مثلثا MNP متقايس الضلعين قمته الرئيسية M . منصف الزاوية $\widehat{MNP}$ يقطع (MP) في A ومنصف الزاوية $\widehat{MPN}$ يقطع (MN) في B .

2. قارن المثلثين NPA و NPB واستنتج أنّ MA = MB

3. المستقيمان (NA) و (PB) يتقاطعان في I قارن المثلثين MIA و MIB .

4. استنتج أنّ (IM) هو منصف الزاوية $\widehat{AIB}$.

17 1. أرسم مثلثا ROI متقايس الضلعين قمته الرئيسية R . منصّف الزاوية $\widehat{ORI}$ يقطع [OI] في M

2. أرسم نقطة Q من [RM] مغايرة لـ R و M . بيّن أنّ المثلث OQI متقايس الضلعين.

3. بيّن أنّ (QM) منصّف الزّاوية $\widehat{OQI}$ وأنّ M منتصف [OI] .

18 أرسم متوازي الأضلاع ABCD ليكن O مركزه .ولتكن النقطة E المسقط العمودي لـ D على (AC) والنقطة F المسقط العمودي لـ B على (AC)

1. بيّن أنّ المثلثين ADE و CBF متقايسان.
2. استنتج أنّ النّقطة O منتصف [EF] .

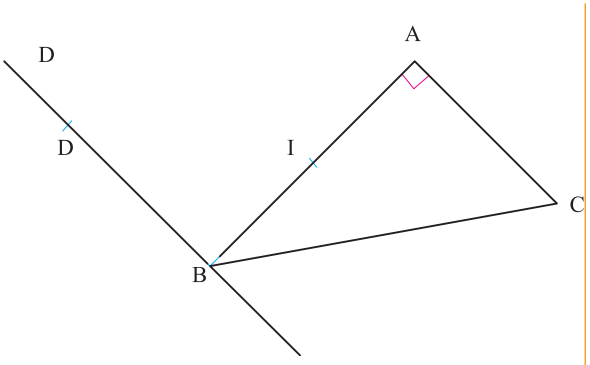
19 1. لاحظ الشكل التّالي حيث (AC) موازي لـ Δ و AC = BD و $\widehat{BAC} = 90°$

2. بيّن أنّ AD = BC

3. لتكن I منتصف [AB]

أ) قارن المثلثين ACI و BDI .

ب) استنتج أنّ I هي منتصف [CD].



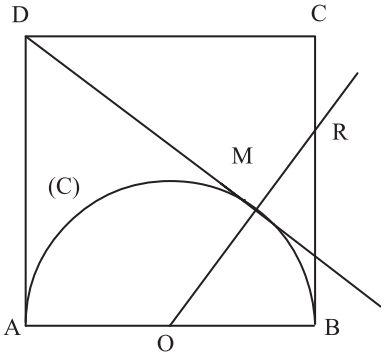
20 تأمّل الرسم التّالي حيث ABCD مربّع و المستقيم (DM) مماس للدائرة ℭ التي قطرها [AB] .

R هي نقطة تقاطع المستقيمين (OM) و (BC)

1. أ) بيّن أنّ المثلثين OAD و OMD متقايسان

ب) استنتج أنّ DM = DC

2. بيّن أنّ المثلث CMR متقايس الضلعين.



21 1. لاحظ الشكل التّالي حيث LOT مثلث و LO = LT و LM = LN .

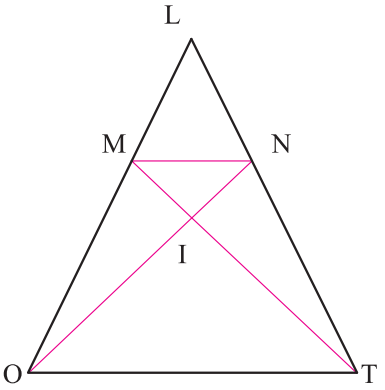
2. قارن المثلثين LON و LTM استنتج أنّ $\widehat{LMT} = \widehat{LNO}$

3. النقطة I هي نقطة تقاطع المستقيمين (ON) و (TM) .

أ) بيّن أنّ MO = TN و $\widehat{IMO} = \widehat{INT}$.

ب) قارن المثلثين IOM و ITN . استنتج أنّ IM = IN .

ج) استنتج أنّ [IL] منصف الزاوية $\widehat{MIN}$.



22 1. أ) أرسم مثلثا AIR متقايس الضلعين قمته الرئيسية A.

ب) أرسم الموسطين ['II] و [RR'] ثمّ بيّن أنّ المثلثين II'R وRR'I متقايسان.

ج) ماذا تستنتج بالنسبة لعناصر المثلثين؟

2. لتكن M نقطة تقاطع ['II] و[RR'] .

بيّن أنّ المثلث MIR متقايس الضلعين.

3. برهن أنّ (MA] هو منصف الزاوية $\widehat{I'MR'}$

4. المستقيم المارّ من A والموازي لـ (IR) يقطع ('II) في F و(RR') في E.

بيّن أن ME = MF و IE =RF.

23 لاحظ الشكل التّالي حيث M منتصف [LI] و[Ax) منصف الزاوية $\widehat{LAI}$. المستقيم المارّ من M والعمودي على [Ax) يقطع (AL) في E و (AI) في F و [Ax) في J.

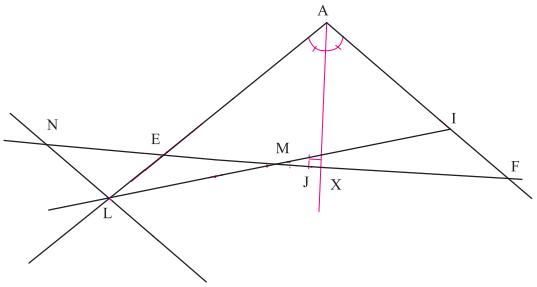
1. أ) بيّن أن المثلّث AEF متقايس الضلعين

ب) استنتج أنّ (Ax) هو الموسّط العمودي لـ [EF] .

2. المستقيم المار من L والموازي لـ (AI) يقطع [EF] في N

أ) بيّن أنّ LEN متقايس الضلعين قمّته الرّئيسيّة L

ب) قارن المثلّثين LNM و MIF ثم استنتج أن LE = IF.



24 1. أ) أرسم مثلّثا ABC قائم الزاوية ومتقايس الضلعين قمّته الرّئيسيّة A ثمّ أرسم [AH] ارتفاعه المنحدر من A

ب) أرسم خارج المثلّث ABC مستقيما (XY) يمرّ من A و لا يوازي (BC)

2. المستقيم المارّ من B و العمودي على (XY) يقطع (XY) في M والمستقيم المارّ من C والعمودي على (XY) يقطع (XY) في N

أ) بيّن أنّ HA = HB = HC

ب) قارن المثلّثين ACN و AMB

ج) استنتج أنّ MN = BM + CN

3. أ) قارن المثلّثين BMH و ANH ماذا تستنتج بالنسبة إلى بقيّة العناصر النّظيرة ؟

ب) بيّن أن المثلّث MHN قائم الزاوية و متقايس الضلعين.

25 1. أرسم زاوية قائمة $\widehat{XOY}$.

أ) عيّن على [Ox) نقطتين A و B و على [Oy) نقطتين C و D بحيث OA = OC و OB = OD

2. بيّن أنّ BC = AD .

3. المستقيمان (BC) و(AD) يتقاطعان في M

أ) قارن المثلّثين BMA و DMC

ب) استنتج أنّ MA = MC

ج) استنتج أن [OM) منصف الزاوية $\widehat{AOC}$.

رباعيّات الأضلاع

إبن الشاطر (704–777هـ)

هو أبو الحسن علاء الدين علي المعروف بابن الشاطر. عالم رياضيات وفلك اشتهر في القرن الثامن الهجري. تألق في فن تطعيم العاج ، فكان يكنى بالمطعم. وقد أكسبته هذه المهنة ثروة كبيرة،برع ابن الشاطر في علمي الهندسة والحساب، ولكنه لم يلبث أن اتجه إلى علم الفلك فأبدع فيه، وهذا يظهر من ابتكاراته للعديد من الآلات مثل الأسطرلاب، وصنع آلة لضبط وقت الصلاة سماها سالبسيطس .أما أهم إنجازات ابن الشاطر فهي تصحيحه لنظرية بطليموس التي ترى خطأ أن الأرض هي مركز الكون، ولقد أشار ابن الشاطر إلى أن الأرض والكواكب المتحيرة هي التي تدور حول الشمس بانتظام، و القمر يدور حول الأرض. ترك ابن الشاطر عددا كبيرا من المؤلفات جلها في الفلك والرياضيات.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

أجد الكلام إذا نطقت فإنما

عقل الفتى في لفظه المسموع

رباعيات الأضلاع

أستحضر

متوازي أضلاع هو رباعي يتوازى فيه كلّ ضلعين متقابلين

1 ابن متوازي أضلاع LCVR حيث :
LC=5cm و LR=3cm و $\widehat{CLR}=130°$

2 أ) أرسم مثلثا EFG غير قائم و[EH] الارتفاع الصادر من E.
ب) المستقيم Δ المار من G والموازي لـ (EF) يقطع (EH) في A
والمستقيم Δ' المار من F والعمودي على (FG) يقطع Δ في B.
ما هي طبيعة الرباعي EFBA ؟

3 أنقل الجدول التالي على كراسك ثمّ ضع (×) في الخانة المناسبة :

	القطران يتقاطعان في المنتصف	القطران متقايسان	القطران متعامدان
في المربع			
في المستطيل			
في المعين			
في متوازي أضلاع			

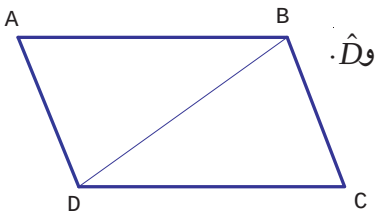
4 أ) ارسم متوازي أضلاع ABCD وعيّن النقطة I منتصف قطعة المستقيم [AC].
ب) ما هي مناظرة النقطة A بالنسبة إلى I ؟ استنتج مناظر المستقيم (AB)
ج) ما هي مناظرة النقطة C بالنسبة إلى I ؟ استنتج مناظر المستقيم (BC)
د) استنتج مناظرة النقطة B بالنسبة إلى I.
ه) بيّن أن AB=CD و AD=BC
و) بيّن أنّ النقطة I هي مركز تناظر متوازي الأضلاع ABCD ؟

في متوازي أضلاع القطران يتقاطعان في منتصفهما

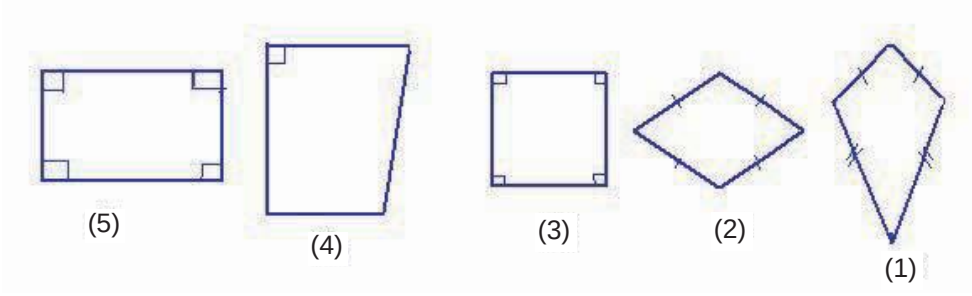
5 1) تأمّل الرسم أسفله حيث ABCD متوازي الأضلاع.
أ) قارن المثلثين ABD و CDB.
ب) ماذا يمكن أن تستنتج بالنسبة لأضلاع ABCD ؟
2) أ) بيّن أنّ الزاويتين $\hat{A}$ و $\hat{D}$ متكاملتان والزاويتين $\hat{D}$ و $\hat{C}$ متكاملتان
ب) قارن $\hat{A}$ و $\hat{C}$ ثمّ قارن $\hat{B}$ و $\hat{D}$.

في متوازي أضلاع كلّ ضلعين متقابلين متقايسان

في متوازي أضلاع :
– كلّ زاويتين متتاليتين متكاملتان.
– كلّ زاوتين متقابلتين متقايستان.



6 من بين الأشكال التالية ما هي متوازيات أضلاع :



7 أ) ابن مستطيلا طول أحد أضلاعه 5cm ومساحته $35cm^2$.

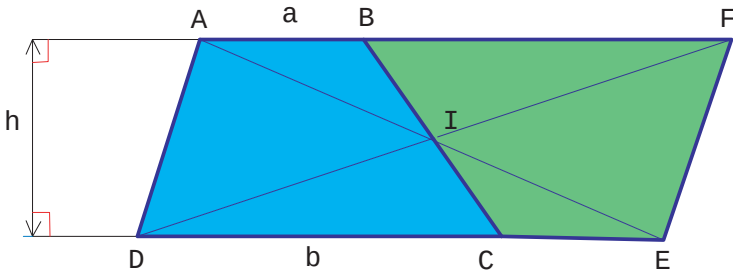
ب) ابن مستطيلا طول أحد أضلاعه 8,5cm ومحيطه 28cm.

8 في الرسم أسفله ABCD شبه منحرف وECBF مناظره بالنسبة إلى النقطة I منتصف [BC]

أ) بيّن أنّ النقاط D وC و E على استقامة واحدة وكذلك النقاط A وB و F .

ب.) بيّن أنّ الرباعي AFED متوازي أضلاع ثمّ احسب مساحته بدلالة a وb وh.

ج) استنتج مساحة شبه المنحرف ABCD بدلالة a وb وh.

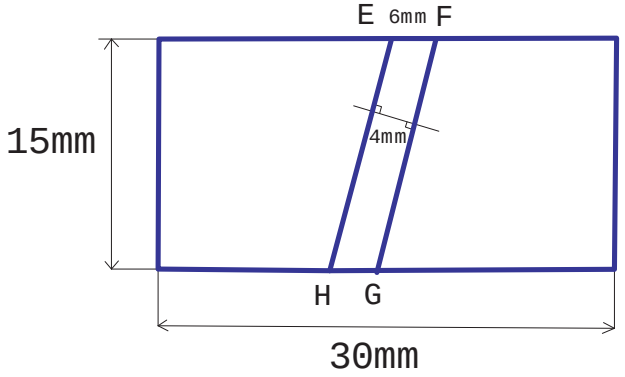


9 يمثّل الرسم أسفله تصميما لقطعة أرض مستطيلة الشكل تشقّها طريق حافتاها متوازيتان.

أبعادها على التصميم وفق السلّم 1/500 كما هو مبيّن بالرّسم.

احسب أبعاد الحقيقية لقطعة أرض

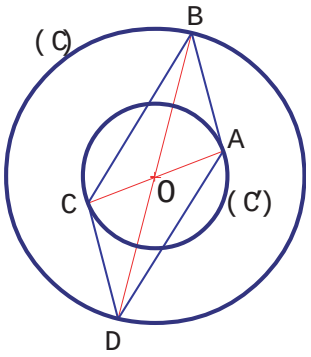
احسب المساحة الحقيقية للطريق ثمّ استنتج طولها.



أستكشف وأطبّق

I- متوازي أضلاع

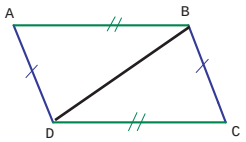
نشاط 1



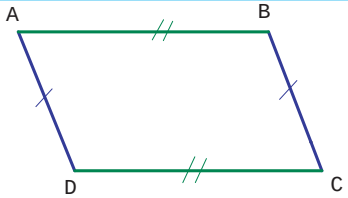
تأمّل الرسم أسفله حيث O مركز كلّ من الدائرتين (C) و(C').
ما هي طبيعة الرباعي ABCD ؟ علّل جوابك.

رباعي محدّب قطراه يتقاطعان في منتصفهما هو متوازي الأضلاع.

نشاط 2



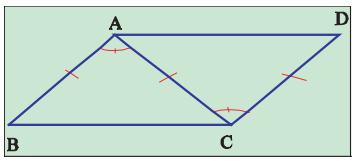
في الرسم المقابل AB=CD و AD=BC.
أ) بيّن أنّ المثلثين ABD و CDB متقايسان.
ب) قارن $\widehat{ABD}$ و $\widehat{BDC}$ ثم $\widehat{ADB}$ و $\widehat{DBC}$.
ج) ما هي طبيعة الرباعي ABCD؟



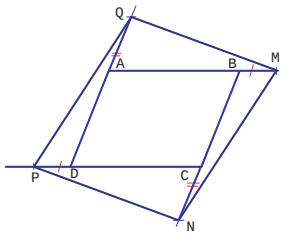
رباعي محدّب يتقايس فيه كلّ ضلعين متقابلين هو متوازي الأضلاع.

تطبيقات

1 لاحظ الرّسم المقابل حيث (AB)//(CD) و AB=AC=CD
ماهي طبيعة الرّباعي ABCD ؟



2 لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD متوازي أضلاع
و BM=DP و CN=AQ.
أ) قارن المثلثين AMQ و CPN ثم DPQ و BNM.
ب) استنتج طبيعة الرباعي MNPQ؟ ثمّ طبيعة الرباعي MAPC
ج) استنتج أنّ المستقيمات (AC) و (MP) و (NQ) تتقاطع في نقطة.



