2022/2023
Durée : 45min
Niveau : 1ére

Devoir contrôle N°1
mathématique

Lycée : Indépendance
Prof : S.SOUAYAH

Nom :……………………………………….prénom :…………………………..

Exercice N°1 : (4points) 10min

1. Montrer que le produit de 5 entiers consécutifs est divisible par 120.

2.Pour tout n entier naturel ,Montrer que 6 divise $n^5 - n$

3. Montrer que pour tout entier n naturel,les entiers $2n^2+10n+13$+ et n+3 sont premiers entre eux.

4 Simplifie $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{112n^{911}}+\sqrt{112n^{911}+1}}$ avec n entier naturel

Exercice N°2 : (6points) 10min

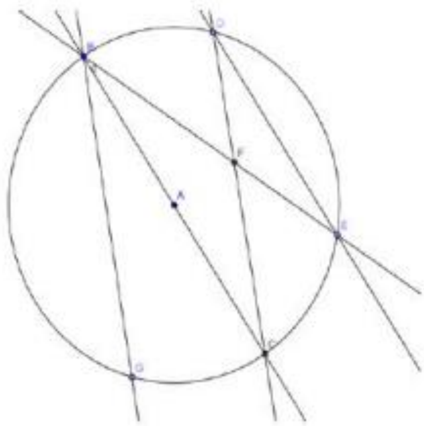
Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 5,
on considère les deux entiers $a = n^3 - n^2 - 12n$ et $b = 2n^2 - 7n - 4$.
1) Montrer que a et b sont divisibles par $n-4$.
2) On pose $\alpha = 2n+1$ et $\beta = n+3$ et on note d le PGCD de α et β.
   a) Etablir une relation entre α et β indépendante de n.
   b) Démontrer que d est un diviseur de 5.
   c) Démontrer que α et β sont divisibles par 5 si et seulement si $n-2$ est divisible par 5.
3) Montrer que $2n+1$ et n sont premiers entre eux.
4) Discuter en fonction de n du PGCD de a et b.
5) Vérifier vos résultats pour $n = 6$ et $n = 7$.

Exercice N°3 : (4points) 5min

Dans la figure ci-contre on a tracé un cercle (C) de centre A et de diamètre [BC] et D est un point de (

La parallèle à (BC) passant par D coupe (C) en E

(DC) et (ED) se coupent en F



1)Quelle est la nature du triangle DBC ?Justifier.

2)a)Montrer que $D\hat{C}B = D\hat{E}B$ et $E\hat{B}C = D\hat{E}B$.

b)En déduire la nature du triangle FBC.

3)soit G un point de (C) tel que [DC) est la bissectrice de l'angle $E\hat{B}G$.
Montrer que les droites (BG) et (DC) sont parallèles

Exercice N°4 : (6points) 20min

Julie trace un quadrilatère $ABCD$ inscrit dans un cercle de centre O. Elle construit le symétrique A' du point A par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{CBD}$. Elle construit aussi le symétrique B' du point B par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{CAD}$. Comme Julie s'est arrangée pour que les points A, B et O ne soient pas alignés, les droites $A'B$ et AB' se coupent en un point qu'elle appelle E. Aidez Julie à démontrer que les droites OE et CD se coupent perpendiculairement.