نشاط 3

لاحظ الرسم المقابل حيث MNPQ رباعي محدّب

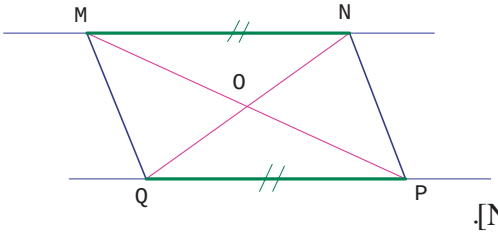
و MN=PQ و (MN) موازي لـ (PQ)

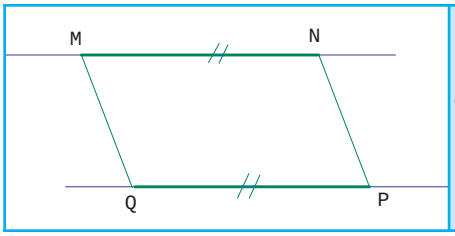
أ) لتكن O نقطة تقاطع المستقيمين (MP) و(NQ).

قارن المثلثين MNO و PQO.

ب) استنتج أنّ النقطة O منتصف القطعتين [MP] و[NQ].

ج) ما هي إذن طبيعة الرباعي MNPQ ؟





رباعي محدّب له ضلعان متوازيان و متقايسان هو متوازي الأضلاع.

تطبيقات

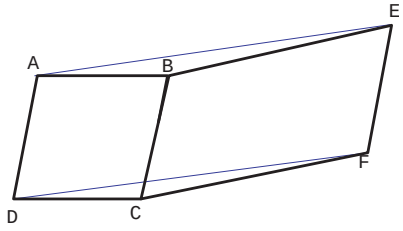
1 أ) ارسم متوازي أضلاع LION حيث OI=4cm و LI=7cm وعيّن النقطتين M من [LI] و P من [ON] حيث LM=OP=3cm

ب) ما هي طبيعة الرباعي LMOP؟

ج) عيّن النقطة Q من [IO] حيث IQ=1cm ثمّ أرسم باستعمال المسطرة فقط النقطة E بحيث يكون الرباعي IQLE متوازي الأضلاع.

2 لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD و BCFE متوازيا الأضلاع.

بيّن أنّ (DF) و(AE) متوازيان.



3 أ) ارسم مثلثا ABC حيث AB=6cm و AC=4cm و BC=3cm ثمّ عيّن النقطتين I و O منتصفي [AB] و[AC] على التوالي.

ب) ابن النقطة N مناظرة النقطة I بالنسبة إلى O.

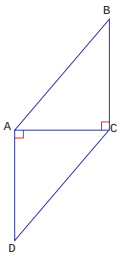
ج) ما هي طبيعة الرباعي ANCI .

د) استنتج طبيعة الرباعي BINC ثمّ حدّد OI.

4 وحدة قيس الطول هي الصنتمتر.

في الرسم المقابل لدينا AD=3.2 والمثلثان ABC وADC لهما نفس المساحة وقيسها بالصنتمتر المربّع 4.

حدّد BC ثمّ استنتج أنّ (AB)//(CD) و AB=CD.



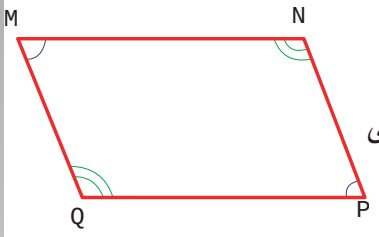
نشاط 4

لاحظ الرّسم المقابل حيث MNPQ محدّب و $\hat{M} = \hat{P}$ و $\hat{N} = \hat{Q}$

1) أحسب $2\hat{M} + 2\hat{Q}$ و $2\hat{P} + 2\hat{N}$

2) أستنتج أنّ الزّاويتين $\hat{M}$ و$\hat{Q}$ من ناحية و$\hat{N}$ و$\hat{P}$ من ناحية أخرى متكاملتان.

3) استنتج طبيعة الرّباعي MNPQ

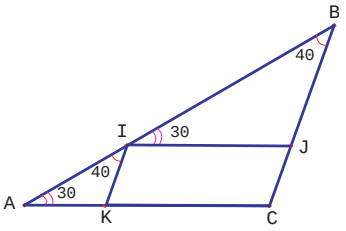


رباعي محدّب زواياه المتقابلة متقايسة هو متوازي أضلاع

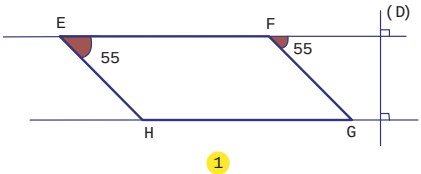
تطبيقات

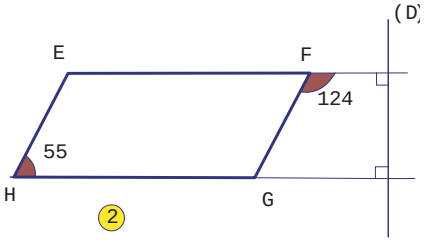
1 أ) لاحظ الرسم المقابل ثمّ احسب أقيسة زوايا الرباعي IJCK .

ب) ما هي طبيعة الرباعي IJCK ؟



2 لاحظ الرسمين التاليين وحدّد في أيّ حالة من الحالتين (1) و(2) الرباعي EFGH متوازي أضلاع.





تمرين مرفق بحلّ

أ) أرسم متوازي أضلاع EFGH مركزه O

المستقيم المارّ من F والموازي لـ(EG) يقطع (EH) في A ويقطع (GH) في B

ب) بيّن أنّ F منتصف [AB]

ج) أرسم النقطة O' مناظرة O بالنسبة إلى F . بيّن أن OA=O'B

الحلّ :

أ) إنجاز الرسم

ب)

- لدينا (BF) موازي لـ(EG) (حسب المعطيات)
- EFGH متوازي أضلاع إذن (EF) موازي لـ (GB)

وبالتالي الرباعي EFBG متوازي أضلاع

- لدينا (AF) موازي لـ (EG) (حسب المعطيات)
- EFGH متوازي أضلاع إذن (GF) موازي لـ (EH)

أي (GF) موازي لـ (EA)

وبالتالي الرباعي AFGE متوازي أضلاع

EFBG متوازي أضلاع إذن FB=EG

AFGE متوازي أضلاع إذن AF=EG

- لدينا A و F و B على استقامة واحدة و FB=EG=AF إذن النقطة F منتصف [AB].

ج) لدينا F منتصف [AB] و O' مناظرة O بالنسبة إلى F أي أنّ F منتصف [OO']

إذن الرباعي المحدب AO'BO قطراه يتقاطعان في منتصفهما و بالتالي هو متوازي أضلاع

ومنه نستنتج أنّ OA=O'B.

II- متوازيات الأضلاع الخاصّة

نشاط 1

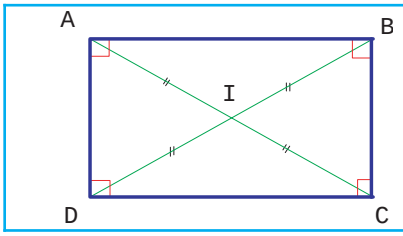
أ) ارسم قطعتي مستقيم [GH] و [KL] متقايستين ومتقاطعتين في منتصفيهما O.

ب) ما هي طبيعة الرباعي GKHL ؟

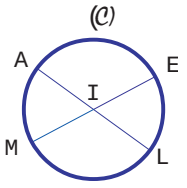
ج) بيّن أنّ كلاّ من المثلثين OGK و OKH متقايس الضلعين.

د) احسب $\widehat{GKO}+\widehat{OKH}$ استنتج إذن طبيعة الرباعي GKHL.

رباعي محدّب قطراه متقايسان ويتقاطعان في منتصفهما هو مستطيل



تطبيقات



1 لاحظ الرسم المقابل ثمّ بيّن أنّ الرباعي MAEL مستطيل

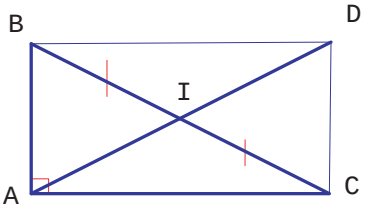
2 1. نريد بناء مستطيل IJKL حيث IJ=6cm و $I\hat{J}L = 35°$
أ) ارسم مثلثا IJL وفق المعطيات السابقة.
ب) أكمل بناء النقطة K.
2. ابن مستطيلا MNOP حيث MP=4,5cm و $N\hat{M}O = 30°$

3 ارسم متوازي أضلاع ABCD
ارسم المستقيم Δ المار من A والعمودي على (DC) والمستقيم Δ' المار من B والموازي لـ Δ
المستقيمان Δ و Δ' يقطعان (DC) على التوالي في I و R
بيّن أنّ الرباعي ABRI مستطيل
استنتج أنّ CD=IR

تمرين مرفق بحلّ

1) أ) ارسم مثلثا ABC قائما في A . عيّن النقطة I منتصف الوتر [BC]. نريد أن نبيّن أنّ IA=IB=IC.
ب) لتكن D مناظرة A بالنسبة للنقطة I ما هي طبيعة الرباعي ABDC ؟
ج) استنتج أنّ IA=IB=IC

2) نريد أن نبيّن ما يلي: في مثلث MRS إذا كانت النقط J منتصف الضلع [RS] تحقّق JM=JR=JS فإنّ المثلث MRS قائم في M.
أ) ارسم قطعة مستقيم [RS] ثمّ عيّن النقطة J منتصفها.
ب) ارسم نقطة M مخالفة لـ R و S حيث JM=JR=JS
ج) ما هي طبيعة المثلث MRS ؟ علّل جوابك.



الحلّ :

1) أ) الرسم

ب) لدينا في الرباعي ABDC النقطة I منتصف [BC]

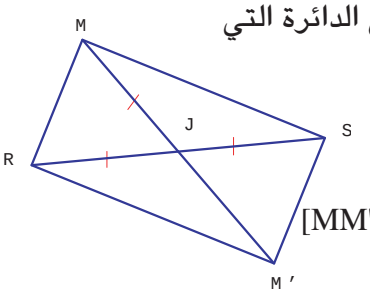
ونعلم أنّ A و D متناظرتان بالنسبة إلى I إذن I منتصف [AD]

وبالتالي الرباعي ABDC متوازي أضلاع له الزاوية $B\hat{A}C$ قائمة

إذن فهو مستطيل.

ج) لدينا في المستطيل ABDC القطران متقايسان ويتقاطعان في منتصفهما I .

إذن IA=IB=IC=ID وبالتالي النقاط A و B و C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I.



2) أ) و ب) لاحظ الرسم.

ج)

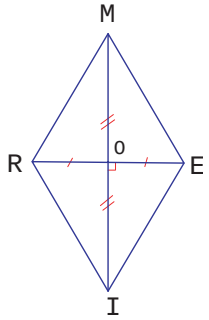
- لتكن M' مناظرة النقطة M بالنسبة إلى J إذن J منتصف [MM']
- النقطة J منتصف [RS]

إذن RMSM' متوازي أضلاع (القطران يتقاطعان في منتصفهما)

- لدينا JR=JS=JM=JM' إذن RS=MM'

وبالتالي الرباعي RMSM' هو مستطيل ومنه نستنتج أنّ الزاوية $R\hat{M}S$ قائمة والمثلث MRS قائم.

نشاط 2

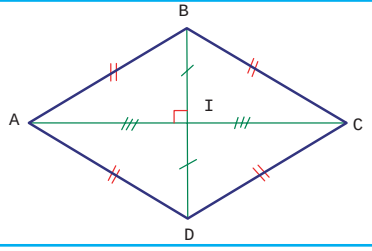


لاحظ الرّسم المقابل حيث [RE] و [MI] متعامدان في منتصفهما O .

أ) قارن MR و ME ثم IR و IE .

ب) قارن RM و RI .

ج) استنتج طبيعة الرباعي MEIR .

رباعي محدّب قطراه متعامدان و يتقاطعان في منتصفهما هو معيّن متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو معيّن.	

تطبيقات

1 أ) ارسم مثلثا ABC متقايس أضلاع والنقاط I و J و K منتصفات [AB] و [BC] و [AC] على التوالي

ب) بيّن أنّ المثلثين AIK و CJK متقايسان.

ج) استنتج طبيعة الرباعي BIKJ.

2 أ) ارسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O وعيّن نقطتين A و B منها.

ب) عيّن النقطة O' مناظرة O بالنسبة إلى المستقيم (AB).

ج) ما هي طبيعة الرباعي OAO'B ؟ علّل جوابك.

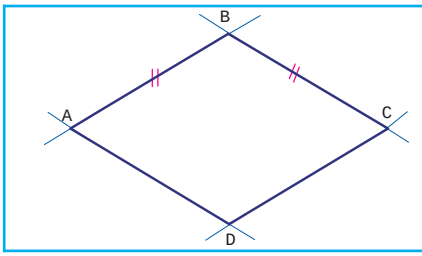
3 عيّن نقطتين A و I حيث IA=5cm

ثمّ ابن النقاط B و C و D ليكون ABCD معينا مركزه I ومحيطه 28cm.

نشاط 2

أ) ارسم متوازي أضلاع ABCD حيث AB=AD

ب) بيّن أنّ ABCD معيّن.



متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان هو معيّن

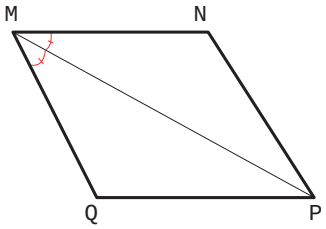
تطبيقات

1 أ) ارسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمّته الرئيسية A ثمّ عيّن نقطة M على [BC].

المستقيم المارّ من M والموازي لـ (AC) يقطع (AB) في D والمستقيم المارّ من M والموازي لـ (AB) يقطع (AC) في E.

ب) بيّن أنّ DM=DB

ج) المستقيم المارّ من B والموازي لـ (AC) يقطع (ME) في F. بيّن أنّ (DF) عمودي على (BM).



2 في متوازي أضلاع MNPQ لدينا [MP] منصّف الزاوية $\widehat{QMN}$

أ) قارن $\widehat{PMN}$ و $\widehat{MPN}$.

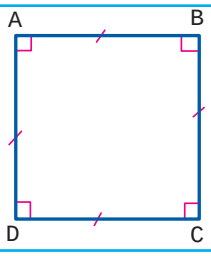
ب) ما هي طبيعة المثلث MNP ؟

ج) ما هي طبيعة متوازي أضلاع MNPQ ؟

نشاط 3

هل أنّ الجمل التالية صحيحة ؟ علّل جوابك.

- المربّع هو متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان و زاوية قائمة.
- المربّع هو مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان.
- المربّع هو معيّن له زاوية قائمة.
- رباعي محدّب أضلاعه متقايسة و له زاوية قائمة هو مربّع.

رباعي محدّب أضلاعه متقايسة وزاوياه قائمة هو مربّع	

تطبيقات

1 أ) ارسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O.

ب) عيّن على $\mathcal{C}$ نقطتين A و B حيث $A\hat{O}B = 90°$

ج) المماسان للدائرة في A و B يتقاطعان في النقطة D. ما هي طبيعة الرباعي AOBD.

2 في كلّ حالة من الحالات التالية ارسم الرباعي المقترح حسب المعطيات ثم حدّد طبيعته .

(1) الرباعي PQRS حيث PR=SQ و $(SQ) \perp (PR)$ و PQ=QR.

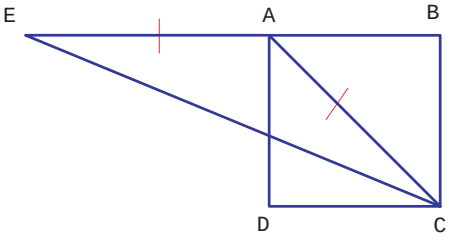
(2) الرباعي EFGH حيث [EG] و [FH] قطرا نفس الدائرة و $G\hat{E}F = 45°$.

(3) الرباعي CORD حيث المثلثان COR و RDC قائمان ومتقايسا الضلعين.

3 لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD مربّع و AE=AC.

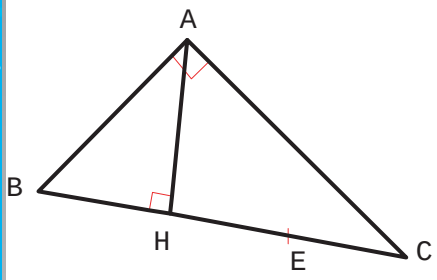
أ) بيّن أنّ [CE] منصّف الزاوية $A\hat{C}D$.

ب) أوجد أقيسة زوايا المثلث BCE.



مسائل إدماجيّة

مسألة 1



يمثّل الرسم المقابل مثلثا ABC قائما في A حيث AB<AC و[AH] الارتفاع الصادر من A.

1. أ) أنقل الرسم على كراسك ثمّ عيّن النقطة E مناظرة B بالنسبة للنقطة H.

   ب) بيّن أنّ المثلث ABE متقايس الضلعين.

2. لتكن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى H. ما هي طبيعة الرباعي ABDE ؟

3. بيّن أنّ CA=CD

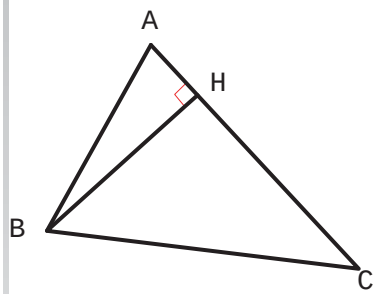
4. المستقيم (DE) يقطع (AC) في F والمستقيم المار من D والموازي للمستقيم (AC) يقطع (AB) في النقطة L و(BC) في النقطة K.

   أ) ما هي طبيعة الرباعي AFDL ؟ استنتج أنّ EF=BL.

   ب) بيّن أنّ DC=DK=AK

   ج) بيّن أنّ المثلثين BKL و ECF متقايسان.

مسألة 2



يمثّل الرسم المقابل مثلثا ABC و[BH] الارتفاع الصادر من B.

1. أ) أنقل الرسم على كراسك

   ب) أرسم المستقيم Δ المارّ من C والعمودي على (AC) والمستقيم Δ' المارّ من H والموازي (BC). لتكن E نقطة تقاطع Δ و Δ'.

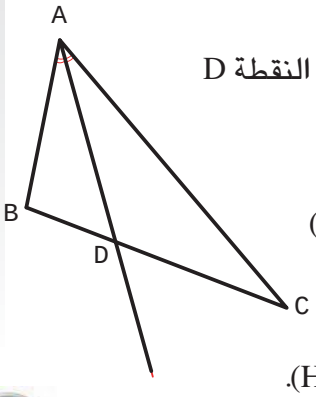
2. ما هي طبيعة الرباعي BHEC ؟

3. منصّف الزاوية $B\hat{H}E$ يقطع (BC) في F. بيّن أن BH=BF

4. لتكن G نقطة من [HE] حيث HG=BF. ما هي طبيعة الرباعي BHGF ؟

5. لتكن النقطة K مناظرة E بالنسبة إلى C. بيّن أنّ HK=BC استنتج طبيعة الرباعي BHCK.

مسألة 3



ABC مثلث غير متقايس الضلعين. منصّف الزاوية $B\hat{A}C$ يقطع (BC) في النقطة D المستقيم المار من B والموازي لـ (AD) يقطع (AC) في نقطة E.

1. بيّن أن AE=AB.

2. لتكن النقطة F مناظرة E بالنسبة إلى A. المستقيمان (BF) و (AD) يتقاطعان في نقطة I

   بيّن أنّ I منتصف [BF].

3. لتكن H مناظرة النقطة A بالنسبة إلى I. بيّن أنّ (AF) موازي لـ (HB).

4. بيّن أنّ الرباعي AEBH متوازي أضلاع وأن $AI=\frac{1}{2}EB$

5. لتكن النقطتين M وN المسقطين العموديين للنقطة D على (AB) و(AC) على التوالي.

نرمز بـ A' للمسقط العمودي للنقطة A على (BC).

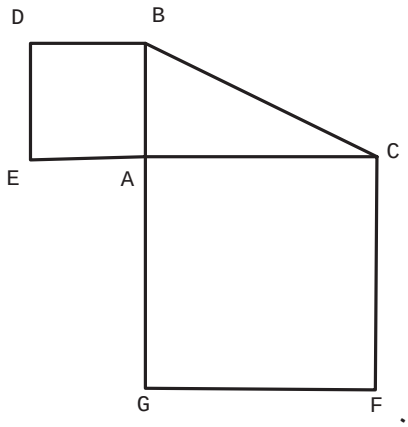
أ) احسب بطريقتين مساحة المثلث ABD.

ب) احسب بطريقتين مساحة المثلث ACD.

ج) استنتج أنّ $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$

مسألة 4

يمثّل الرسم المقابل مثلثا ABC قائم الزاوية في A ومربّعين ABDE وACFG.



1. أ) أنقل الرسم على كراسك.

ب) بيّن أنّ النقاط A وD وF على استقامة واحدة.

2. المستقيم المارّ من A والعمودي على (BC) يقطع (BC) في H و (GE) في M.

أ) ما هي مناظرة الزاوية $A\hat{B}C$ بالنسبة إلى (DF)

ب) بيّن أنّ كلاّ من المثلثين AMG و AME متقايس الضلعين.

ج) استنتج أنّ M منتصف [EG]

3. المستقيمان (DE) و(FG) يتقاطعان في K.

أ) بيّن أنّ الرباعي AEKG مستطيل.

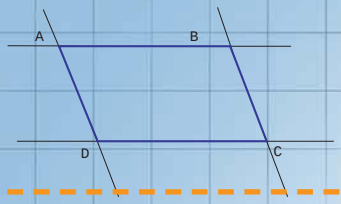
ب) استنتج أنّ المستقيمات (AH) و (DE) و (GF) تتقاطع في نقطة واحدة.

4. لتكن P المسقط العمودي لـ D على (BC) و N المسقط العمودي لـ F على (BC)

أ) قارن المثلثين ABH و BDP ثمّ المثلثين ACH وCFN.

ب) بيّن أنّ BC=PD+NF

أحوصل

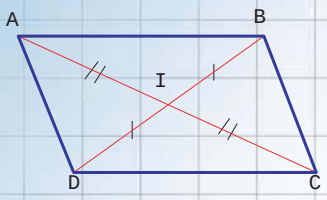


متوازي أضلاع هو رباعي يتوازى فيه كلّ ضلعين متقابلين

في متوازي أضلاع

- القطران يتقاطعان في منتصفهما.
- كلّ زاويتين متتاليتين متكاملتان وكلّ زاوتين متقابلتين متقايستان.
- كلّ ضلعين متقابلين متقايسان.

رباعي محدّب



- قطراه يتقاطعان في منتصفهما هو متوازي أضلاع

رباعي محدّب

- زواياه المتقابلة متقايسة هو متوازي أضلاع

رباعي محدّب

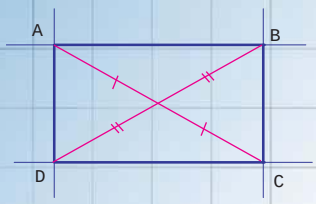
- يتقايس فيه كلّ ضلعين متقابلين هو متوازي أضلاع

رباعي محدّب

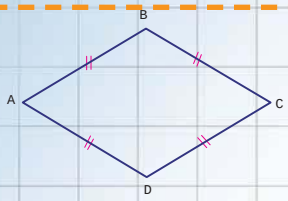
- له ضلعان متوازيان متقايسان هو متوازي أضلاع

المستطيل هو رباعي له أربع زوايا قائمة

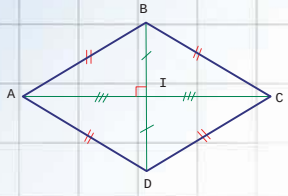
المستطيل هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة



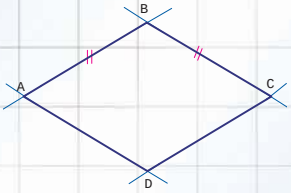
- في مستطيل القطران متقايسان ويتقاطعان في منتصفهما.
- كلّ رباعي محدّب قطراه يتقاطعان في منتصفهما و متقايسان هو مستطيل



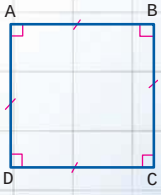
المعيّن هو رباعي أضلاعه الأربعة متقايسة



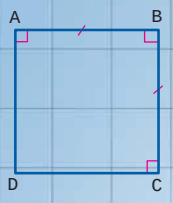
رباعي محدّب قطراه يتقاطعان في منتصفهما ومتعامدان هو معيّن



متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان ومتقايسان هو معيّن



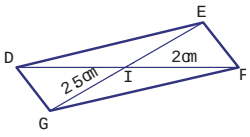
المربّع هو رباعي أضلاعه متقايسة وزواياه قائمة



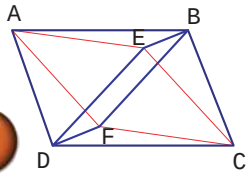
- رباعي محدّب أضلاعه متقايسة وله زاوية قائمة هو مربّع
- مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربّع

تمـــاريـــه

1 لاحظ الرّسم المقابل حيث DEFG متوازي الأضلاع
حدّد الأبعاد ID و IE و DF و GE

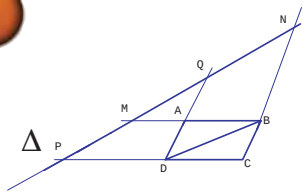


2 تأمّل الشكل المقابل حيث كلّ من ABCD و AECF متوازي أضلاع بيّن أن EBFD متوازي أضلاع.

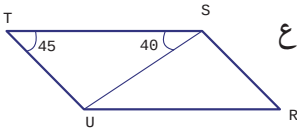


3 أ) أرسم متوازي أضلاع EFGH والنقطة I منتصف [GH]
ب) أرسم النقطة M مناظرة E بالنسبة إلى I.
ج) ما هي طبيعة الرباعي EGMH ؟
د) استنتج أنّ النقطة G منتصف [FM]

4 تأمّل الرسم المقابل حيث ABCD متوازي أضلاع والمستقيم Δ موازي لـ(BD).
قارن PM+QN و BD.



5 لاحظ الرّسم المقابل حيث TSRU متوازي الأضلاع
حدّد أقيسة الزّوايا SÛR و SRÛ و TÛS و TÛR



6 ليكن متوازي أضلاع EFGH مركزه O حيث $H\hat{E}F = 25°$ و $O\hat{F}E = 65°$ و EF=5cm
أ) أرسم المثلث OEF ثمّ متوازي أضلاع EFGH.
ب) أحسب $F\hat{O}E$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث OEF.

7 أ) أرسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمّته الرئيسية A ثمّ عيّن نقطة D من [BC].
ب) أرسم المستقيمين Δ و Δ' المارين من D والموازيين على التوالي لـ(AC) و(AB). Δ يقطع (AB) في النقطة E و Δ' يقطع (AC) في F.
ج) أحسب محيط الرباعي AEDF بدلالة AB

8 في كلّ حالة من الحالات التاليّة حدّد الأبعاد والأقيسة المطلوبة في مستطيل RECT مركزه I.
1) RE=7cm ، EC=5cm
أحسب RT و TC
2) IE=2.2cm ، $I\hat{E}R = 20°$ ،
أحسب IR و ET و $I\hat{C}T$ و $I\hat{E}C$ و $I\hat{R}E$ و IT
3) RC=8cm ، $R\hat{I}T = 40°$ ، TE
أحسب IE و IC و IR و $I\hat{R}E$ و $I\hat{R}T$ و $T\hat{I}C$

9 ليكن ABCD مستطيلا حيث AB=4cm و AD=3cm

أ) أرسم الشكل ثمّ عيّن نقطة E على [AB] حيث DE=6cm . وعيّن النّقطة F بحيث الرّباعي CDEF متوازي أضلاع.

ب) احسب مساحة متوازي أضلاع CDEF

ج) المستقيم المار من D والعمودي على (CF) يقطعه في النقطة H. احسب DH .

10 ابن معيّنا ABCD مركزه O حيث AC=2,4cm و BD=6,6cm .

عيّن النقطتين I و J على التوالي منتصفي [OA] و [OC]

أحسب مساحتي ABCD وIBJD. ماذا تلاحظ ؟

11 أ) أرسم متوازي أضلاع IJKL والنقطة O منتصف [IK] .

ب) أرسم المستقيمين Δ_1 و Δ_2 العموديين على (IK) والمارّين على التوالي من J و L . Δ_1 يقطع (KL) في A و Δ_2 يقطع (IJ) في B.

ج) بيّن أنّ النقطة O منتصف [AB].

د) استنتج طبيعة الرباعي IBKA .

بيّن أنّ AK=IB .

12 ليكن ABCD مربع حيث AB=a و AC=d

أ) بيّن أنّ $d^2 = 2a^2$.

ب) استنتج مساحته إذا علمت أنّ AC=10 بالصنتمتر.

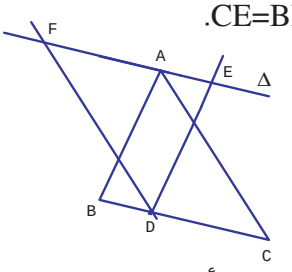
13 لأحظ الرسم المقابل حيث :

– المستقيم Δ موازي لـ (BC).

– المستقيم (DE) موازي لـ (AB).

– المستقيم (DF) موازي لـ (AC).

بيّن أنّ CE=BF.



14 أ) أرسم متوازي أضلاع ABCD مركزه O

ب) عيّن نقطة M من [AB] ونقطة N من [CD] بحيث AM=CN

ج) بيّن أنّ النقطة O منتصف [MN].

15 أ) ابن متوازي الأضلاع ABCD .

ب) عيّن النقاط M و N و E و F بحيث : M و N على التوالي منتصفي [AB] و [DC] .

النقطة E مناظرة N بالنسبة إلى M.

النقطة F مناظرة M بالنسبة إلى N.

ج) بيّن أنّ المستقيمين (MC) و (AN) متوازيان.

د) استنتج طبيعة الرباعي BEDF.

16 أ) ابن متوازي الأضلاع ABCD حيث AB>AD. منصفا الزاوتين $B\hat{A}D$ و $A\hat{D}C$ يتقاطعان في I ومنصفا الزاوتين $B\hat{C}D$ و $A\hat{B}C$ يتقاطعان في J

ب) قارن المثلثين AID و BJC واستنتج أنّ ID=JB .

ج) بيّن أنّ IC=JA.

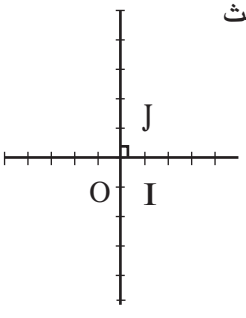
د) استنتج طبيعة الرباعي AICJ .

17 أرسم مثلثا ABC . منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع المستقيم (BC) في النقطة D.
أرسم المستقيم Δ المار من D والموازي لـ (AB).
Δ يقطع (AC) في E.
قارن EA و ED .
لتكن F النقطة من [AB] حيث BF=AE. قارن BD و EF.

18 ابن مستطيلا EFGH مركزه I في كل حالة من الحالات التالية :
ا) EH=5cm و EG=8cm، ب) $H\widehat{F}G = 55°$
و EF=10cm، ج) EG=8cm و $E\widehat{I}F = 110°$
د) EF=6cm و $E\widehat{G}H = 35°$، ه) $E\widehat{I}F = 126°$
و HG=9cm، و) EF=8cm، و IH=5cm ،
ز) $EF = \frac{2}{3}EG$

19 أرسم مستقيما (xy) وعيّن نقطة O منه.
أ) أرسم نصف مستقيم [Oz) غير عمودي على (xy)
ب) ابن [Ou) و [Ov) منصفا الزاويتين $x\widehat{O}z$ و $y\widehat{O}z$ على التوالي.
ثمّ عيّن نقطة A من [Ou) ونقطة B من [Ov).
ج) ابن النقطة C بحيث AOBC متوازي أضلاع.
د) أحسب $u\widehat{O}v$ واستنتج طبيعة الرباعي AOBC.

20 أنقل المعيّن المقابل على كراسك حيث
OI=OJ=1cm
عين النقاط A(-3,0) و B(0,-1) و R(1,3)
ثمّ ابن النقاط U و S و T بحيث
- RSTU مستطيلا
- (AB) محور تناظر له.
- ومركزه نقطة ترتيبتها -2.



21 أ) أرسم مستطيلا MNPQ مركزه O
ب) ابن النقطتين E وF مناظرتي N و Q على التوالي بالنسبة إلى (MP).
ج) ما هو مناظر المستقيم (NQ) بالنسبة إلى (MP) ؟
د) استنتج أنّ الرباعي ENFQ مستطيل.

22 ابن المعيّن ABCD في كلّ حالة من الحالات التالية :
أ) AC=8,2cm و AB=5,4cm
ب) AC=9,4cm ومحيطه يساوي 24,8cm
ج) AB=6,4cm و $B\widehat{C}D = 48°$

23 1) ارسم دائرتين C و C' لهما نفس المركز A وشعاعهما على التوالي 6cm و 8cm
2) ارسم قطرا [EF] من C وقطرا [GH] من C' بحيث (EF) ⊥ (GH).
ما هي طبيعة الرباعي EGFH ؟ ما هي مساحته ؟

24 أ) أرسم قطعة مستقيم [AB] حيث AB=4cm
ب) أرسم الدائرتين $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$ مركزيهما على التوالي A و B ولهما نفس الشعاع 3cm.
ج) $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$ يتقاطعان في النقطتين C و D. ما هي طبيعة الرباعي ACBD؟

25 1) ا) ارسم مستقيما Δ ونقطتين M و N ليستا من نفس الجهة بالنسبة لـ Δ
ب) ابن نقطتين A و B بحيث يكون MANB معينا و $A \in \Delta$.
ج) ما هما موقعي النقطتين M و N اللّذان لا تمكنان من بناء النقطتين A و B ؟
2) اجب عن نفس الأسئلة بتعويض معين بمستطيل.

26 1) أرسم مستطيلا ABCD .

2) ابن النقاط A' و B' و C' و D' حيث :

A' مناظرة النقطة A بالنسبة إلى D

B' مناظرة النقطة B بالنسبة إلى A

C' مناظرة النقطة C بالنسبة إلى B

D' مناظرة النقطة D بالنسبة إلى C

3) بيّن أنّ الرباعي A'B'C'D' متوازي أضلاع.

4) بيّن أنّ مساحة الرباعي A'B'C'D' هي خمس أضعاف مساحة المستطيل ABCD

27 1) ارسم مثلثا ABC محيطه يساوي 21cm و AB=AC و $B\hat{A}C = 60°$

2) أ) نعتبر D و E مناظرتي النقطتين B و C على التوالي بالنسبة للنقطة A و F مناظرة النقطة A بالنسبة للمستقيم (BC) .

حدد طبيعة الرباعيين ABFC و BCDE.

ب) احسب قيس كل زاوية من زوايا الشكل المتحصل عليه.

28 ارسم دائرة مركزها I وقطرين منها [CD] و [AB] متعامدان.

ما هي طبيعة الرباعي ACBD ؟

29 1) ارسم مستقيما D ثم عين نقطتين A و I بحيث $A \notin D$ و $I \in D$

2) ابن مربعا مركزه I بحيث يكون D محور تناظر له و A نقطة من أحد أضلاعه.

30 أ) عيّن نقطتين A و I ثمّ ابن النقاط B و C و D بحيث يكون ABCD مربّعا مركزه I

ب) عيّن نقطة O ثمّ ابن مربّعا RSTU مركزه O وطول ضلعه 6cm

الهرم والمخروط والكرة

ابن العوام

هو أبو زكريا يحيى بن محمد بن أحمد بن العوَّام الإشبيلي الأندلسي، عالم في الزراعة. كل ما نعرفه عنه أنه كان يعيش في إشبيلية في القرن السادس للهجرة. وقد درس العلوم المنتشرة في عصره والحيوان، والعلوم الزراعية القديمة. ألف كتاباً قيمّاً مشهوراً في الزراعة الأندلسية، دعاه (كتاب الفلاحة) الذي ترجم وطبع عدة مرات.

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

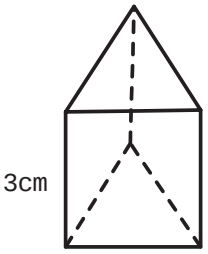
يا جامع العلم نعم الذّخر تجمعه

لا تعدلنّ به درّا ولا ذهبا

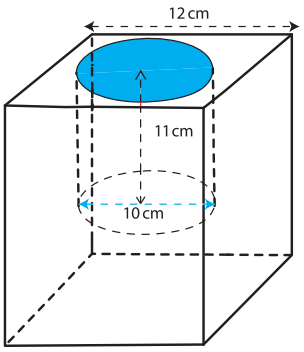
أبو الأسود الدّؤلي

الهرم والمخروط والكرة

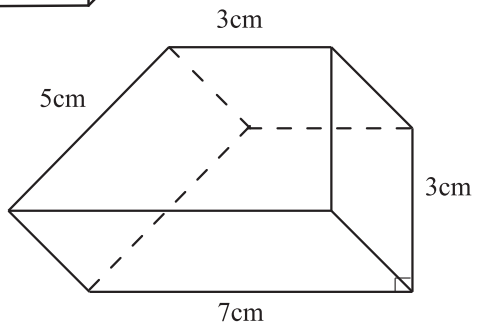
أستحضر



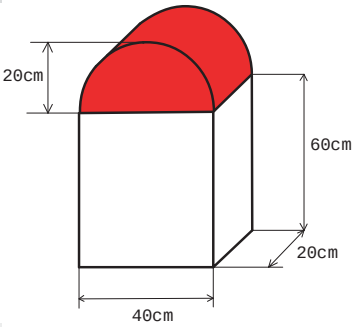
1 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما أوجهه الجانبية مربعات.
احسب مساحته الجانبية.



2 حاوية أقلام شكلها الخارجي مكعب و الداخلي في شكل إسطوانة دائرية قائمة كما يبينه الرسم المقابل.
ما هو حجمها ؟

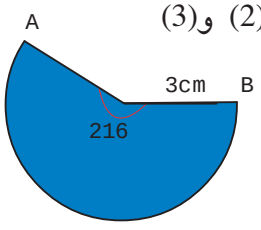


3 يمثل الرسم المقابل موشورا قائما قاعدتاه في شكل شبه منحرف.
احسب ارتفاعه إذا علمت أن مساحته الجملية تساوي $66cm^2$.

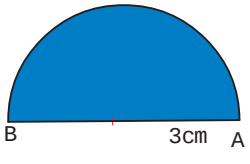


4 يمثل الرسم المقابل علامة كيلومترية.
ما هي تكلفة تلوين العلامات الكيلومترية على طريق تربط بين مدينتين تفصلهما 125km إذا علمت أن تكلفة تلوين المتر المربع الواحد هي 11,400 دينارا ؟

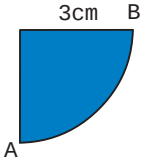
5 1) أ) احسب محيط قرص دائري شعاعه 3cm
ب) استنتج طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ في كلّ شكل من الأشكال(1) و(2) و(3)



(3)



(2)

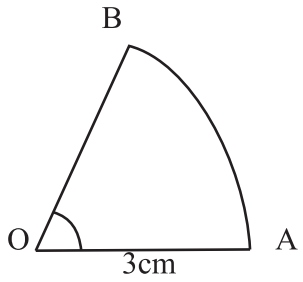


(1)

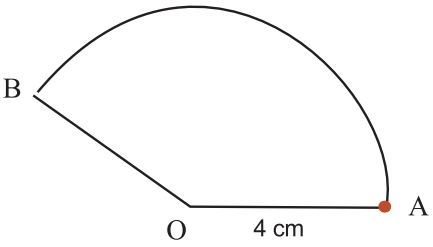
2) أ) احسب مساحة قرص دائري شعاعه 3cm

ب) استنتج مساحة كلّ شكل من الأشكال(1) و(2) و(3)

ج) احسب الزاوية $A\hat{O}B$ إذا علمت أن مساحة القطاع الدائري المقابل بالصنتمتر المربع تساوي $\frac{15\pi}{8}$.



د) احسب الزاوية $A\hat{O}B$ إذا علمت أن محيط القطاع الدائري المقابل بالصنتمتر يساوي $\frac{8\pi}{3}$.



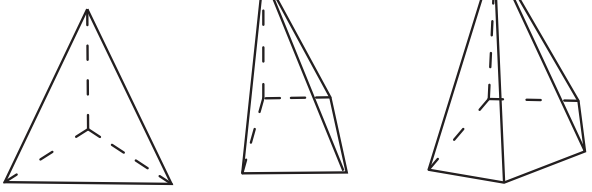
أستكشف وأطبّق

نشاط 1

ما هو بالنسبة لكلّ مجسم من المجسمات (1) و(2) و (3)

أ) شكل قاعدته ؟

ب) شكل أوجهه الجانبية ؟



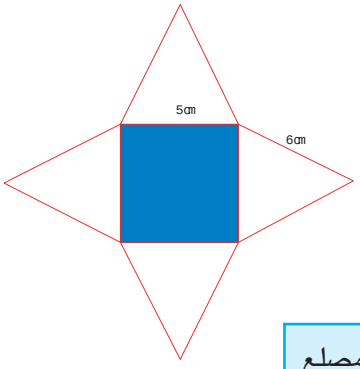
نشاط 2

أ– يمثل الرسم المقابل مربعا محاطا بأربعة مثلثات متقايسة الضلعين.

ارسمه على ورق مقوى وفق أبعاده الحقيقية.

ب– قم بطيّ المثلثات على التوالي وفق أضلاع المربع للحصول على مجسم.

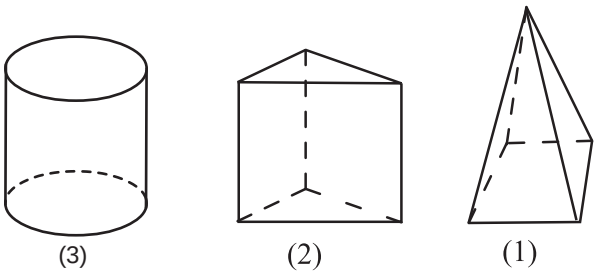
يسمى المجسم المتحصل عليه هرم ويسمى الشكل المقابل نشرا له.



الهرم هو مجسم قاعدته مضلع وأوجهه مثلثات.

تطبيقات

1



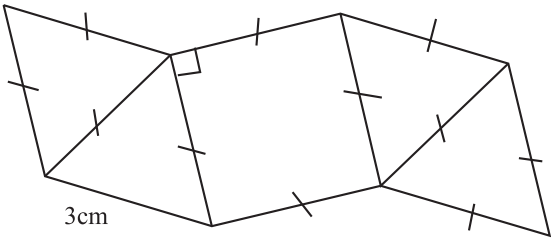
(3) (2) (1)

أي مجسم من المجسمات التالية يمثل هرما ؟

2 أنقل الجدول التالي و أكمله :

	هرم أوّل	هرم ثاني
عدد أوجهه الجانبية	.....	7
عدد أحرفه	24	.....
عدد قممه	.....	.....

3 الرسم المقابل يمثل نشرا لهرم.
انقله على ورق شفاف واصنعه.



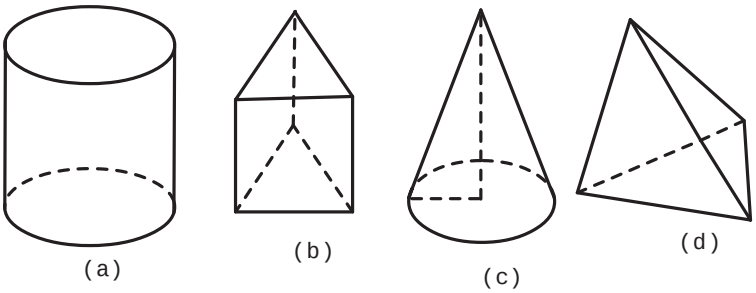
4 ارسم نشرا لهرم ثلاثي طول كل حرف منه 6cm .

هرم قاعدته مثلث يسمى هرما ثلاثيّا

نشاط 3

فيما يلي رسوم منظورية لأربعة مجسمات.
حدد من بينها الهرم و الموشور و الاسطوانة الدائرية القائمة.

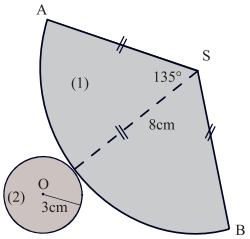
المجسم (c) يسمى مخروطا دورانيا.



(a) (b) (c) (d)

نشاط 4

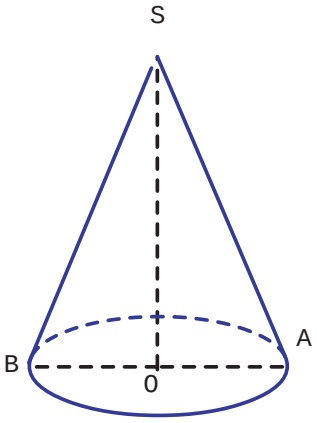
يمثل الرسم المقابل نشرا لمخروط دوراني حيث $A\hat{S}B = 135°$ و SA=SB=8cm



أ) أنقله على ورق مقوى وفق أبعاده الحقيقية.

ب) قم بقص الشكلين (1) و(2).

ج) ادر الشكل (1) حول الشكل (2) بحيث يحيط القوس الدائري المحدود بالنقطتين A و B بالقرص الدائري الذي مركزه O.



مصطلحات

تسمّى النقطة S قمة المخروط والقرص الدائري قاعدته.

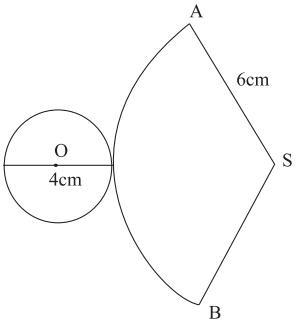
تسمّى قطعة المستقيم [SO] ارتفاعه.

تسمّى قطعة المستقيم [SA] عمده.

المخروط الدوراني هو مجسم قاعدته قرص دائري وارتفاعه يمثّل بعد رأسه عن مركز قاعدته.

تطبيقات

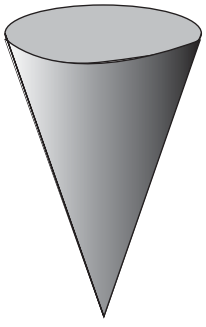
1 يمثّل الرسم التالي نشرا لمخروط قطره 4cm وطول عمده 6cm.

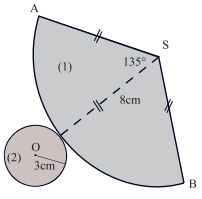


أ) احسب محيط القاعدة.

ب) استنتج أن الزاوية $A\hat{S}B$ تساوي $120°$

2 في ما يلي مخروطا دورانيا ونشرا له.





ا- احسب المساحة الجانبية لهذا المخروط الدوراني.

ب- احسب مساحته الجملية.

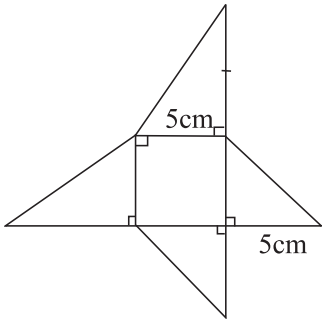
نشاط 5

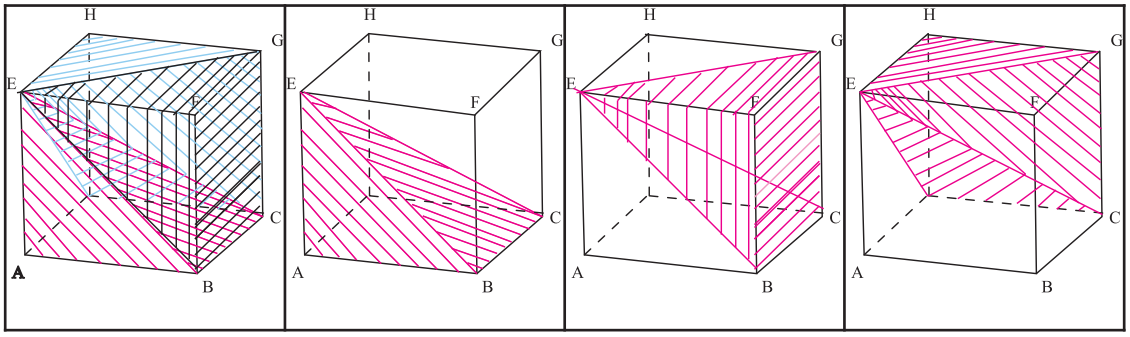
يمثل الشكل المقابل نشرا لهرم قاعدته مربع.

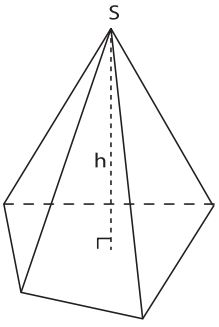
ا- ارسمه على ورق مقوّى وفق أبعاده الحقيقية واصنعه.

ب- قم مع زميلين لك بتركيب مكعّب باستعمال أهراماتكم الثلاثة.

استنتج إذن حجم الهرم.







الحجم V لهرم مساحة قاعدته B وارتفاعه h هو :

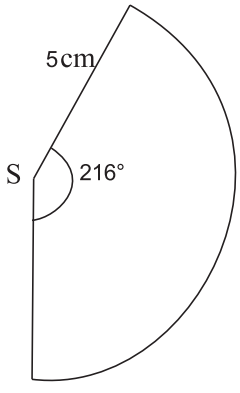
$$V = \frac{1}{3}Bh$$

أي : $V = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{طول الارتفاع}}{3}$

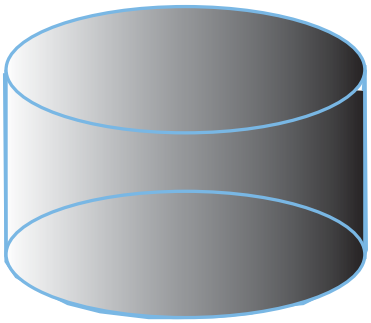
نشاط 6

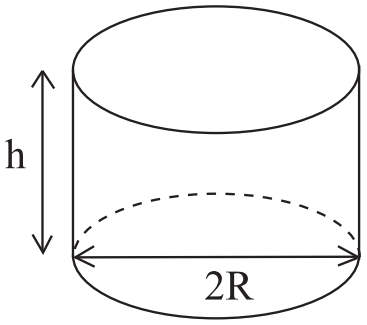
يمثّل الشكل التالي نشرا للوجه الجانبي لمخروط دوراني قمته S .

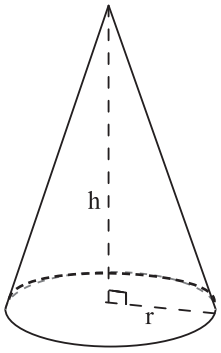
أ) انقله على ورق مقوى و اصنعه.



ب) اصنع وعاءا في شكل اسطوانة دائرية قائمة بدون قاعدة شعاعها3cm و ارتفاعها4cm .
ج) لاحظ أن الوعاء و المخروط لهما نفس الارتفاع.
د) املأ الاسطوانة الدائرية القائمة بمسحوق مستعملا الوعاء كوحدة كيل.
ه) كم من مرّة ملئت الوعاء لتتمكن من ملء الاسطوانة الدائرية القائمة ؟







حجم المخروط :

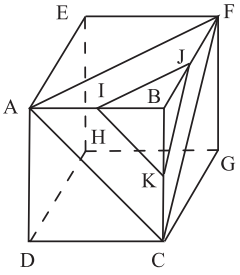
$$V = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{طول الارتفاع}}{3}$$

أي : $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

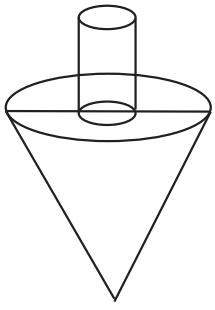
حيث ارتفاعه h و r شعاع قاعدته

تطبيقات

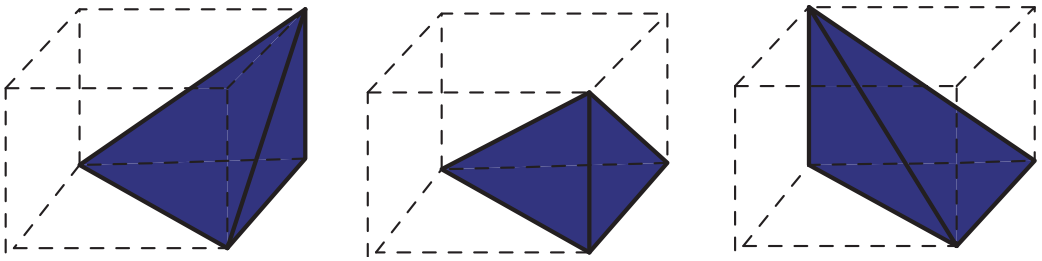
1 يمثل الشكل المقابل مكعبا طول حرفه6cm .
Iو Jو K هي منتصفات الأحرف[AB] و[FB] و[CB] على التوالي.
ماذا يمثل حجم الهرم BIJK بالنسبة لحجم الهرم BAFC ؟



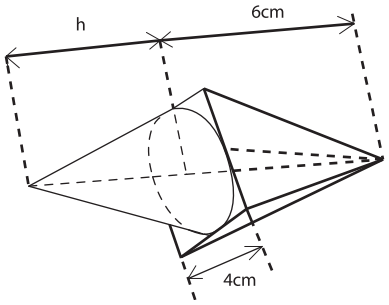
2 1) أحسب حجم الخذروف التالي حيث قطر الاسطوانة الدائرية 5mm وارتفاعها 15mm وقطر المخروط 2cm وارتفاعه2cm.
2) ما هي كتلة الخذروف علما أن كتلة الصنتمتر المكعب من الخشب الذي استعمل لصنعه هي 0,8g ؟



3 أي هذه الأهرام له أكبر حجم ؟



4 تأمل الشكل المقابل



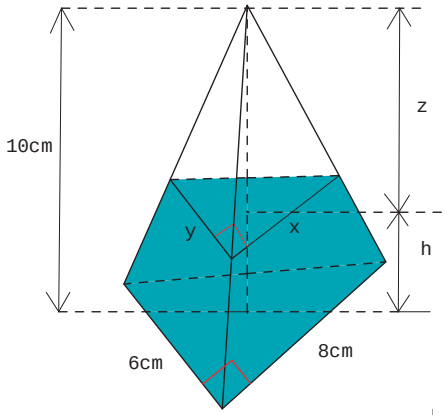
أ– احسب h ارتفاع المخروط إذا كان له نفس حجم الهرم.

ب–احسب ارتفاع المخروط إذا علمت أن نسبة حجمه يمثّل 65,44% من حجم الهرم.

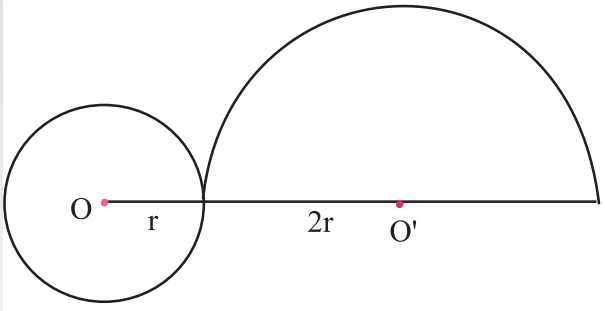
5 احسب ارتفاع الماء بهذا الوعاء

علما أن x و y و z أعداد كسرية متناسبة طردا على التوالي مع 8 و6 و10.

وأنّ حجم الماء يمثّل 87,5% من حجم الوعاء.



6 بين أن هذا الشكل هو نشرا لمخروط

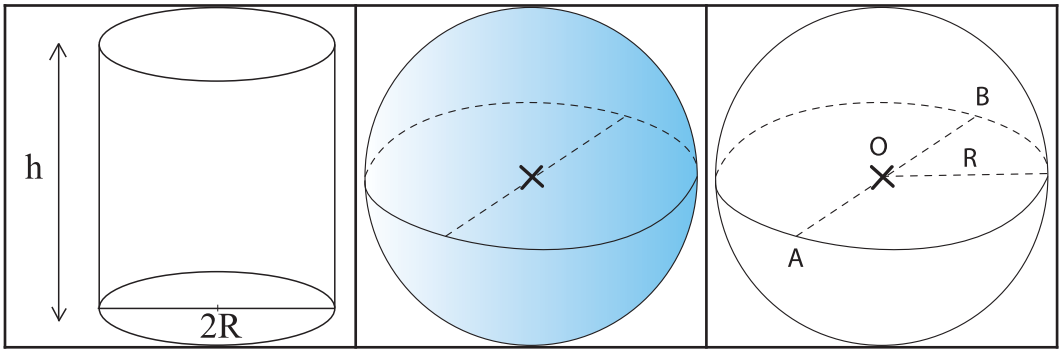


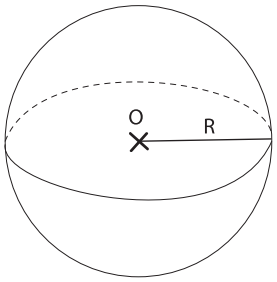
أحسب المساحة الجانبية S لمخروط طول عمده a وشعاعه r حيث

a=6cm و r=3cm

نشاط 8

برهن ارخميدس أن كل اسطوانة يكون فيها الارتفاع ضعف القطر تسع ثلاث كرات لها نفس قطر الاسطوانة. استنتج حجم كرة قطرها 2R .



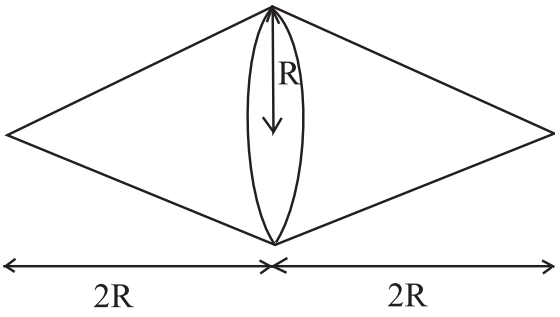


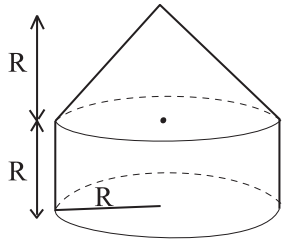
حجم كرة قطرها 2R هو

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

تطبيقات

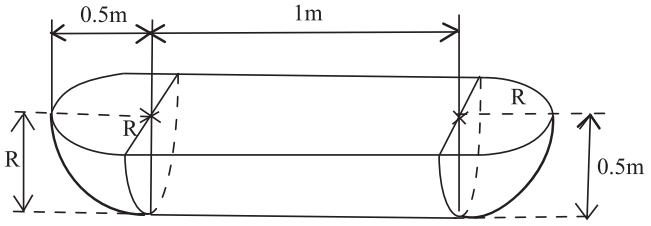
1 هل للجسمين التاليين نفس الحجم ؟





(1)

2 احسب باللتر سعة الحوض الممثل في الشكل المقابل ؟

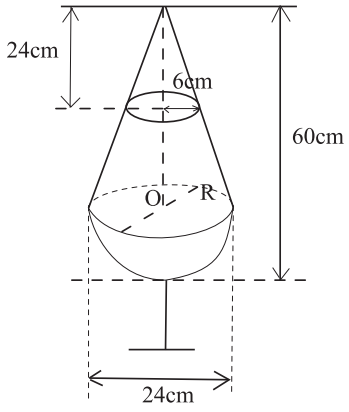


3 يمثل الرسم المقابل مشكاة (قارورة ماء الزهر).

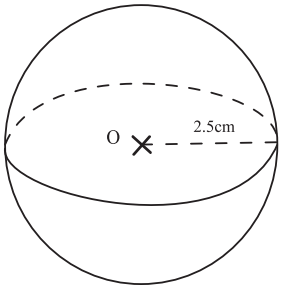
أ- احسب حجم ماء الزهر فيها.

ب- ماهي النسبة المائوية لماء الزهر بالمشكاة ؟

ج- ما هو ثمن هذه المشكاة إذا علمت أن ثمن اللتر الواحد من ماء الزهر يساوي تسعة دنانير وأن ثمن المشكاة وهي فارغة ديناران.

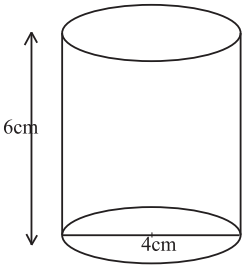


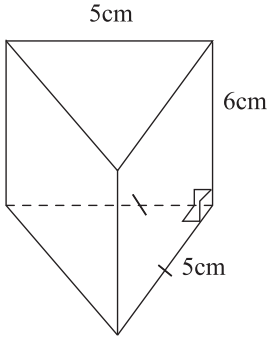
4 رتب أحجام المجسمات التالية :



(b)

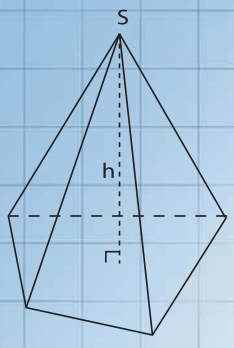
الكرة الأرضية





أهرامات الجيزة بمصر

أحوصل

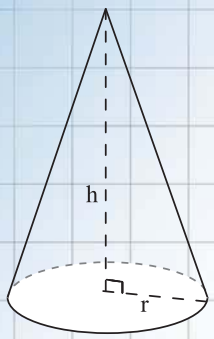


- الهرم هو مجسم قاعدته مضلع وأوجهه مثلثات.

الحجم V لهرم مساحة قاعدته B وارتفاعه h هو :

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

أي $V = \frac{\text{طول الإرتفاع} \times \text{مساحة القاعدة}}{3}$

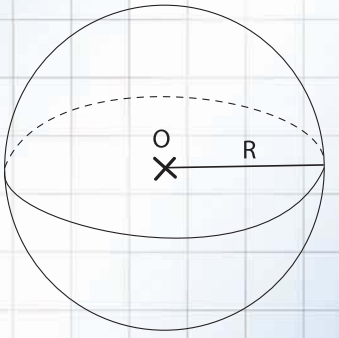


- المخروط الدوراني هو مجسم قاعدته قرص دائري وارتفاعه يمثل بعد رأسه عن مركز قاعدته.

حجم المخروط : $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

حيث h ارتفاعه و r شعاع قاعدته أي

$V = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{طول الإرتفاع}}{3}$



- حجم كرة قطرها 2R هو

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

تمـــاريـــن

1 حول إلى اللتر(l) ثم إلى الديسلتر (dl) المقادير التالية :

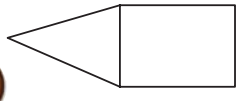
أ- $92cm^3$ ، $633dam^3$ ، 24dal ، 250cl .

ب- $8.9m^3$ ، 4hl ، 750ml ، $0.06m^3$.

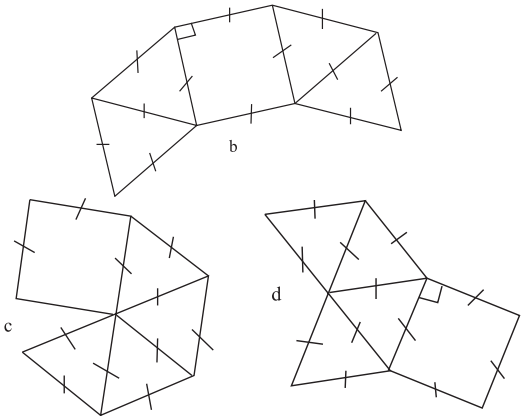
2 أ- سلك من النحاس اسطواني الشكل قطره 2mm وطوله 1m . احسب حجمه.

ب- في $1mm^3$ من النحاس يوجد 8.9×10^{19} ذرة كم هو عدد الذرات في ذلك السلك ؟

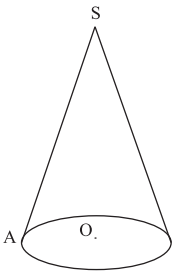
3 يمثّل الشكل المقابل جزءا من نشر لهرم أوجهه الجانبية مثلثات متقايسة الضلعين و قاعدته مستطيل أنقله و اتمم النشر.



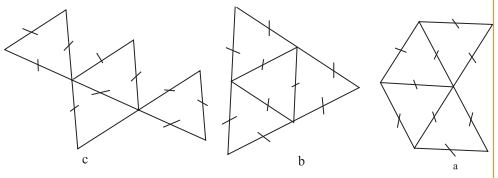
4 حدد من بين الأشكال التالية ما هي التي تمثّل نشرا لهرم ؟



5 يمثل الشكل المقابل مخروطا دورانيا قمته S ومركز قاعدته O أحسب ارتفاعه OS ومساحته الجانبية إذا علمت أن مساحة قاعدته $625\pi m^2$ وحجمه $12500m^3$ و SA=65m



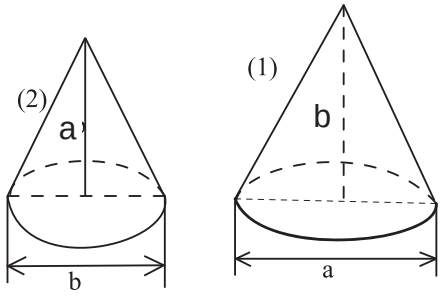
6 أ) حدد من بين الأشكال التالية المجسمات التي تمثل نشرا لهرم



ب) ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث AB=8cm و AD = 4cm و $B\hat{A}D=120°$ واصنع به هرما ثلاثي منتظم حرفه 4cm معللا ذلك.

7 خيمة في شكل مخروط دوراني قطره 4m وارتفاعه 3m كم من شخص يمكن له الإقامة تحت الخيمة علما أنّ كمية الهواء اللازمة لكلّ فرد للتنفّس طبيعيا هي $2,5m^3$.

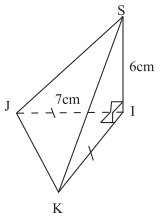
8 نعتبر المجسّمين التاليين حيث a > b قارن حجميهما



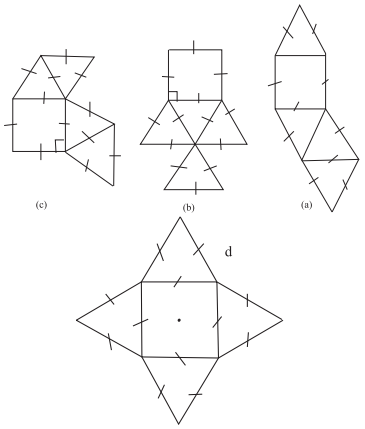
9 يمثل الشكل المقابل رسما منظوريا لهرم قمته S وقاعدته IJK مثلثا قائما في I.

1) أنجز نشرا له .

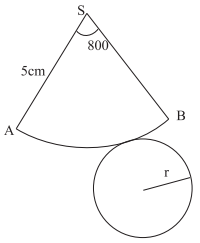
2) أحسب حجمه.



10 حدد من بين الأشكال التالية كل شكل يمثل نشرا لهرم



11 الشكل التالي يمثل نشرا لمخروط دائري قائم قمته S. أحسب طول القوس AB وشعاع قاعدته r



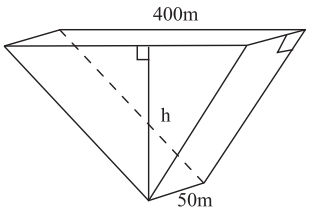
12 كرة القدم قطرها 24cm احسب حجمها.

13 هرم كيوبس هو هرم قاعدته مربع ضلعه 233m وارتفاعه 146m.

إذا أخذنا الحجر الذي يكون هرم كيوبس (لا نعتبر الفراغات التي بداخله) وأردنا أن نبني به سدا على شكل موشورا قائما ثلاثي القاعدة. سُمك السد 50m وطول أحد أضلع قاعدته 400m.

يمثل الشكل المقابل تصميما لهذا السد.

ما هو ارتفاع قاعدته ؟



14 كرة ومخروط لهما نفس الشعاع r ونفس الحجم v. احسب h ارتفاع المخروط بدلالة r.

15 ما هو حجم الكرة الأرضية إذا علمت أن شعاعها يساوي تقريبا 6366km ؟

16 كرة حديدية قطرها 20cm .

ما هي كتلتها إذا علمت أن كتلة $1\ dm^3$ من الحديد توافق 7,9kg ؟

17 احسب قطر كرة حجمها $\frac{500\pi}{3}\ cm^3$.

التّوازي في الفضاء

الإنطاكي

هو أبو القاسم علي بن أحمد الإنطاكي، الملقب (بالمجتبي)من أعلام القرن الرابع للهجرة. ولد في إنطاكية، وانتقل إلى بغداد، فاستوطنها حتى وفاته حوالي السنة 376 هـ، وكان من أصحاب عضد الدولة البويهي والمقدمين عنه. وكان على نبوغه، مشاركاً في علوم الأوائل. وأشار القفطي وابن النديم إلى عدد من آثاره، منها: (التخت الكبير في الهندي)، (تفسير الأرثماطيقي)، (شرح إقليدس)، (كتاب في المكعبات)، (الموازين العددية).

المجلّة العربيّة العلميّة للفتيان

العلم يحيي قلوب الميّتين كما تحيا البلاد إذا ما مسّها مطر

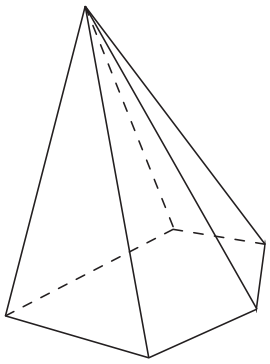
والعلم يجلي العمى عن قلب صاحبه كما يجلّي سواد الظّلمة القمر

ابن عبد ربّه

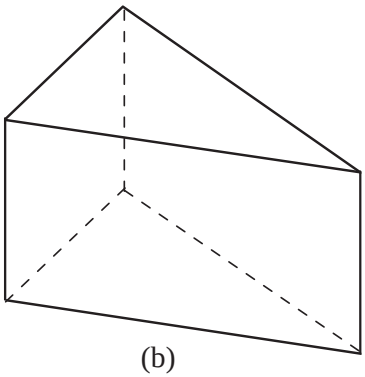
التّوازي في الفضاء

أستحضر

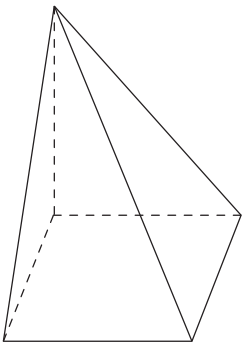
1 .لاحظ المجسمات التّالية ثمّ انقل الجدول أسفله و أكمله :



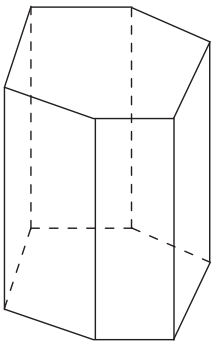
(a)



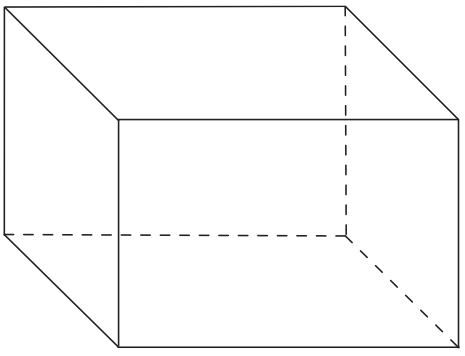
(b)



(C)



(d)

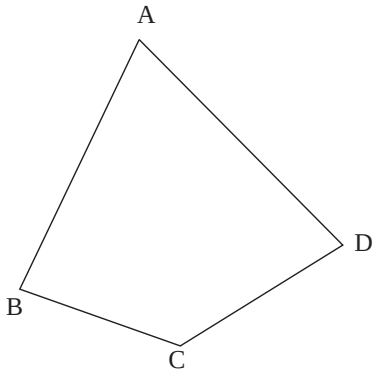


(e)

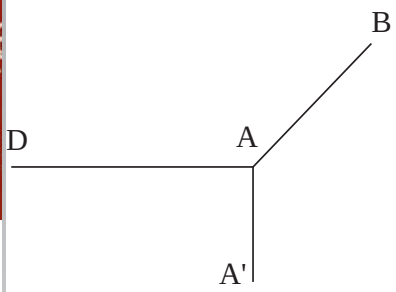
المجسّم	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
اسمه					
عدد قممه					
عدد أحرفه					
عدد أوجهه الجانبيّة					
شكل قاعدته					
عدد أحرفه الخفيّة					
عدد أوجهه الخفيّة					

2 ارسم على كراسك شكلا منظورا لمكعّب

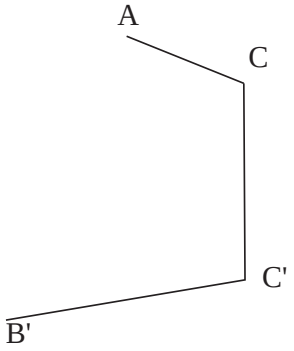
3 انقل الشكل المقابل ثمّ أكمله لتتحصّل على رسم منظوري للهرم ABCD



4 يمثّل الرّسم المقابل ثلاثة أحرف لمتوازي المستطيلات ABCDA'B'C'D' انقله و ارسم بقية أحرف المجسّم.



5 يمثّل الرّسم المقابل ثلاثة أحرف لموشور قائم ABCA'B'C'
انقله و ارسم بقية أحرف المجسّم.

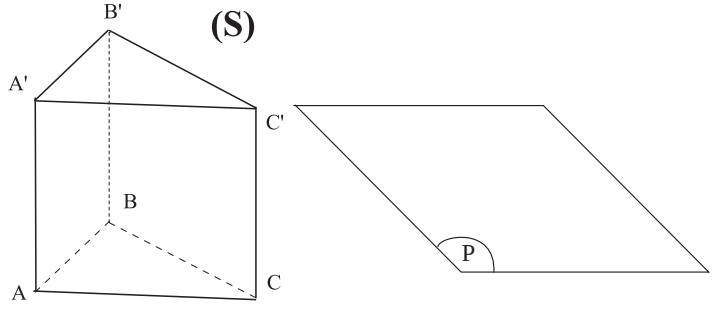


أستكشف وأطبّق

المستوي في الفضاء

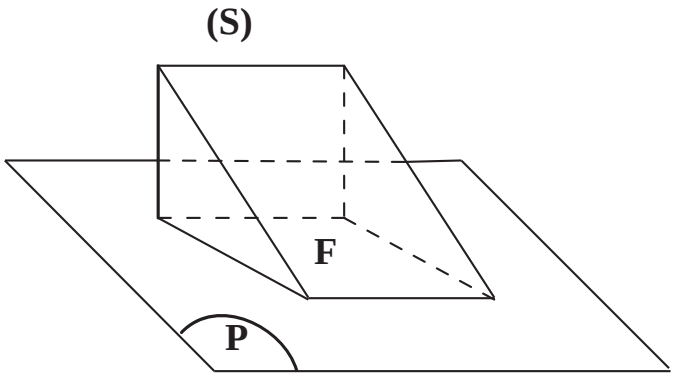
نشاط 1

أ – أصنع من الورق المقوى مجسّما (S) في شكل موشور قائم ABCA'B'C' وصفيحتين مستطيلتي الشّكل(P) و(Q) كما هو مبيّن أسفله.



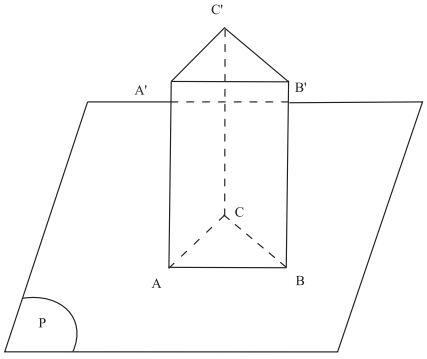
ب– ضع الصفيحة (P) ملاصقة لأحد أوجه المجسم (S) .

لاحظ أنّ كلّ نقطة من الوجه تنطبق على نقطة من الصفيحة (P) فإذا تصوّرنا الصفيحة غير محدودة الجهات نحصل عندئذ على مستوي نرمز له بـ P وهو مستوي ذلك الوجه.



نقول إنّ الصّفيحة (P) تمثّل مستويا P وكذلك الصّفيحة (Q) تمثّل مستويا Q وأنّ كلّ وجه من (S) يحدّد مستويا من الفضاء.

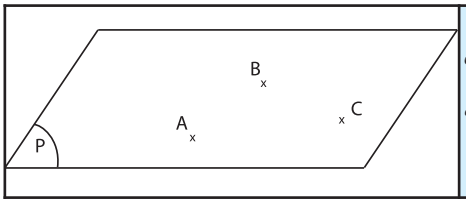
نشاط 2



أ) ضع الصفيحة (P) ملاصقة للقمم الثلاثة A و B و C من الجسم (S) ولاحظ أنّ كلّ نقاط الوجه ABC قد التصقت بالصفيحة أي أنّ مستوي الوجه ABC و مستوي الصفيحة (P) ينطبقان.

ب) ضع الصفيحة (Q) ملاصقة للقمم A' وB' وC' من الجسم (S) .ماذا تلاحظ ؟

ثلاث نقاط من الفضاء ليست على استقامة واحدة تحدّد مستويا واحدا.

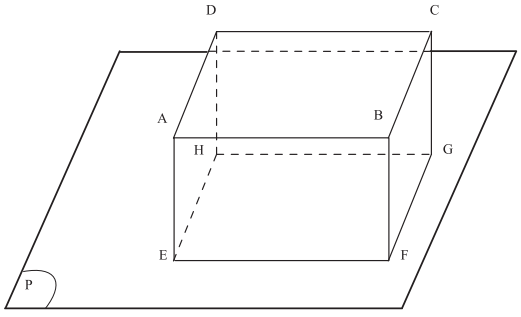


نرمز للمستوي المحدّد بالنّقاط A و B و C بـ (ABC) .

تطبيق

1 يمثل الشكل المقابل مكعّبا ABCDA'B'C'D' والمستوي (P) المحدّد بالنقاط E و F و G

1) اذكر مستويين تنتمي لهما كلّ من النقطتين A و B .



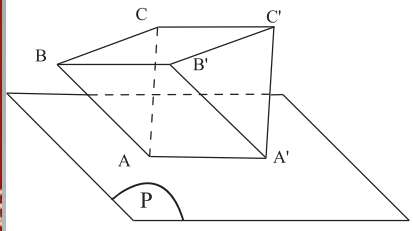
2) اذكر نقاط من المكعّب تنتمي إلى المستوي P وأخرى لا تنتمي إليه.

3) أ) هل أنّ النقطة E تنتمي إلى المستوي (ADH) ؟

ب) هل أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي (ADH) ؟

مستقيم محتو في مستوي

نشاط 3



1) ضع الصفيحة (P) ملاصقة للقمّتين A و A' من المجسم (S).

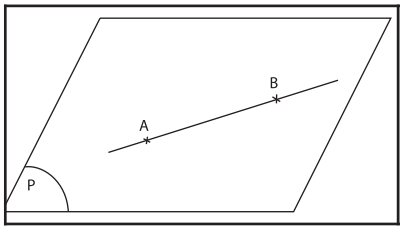
هل توجد نقاط من [AA'] لا تنتمي إلى الصفيحة (P) ؟

هل توجد نقطة من المستقيم (AA') لا تنتمي إلى المستوي P ؟

كلّ نقطة من المستقيم (AA') تنتمي إلى المستوي P. نقول أنّ المستقيم (AA') محتو في المستوي P ونكتب $(AA') \subset P$.

نقول عن مستقيم أنّه محتو في مستوي إذا كانت كلّ نقاط هذا المستقيم تنتمي إلى ذاك المستوي

مستقيم Δ محتوي في مستوى P يعني كلّ نقطة من Δ تنتمي إلى P ونكتب $\Delta \subset P$.



إذا كانت لمستقيم نقطتان مشتركتان مع مستوي فهو محتو في هذا المستوي

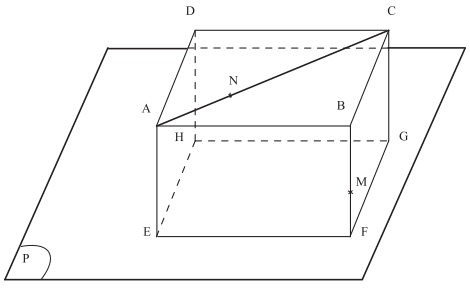
أي

إذا كان A و B نقطتين مختلفتين من مستوي P فإن $(AB) \subset P$

تطبيق

لاحظ الشّكل المقابل و انقل الجمل أسفله معوّضا في كل مرة النقاط بأحد الرموز التالية :

$\in, \notin, \subset, \not\subset$.



A...(EFG) ، M...(BEF)

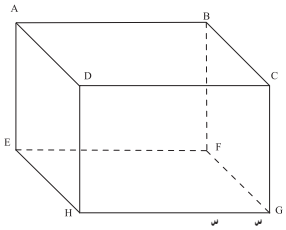
(BM)...(AEF) ، A...(EBC)

(FN)...(AEC) ، M...(ABG) ، C...(DHF)

(GM)...(EFG) ، (BN)...(BHC)

الوضعيّات النّسبيّة لمستقيمين

نشاط 4

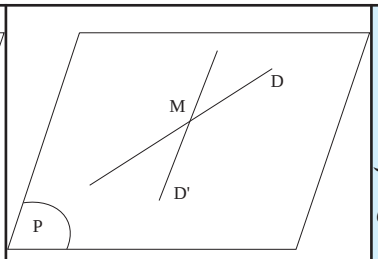
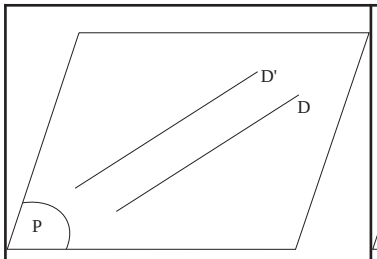


يمثل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH .

أ) اذكر مستقيمين محتويين في المستوي (ABC) ومتوازيين

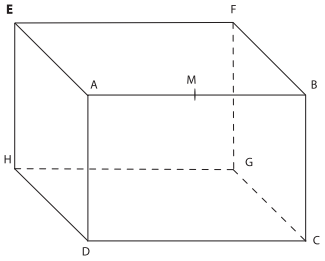
ب) اذكر مستقيمين محتويين في المستوي (BCG) ومتقاطعين.

ج) أذكر مستقيمن محتويين في المستوى (ADH). ما هي وضعيّتهما النّسبيّة ؟

–مستقيمان من نفس المستوي هما متوازيان أو متقاطعان. – مستقيمان غير متوازيين وغير متقاطعين هما ليسا في نفس المستوي		

مستقيمان متوازيان هما مستقيمان محتويان في نفس المستوي وغير متقاطعين

تطبيق



لاحظ الشكل المقابل حيث M نقطة من [AB]

1) أ– ما هو المستوي الذي يحوي كلاّ من المستقيمين (CM) و (AB) ؟

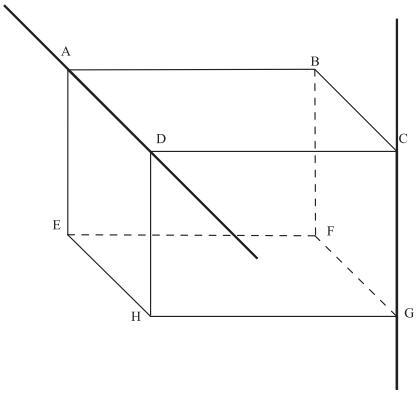
ب– ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (CM) و(AB) ؟

2) أجب عن السؤال السابق بالنسبة إلى المستقيمين المقدّمين في كلّ حالة من الحاَلت التّالية :

- (EM) و (AF)
- (HG) و (EF)
- (HM) و (AB)

3) اذكر مستقيمين متقاطعين و آخرين متوازيين في مستوي الوجه ABFE .

نشاط 5



يمثل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH .

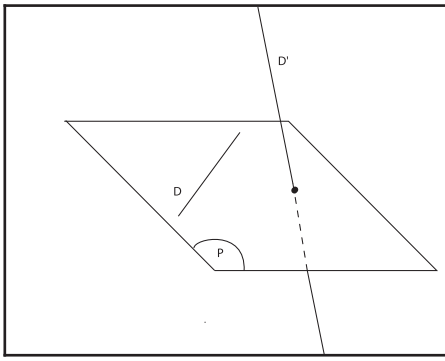
1)أ– اذكر مستوي يحوي المستقيم (AD).

ب– اذكر مستوي يحوي المستقيم (CG).

ج– هل يوجد مستوي يحوي كِلا المستقيمين (AD) و (CG) ؟

نلاحظ أن المستقيمين (AD) و(CG) غير متوازيين وغير متقاطعين نقول إنهما ليسا في نفس المستوي.

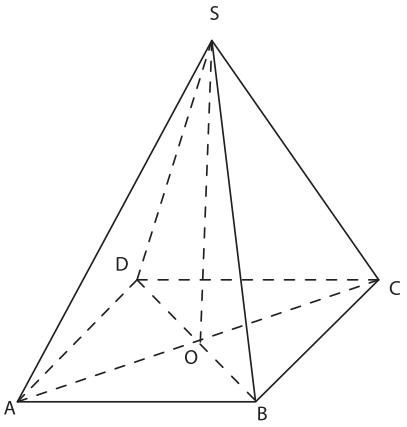
2) اذكر مستقيمين آخرين ليسا في نفس المستوي.



* مستقيمان في الفضاء يكونان في نفس المستوي أو لا.

* مستقيمان ليسا في نفس المستوي يكونان غير متوازيين و غير متقاطعين.

تطبيق



يمثل الشكل المقابل هرما قاعدته مربع.

انقل الجمل التاليّة و أكمل الفراغات بـ : متقاطعان أو متوازيان أو ليسا في نفس المستوي.

– (SB) و(DC) هما مستقيمان .....

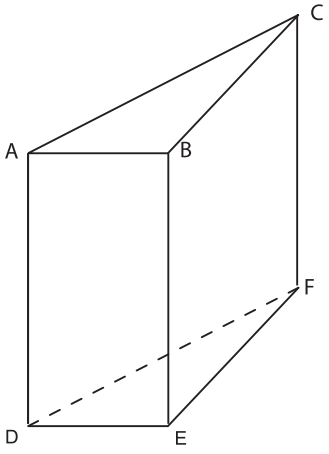
– (AD) و(BC) هما مستقيمان .....

– (AC) و(SO) هما مستقيمان .....

– (SC) و(DB) هما مستقيمان .....

الوضعيّات النّسبيّة لمستقيم ومستوي

نشاط 1



يمثل الشكل المقابل موشورا قائما ABCDEF .

ليكن P مستوي الوجه EFD .

1.أكمل

$(AE) \cap P =$ .....

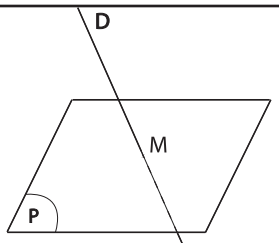
$(BD) \cap P =$ .....

$(CF) \cap P =$ .....

المستقيم (AE) قطع المستوي P في نقطة واحدة E .

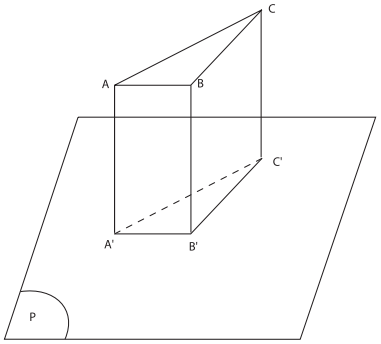
نقول أنّ المستقيم (AE) والمستوي P متقاطعان في النّقطة E

إذا كان لمستقيم ومستوي نقطة مشتركة واحدة نقول أنّهما متقاطعان في تلك النّقطة.



$P \cap \Delta = \{M\}$

نشاط 2



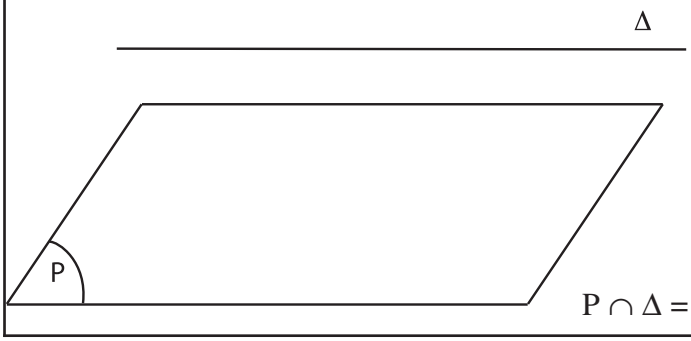
1 – لاحظ المجسّم المقابل حيث ABCA'B'C' موشور قائم و(P) مستوي القاعدة A'B'C' .

أ) أذكر حرفا ووجها ليس لهما نقطة مشتركة.

ب) هل أنّ المستقيم (AB) قاطع للمستوي P ؟

د) اذكر مستقيما آخر لا يقطع المستوي P ؟

عندما يكون مستقيم و مستوي غير متقاطعين نقول أنّهما متوازيان



$P \cap \Delta = \emptyset$

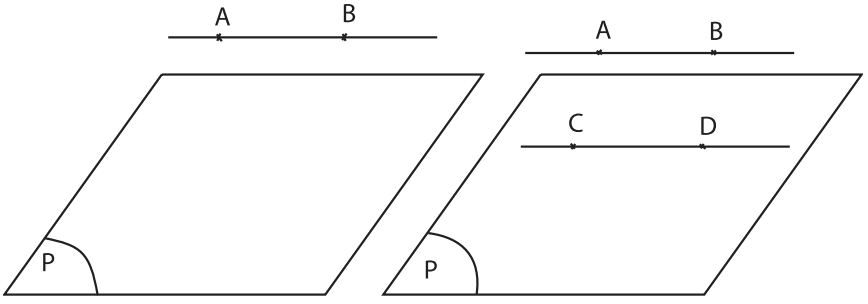
2.

أ) اذكر مستقيما محتوى في P وموازي لـ (AB)

إذا كان مستقيم موازٍ لمستقيم من مستوي فهو موازٍ لهذا المستوي.

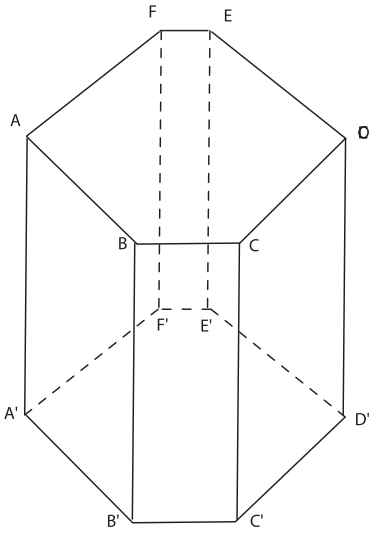
ب) اذكر مستقيما محتوى في P و موازي لـ(AC) ماذا تستنتج بالنّسبة للمستوي والمستقيم (AC) ؟

ج) أثبت أنّ المستقيم (BC) و المستوي P متوازيان.



$(AB) \cap P = \emptyset$

تطبيق



يمثّل الشكل المقابل موشورا قائما.

أ) اذكر ثلاثة مستقيمات قاطعة لمستوي الوجه AA'B'B

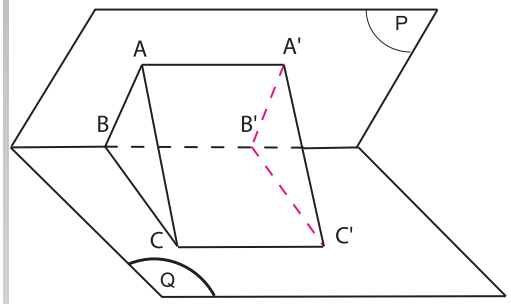
ب) هل أن المستقيم(BC) قاطع لمستوي الوجه AA'F'F

ج) اذكر ثلاث مستقيمات موازية للمستوي (ABC)

د) هل أنّ المستقيم (BB') موازي للمستوي (EDE') ؟

مستويان متقاطعان

نشاط 8

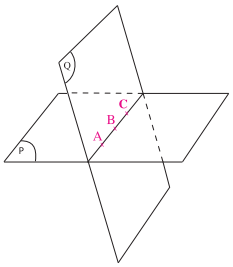


لاحظ الرسم التالي حيث ABCA'B'C' موشور قائم و P مستوي الوجه AA'B'B و(Q) مستوي الوجه BB'C'C

أ) بيّن أنّ المستقيم (BB') محتو في المستوي P وفي المستوي Q .

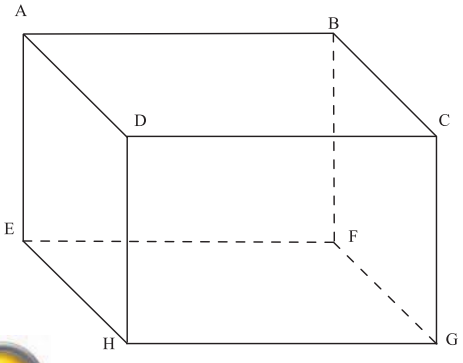
ب) هل توجد نقاط مشتركة بين المستويين P و Q لا تنتمي إلى (BB') ؟

نقول أن المستويين P و Q متقاطعان ونكتب $P \cap Q = (BB')$



إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط مشتركة بين مستوين متقاطعين فهي على استقامة واحدة.

تطبيقات



1 يمثّل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH

حدد تقاطع المستويين المقدّمين في كل حالة :

أ) (ABC) و (DHG)

ب) (GBF) و (AEF)

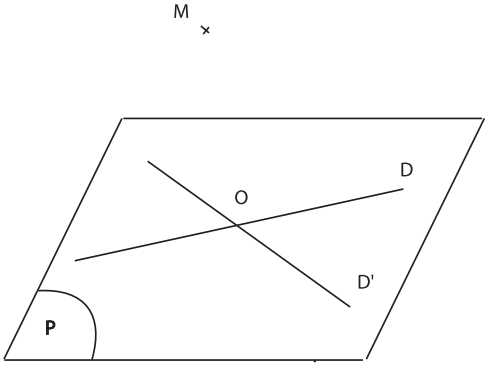
ج) (DBF) و (CGH)

2 يمثّل الشّكل المقابل مستقيمين D و D' متقاطعين في نقطة O ومحتويين في المستوي P .

M نقطة لا تنتمي إلى المستوي P .

نعتبر المستوي Q المحدّد بالنّقطة M والمستقيم D والمستوي R المحدّد بالنّقطة M والمستقيم D' .

حدّد تقاطع المستويين Q و R.



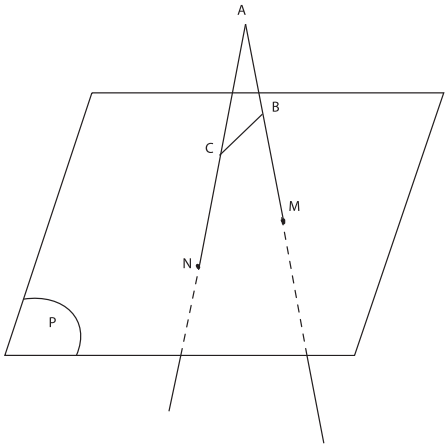
تمرين مرفق بحلّ

أ) انقل الشكل المقابل حيث

M و N نقطتان من المستوي P

A و B و C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ولاتنتمي إلى P و(MN) و(BC) غير متوازيين.

ب) أثبت أن (BC) و P متقاطعان في نقطة K حيث M و N و K على استقامة واحدة . عين النقطة K .



الحلّ :

ب) تنتمي كلّ من النقطتين M و N إلى المستويين (ABC) و P .

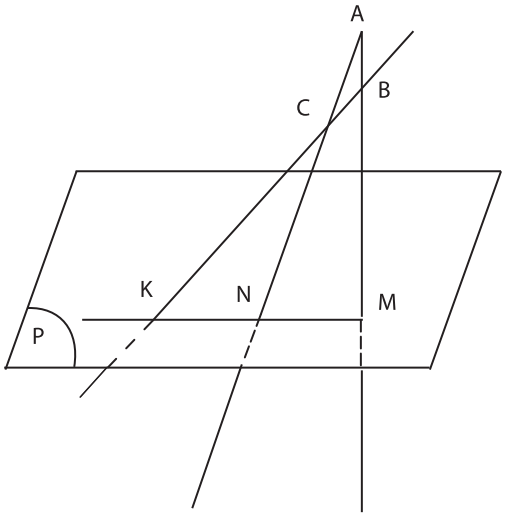
إذن يتقاطع هذان المستويان وفق المستقيم (MN)

$(ABC) \cap P = (MN)$

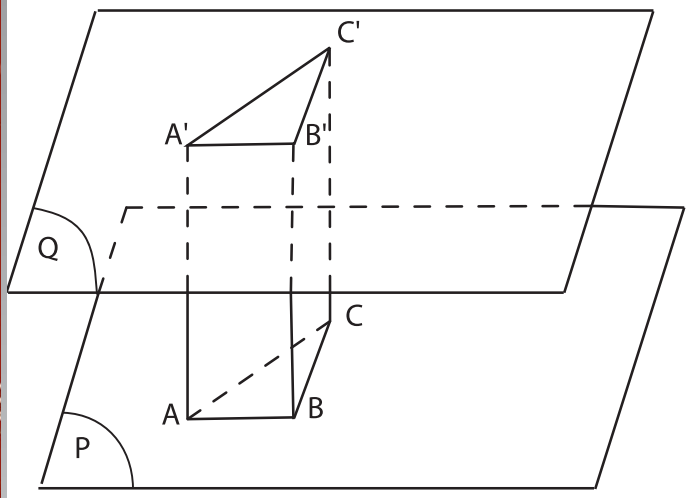
المستقيمان (MN) و(BC) محتويان في المستوي (ABC) و هما غير متوازيين إذن فهما متقاطعان في نقطة K .

وبما أن المستقيم (BC) غير محتوي في المستوي P فإنه يقطعه في النقطة K ؛ $P \cap (BC) = \{K\}$

النقطة K تنتمي إلى المستقيم (MN) وبالتالي فالنقاط M و N و K على استقامة واحدة.



مستويان متوازيان



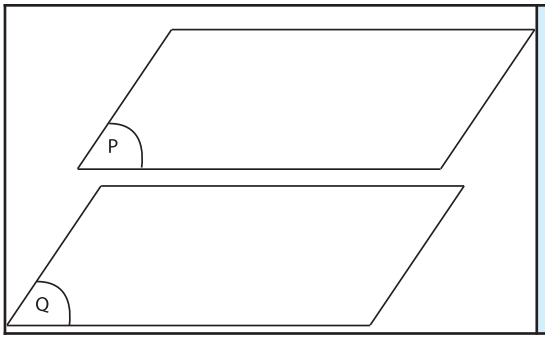
نشاط 9

أ) ضع الصفيحة (P) ملاصقة للوجه ABC من المجسم (S) والصفيحة (Q) ملاصقة للوجه A'B'C' من نفس المجسم كما في الشكل المقابل.

ب) هل هناك نقاط مشتركة بين المستويين P و Q ؟

المستويان P و Q ليسا متقاطعين

نقول أنهما متوازيان ونكتب: P // Q أو Q // P

مستويان متوازيان هما مستويان غير متقاطعين	

تطبيق 1

ليكن P و Q مستويان متوازيان.

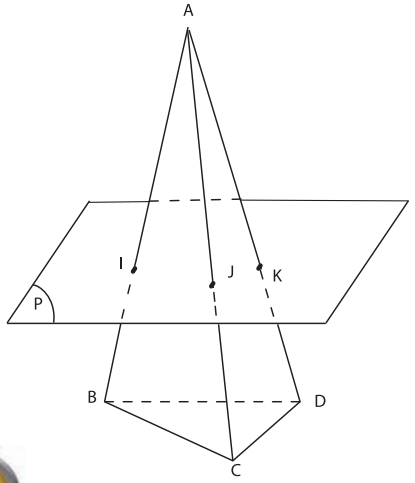
أجب بـ "صواب" أو " خطأ " معلّلا جوابك

أ) كلّ مستقيم من المستوي P هو موازي للمستوي Q

ب) كلّ مستقيم من المستوي Q هو موازي لكلّ مستقيم من المستوي P.

تمارين مرفقة بحلول

تمرين 1



يمثل الشكل المقابل هرما ثلاثيا ABCD ومستويا P موازيا للمستوي (BCD).

قطع المستقيم [AB] و[AC] و[AD] تقطع المستوي P على التوالي في I و J و K.

بين أن (BC) // (IJ) و(CD) // (JK) و(BD) // (IK)

الحلّ

لدينا

*المستقيم(IJ) محتو في المستوي P

* المستقيم(BC) محتو في المستوي (BCD)

* $P \cap (BCD) = \emptyset$

إذا $(BC) \cap (IJ) = \emptyset$

و بما أن (IJ) و(BC) محتويان في نفس المستوي (ABC) فإنّ (IJ) // (BC)

بنفس الطريقة نبيّن أن (CD) // (JK) و (BD) // (IK) .

تمرين 2

يمثّل الشكل المقابل مستويين متوازيين P و Q .

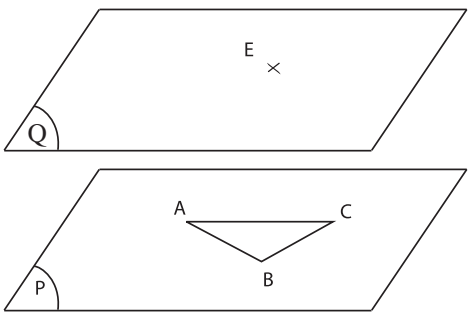
لتكن E نقطة من Q وA وB و C ثلاثة نقاط من P ليست على استقامة واحدة.

أ) بيّن أنّ المستويين (ABE) و Q متقاطعان.

ب) نعتبر المستقيم Δ تقاطع المستويين (ABE) و Q.

حدّد $\Delta \cap (AB)$

ج) استنتج أنّ Δ و(AB) متوازيان.



الحل

أ) لنا $A \in (ABE)$ و $A \notin Q$ إذا المستويين (ABE) و Q غير منطبقان.

وبما أن $E \in (ABE)$ و $E \in Q$ فإنّ المستويين(ABE) و Q متقاطعان.

ب) $Q \cap (ABE) = \Delta$

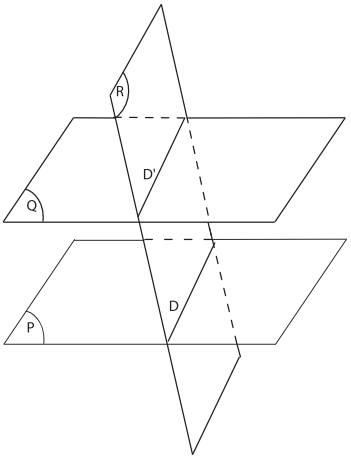
Δ مستقيم محتو في المستوي Q و (AB) مستقيم محتو في المستوي P و نعلم أنّ $Q \cap P = \emptyset$

إذن $\Delta \cap (AB) = \emptyset$.

ج) بما أن Δ و(AB) محتويان في نفس المستوي (ABE) و لا يتقاطعان $(\Delta \cap (AB) = \emptyset)$

فإنهما متوازيان.

تطبيق 2

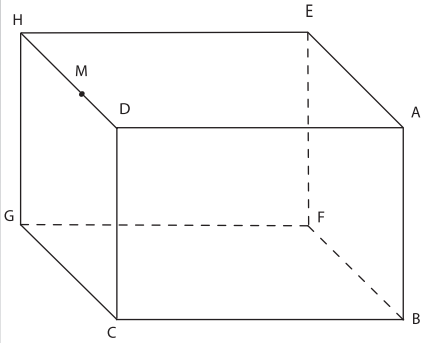


في الشكل المقابل P و Q مستويان متوازيان
و R مستوي ثالث يقطع المستوي P وفق المستقيم D
و يقطع المستوي Q وفق المستقيم D'
بيّن أنّ المستقيمين D و D' متوازيان.

تطبيق 3

ليكن D مستقيما موازيا لمستوي P .
أجب بـ "صواب" أو "خطأ" معلّلا جوابك.
كلّ مستوي موازي للمستقيم D هو موازي للمستوي P.

تمرين 3



يمثل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEGH
و M نقطة من [DH]

1) بين أن المستويين (AMG) و (BFG) متقاطعان.

2) ليكن $(AMG) \cap (BFG) = \Delta$
بين أن Δ و (AM) متوازيان.

3) أ- عين K نقطة تقاطع المستقيمين Δ و (BF) .

ب- بين أن $(AMG) \cap (ABF) = (AK)$

ج- بين أن (AK)//(MG)

4) استنتج طبيعة الرباعي AMGK .

5) بيّن أن الرباعي ABGH هو متوازي الأضلاع.

6) نعتبر O مركز متوازي الأضلاع ABGH
أثبت أن المستقيم (BH) هو قاطع للمستوي (AMG) في النقطة O.

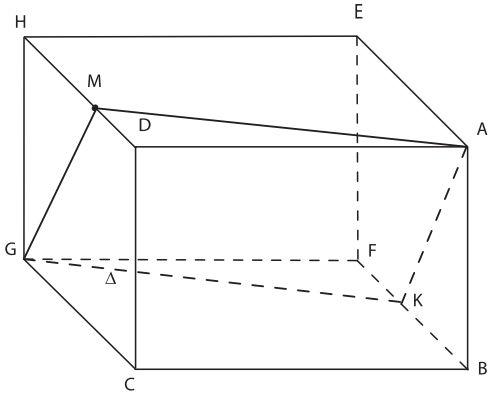
الحلّ

1) يشترك المستويان (AMG) و (BFG) في النقطة G وهما غير منطبقان (A تنتمي إلى المستوي (AMG) ولا تنتمي إلى المستوي (BFG)) إذن هما متقاطعان.

2) لنا $(AM) \subset (AED)$ و $\Delta \subset (BFG)$ و $(BFG) \cap (AED) = \emptyset$ إذا $(AM) \cap \Delta = \emptyset$

و بما أن Δ و (AM) محتويان في نفس المستوي (AMG) فإنّهما متوازيان.

3) أ- انظر الشكل.



ب- يشترك المستويان (AMG) و (ABF)

في النقطتين A و K $(K \in (BF)$ و $\Delta \subset (AMG)$ $K \in \Delta$

و هما غير منطبقان (G تنتمي إلى المستوي (AMG) ولا تنتمي إلى المستوي (ABF))

إذن هما متقاطعان وفق المستقيم (AK).

ج- لنا $(MG) \subset (DCG)$ و $(AK) \subset (ABE)$

و $(ABE) \cap (DCG) = \emptyset$ إذا $(AK) \cap (MG) = \emptyset$

و بما أن (MG) و(AK) محتويان في نفس المستوي (AMG) فإنّهما متوازيان.

4) لنا $(KG)//(AM)$ و $(MG)//(AK)$ إذن الرباعي AMGK هو متوازي أضلاع.

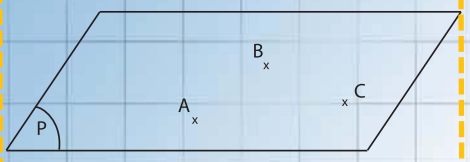
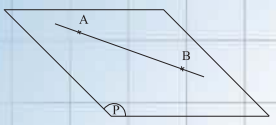
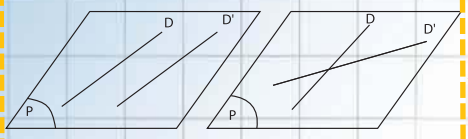
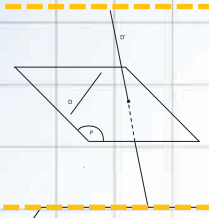
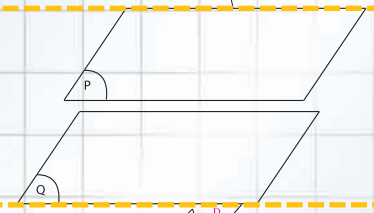
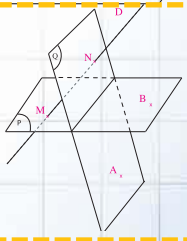
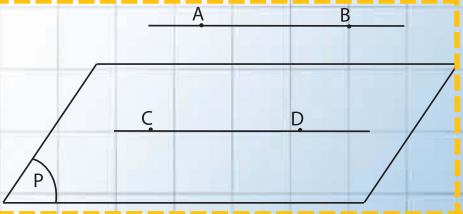
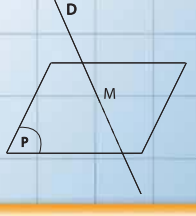
5) نعلم أن الحرفين [AB] و [HG] متقايسان و متوازيان إذن الرباعي المحدب ABGH هو متوازي أضلاع.

6) النقطة O هي مركز متوازي أضلاع ABGH إذن O هي منتصف القطعة [BH] و بالتالي فهي تنتمي إلى المستقيم (BH).

و هي أيضا منتصف القطعة [AG] ونعلم أن المستقيم (AG) محتو في المستوي (AMG) إذن O تنتمي إلى المستوي (AMG) و بالتالي فهي نقطة مشتركة للمستقيم (BH) والمستوي (AMG).

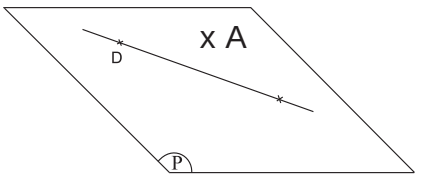
النقطة B تنتمي إلى المستقيم (AG) ولا تنتمي إلى المستوي (AMG) إذن المستقيم (BH) غير محتو في المستوي (AMG) وبالتالي فهو يقطع المستوي (AMG) في النقطة O.

أحوصل

ثلاث نقاط من الفضاء ليست على استقامة واحدة تحدد مستو واحد من الفضاء		$P = (ABC)$
إذا كانت لمستقيم نقطتان مشتركتان مع مستوي فهو محتو في هذا المستوي		$A \in P$ و $B \in P$ إذن $(AB) \subset P$
مستقيمان من نفس المستوي هما متقاطعان أو متوازيان.		إذا كان $D \subset P$ و $D' \subset P$ فإنّ $D//D'$ أو D و D' متقاطعان
مستقيمان ليسا في نفس المستوي هما مستقيمان غير متوازيين و غير متقاطعين		$D \cap D' = \emptyset$ D و D' غير متوازيين
مستويان متوازيان هما مستويان غير متقاطعين.		$P//Q$
مستويان متقاطعان يتقاطعان وفق مستقيم		$P \cap Q = D$
مستقيم و مستوي متوازيان		$D//P$
مستقيم D يقطع مستوي P في نقطة A		$D \cap P = \{A\}$

تمـــاريـــه

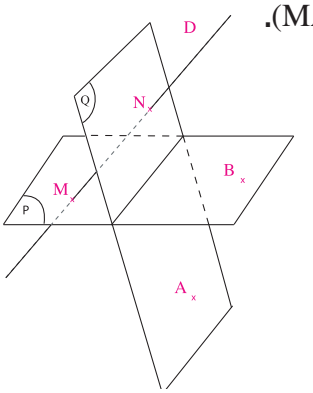
1 يمثل الشكل أسفله مستوي P
محددا بمستقيم D و بنقطة A لا تنتمي إلى D
نعتبر 'D مستقيما مارا من النقطة A
و قاطعا للمستقيم D في نقطة B
بين أن المستقيم 'D محتو في المستوي P



2 يمثل الرسم أسفله مستويين متقاطعين P و Q ومستقيما D قاطعا لهما على التّوالي في M و N

أ) حدد $P \cap D$ و $Q \cap D$

ب) انقل الشكل وأرسم المستقيمات (NB) و (NA) و (AB) و (MA).



3 انقل الشكل التّالي حيث 'ABCA'B'C' موشورا قائما
M نقطة من الحرف[B'C'] و N نقطة من الحرف[BC].

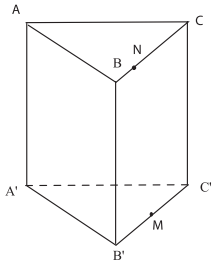
أ) ما هي الوضعية النسبية للمستقيم ('AA) و المستوي('BCC) ؟

ب) استنتج أن المستقيمين ('AA) و (MN) غير متقاطعين.

ج) بين أن المستقيم(B'N) محتو في المستوي ('BCC)
و أن (B'N) و ('CC) متقاطعان.

د) بين أن (B'N) و المستوي('ACC) متقاطعان.
ارسم النقطة I نقطة تقاطعهما.

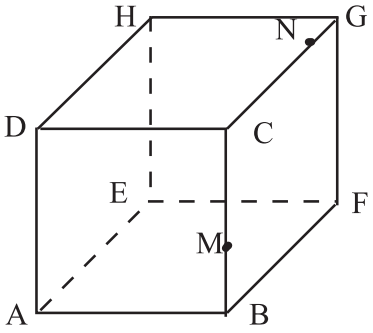
ه) ارسم النقطة J نقطة تقاطع المستقيم (BM) و المستوي ('ACC) .



4 ارسم الشكل أسفله حيث : ABCDEFGH
مكعبا و M نقطة من [BC] و N نقطة من[CG]

أ) ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AM) و المستوي (ADE) ؟

ب) ما هي الوضعية النسبية للمستويين (ADE) و (BCF) ؟



ج) ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AM) و المستوي (BCF) ؟

د) بين أن المستقيمين (FM) و (CG) محتويان في نفس المستوي.

ه) المستقيمان (FM) و (CG) يتقاطعان في نقطة I ارسم هذه النقطة.

و) عين نقطة تقاطع المستقيم (FM) والمستوي (DCG)

ز) بين أن المستقيم (BN) والمستوي (EFG) متقاطعان و عين النقطة J نقطة تقاطعهما.

5 انقل الشكل التالي حيث

* P و P' مستويان متقاطعان وفق المستقيم D

• C نقطة تنتمي إلى D.

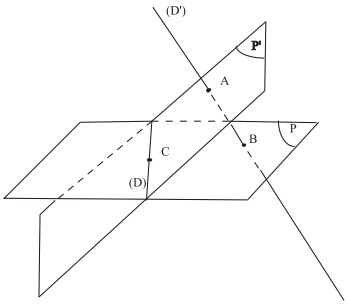
• D' مستقيم يقطع P في A و يقطع P' في B.

نرمز بـ Q للمستوي (ABC).

ا) ارسم Q ∩ P و Q ∩ P' .

ب) حدد Q ∩ D .

ج) بين أن المستقيمين D و D' ليسا في نفس المستوي.



6 يمثل الشكل التّالي متوازي المستطيلات ABCDEFGH

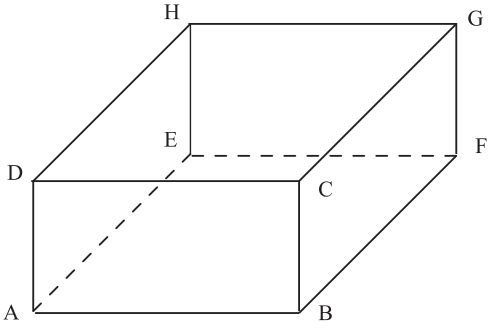
1) حدد تقاطع المستويين (EGC) و (EDG)

2) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (DF) و (EG) ؟

3) بين أن (AH) و (BG) متوازيان.

4) نعتبر I و J مركزي المستطيلين ABFE و BFGC على التوالي.

بين أن المستويين (AFC) و (BEG) متقاطعان حسب المستقيم (IJ).

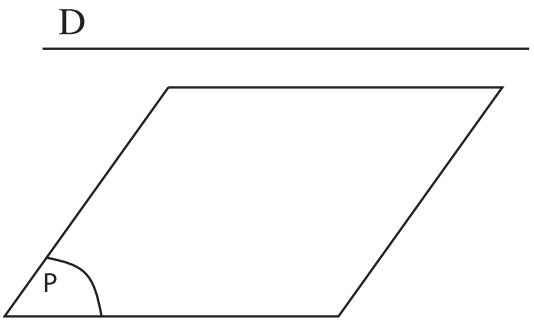


7 يمثل الرسم التّالي مستويا P و مستقيما D موازيا له.

أ) ارسم مستويا Q محتويا المستقيم D وقاطع للمستوي P حسب مستقيم D'

ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين D و D' ؟

ج) ماذا يمكنك أن تستنتج ؟



8 يمثل الشكل التّالي مكعبا ABCDFEGH حيث I و J و K نقط تنتمي على التوالي إلى أحرف [AB] و [BC] و [AD].

1) انقل الشكل.

2) حدّد تقاطع المستويين (ABF) و (BCG) .

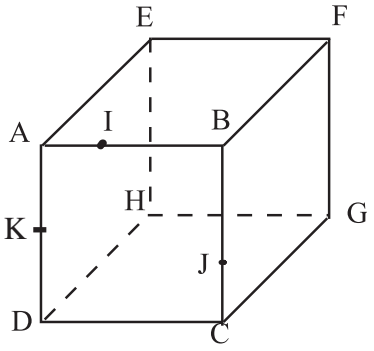
3) أ- بين أن المستقيمين (JG) و (BF) متقاطعان

ب- استنتج أن المستقيم (JG) والمستوي (ABF) متقاطعان و حدد O نقطة تقاطعهما.

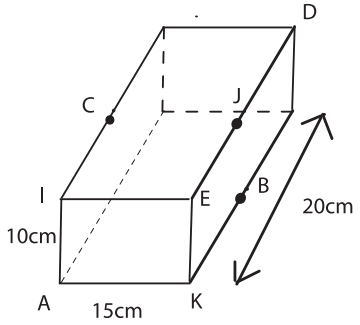
4) ما هي الوضعية النسبية لكل من :

- المستقيمين (EK) و (IJ) ؟
- المستقيمين (KI) و (GJ) ؟
- المستقيمين (HJ) و (DI) ؟

5) ما هي الوضعية النسبية للمستويين (AEH) و (GKH) ؟



9 1) يمثّل الرّسم التّالي متوازي المستطيلات طول أحرفه 10 cm و 15 cm و 20 cm .
و B و C و J منتصفات ثلاث أحرف من هذا الشّكل.
أحسب حجمي الهرمين JIAKE و CEKBJ .
2) أ – بيّن أن كلا من الرّباعي EJBK والرّباعي IEKA متوازي أضلاع.
ب – استنتج طبيعة الرّباعي IJBA.
3) بيّن أنّ الرّباعي CDJI متوازي أضلاع.
ب – استنتج طبيعة الرّباعي ACDB .
4) أ – بيّن أنّ المستويين (ABC) و (IEC) يتقاطعان حسب المستقيم (CD) .
ب – بيّن أنّ المستويين (ABC) و (JDB) يتقاطعان حسب المستقيم (DB) .



10 ليكن SABC هرما ثلاثيّا قمّته S و P مستويا موازيا للمستوي (ABC)
قطع المستقيم [SA] و [SB] و [SC] تقطع المستوي P على التّوالي في M و N و P .
أنجز رسما لذلك وبيّن أنّ (MN)//(AB) و (NP)//(BC) و (MP)//(AC) .