المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو	الفرض التأليفي عـ3ــدد في الرياضيات	المستوى التاسعة أساسي 1 و 2 و 3 و 4
الأساتذة : يعقوب – الديماسي - الشريف	30 ماي 2023	التوقيت : ساعتان

التمرين الأول (4 نقاط)

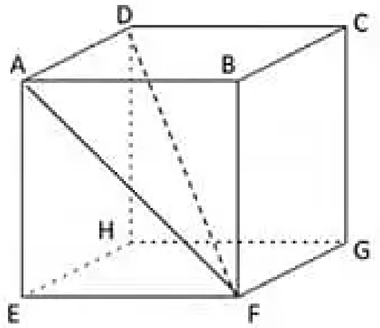
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية في كل حالة علما و أنه واحدة فقط هي الصحيحة

1) من بين حلول المتراجحة $0 \leq x\pi + 3$ هو

أ) 0 ب) -1 ج) 1

2) إذا كان x عدد حقيقي حيث $x \in]-3 ; 1[$ فإن العبارة $S = |x-1| + |x+3|$ تساوي

أ) $2x + 2$ ب) 2 ج) 4

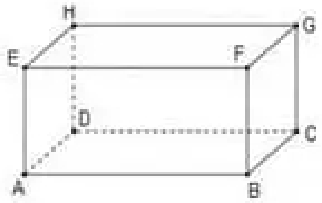


3) إذا كان $ABCDEFGH$ مكعب فإن المثلث ADF

أ) قائم في D ب) متقايس الضعين ج) قائم في A

4) ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث $AB = BC = 2\sqrt{2}$ و $AE = 3$

إذن AG يساوي أ) 24 ب) $4\sqrt{2} + 3$ ج) 5



التمرين الثاني (6 نقاط)

لتكن العبارتين $A = (3x-1)^2 - 4$ و $B = 3x + 1$ حيث x عدد حقيقي

1) أ - بين أن $A = 9x^2 - 6x - 3$

ب - أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2) أ - أحسب القيمة العددية للعبارة $|B|$ في حالة $x = \sqrt{3} - 2$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $3x + 1 = 0$

ج - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $3x + 1 \leq 0$

3) أ - بين أن $A = (3x-3)(3x+1)$

4) أ - استنتج أن $A + B = (3x+1)(3x-2)$

ب - ابحث عن الأعداد الحقيقية x ليكون $A + B = 0$

ج - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $9x^2 - 2x + 2 = 4x + 5$

التمرين الثالث (5,5 نقاط)

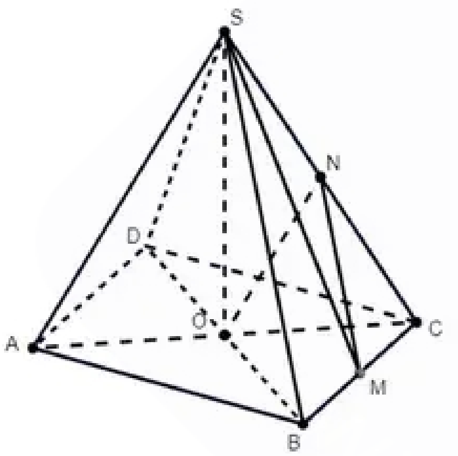
1) أ ـ ابن مثلثا IAB متقايس الضلعين في I حيث $AB = 6cm$ و $BI = 4cm$
ب ـ عين النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى I
2) أ ـ بين أن المثلث ABC قائم في A
ب ـ بين أن $AC = 2\sqrt{7}$
3) المستقيم المار من I والموزي لـ (AB) يقطع (AC) في النقطة J
أ ـ بين أن J منتصف $[AC]$
ب ـ أحسب IJ و BJ
4) لتكن F مناظرة J بالنسبة إلى I بين أن الرباعي $CFBJ$ متوازي أضلاع
5) لتكن H المسقط العمودي للنقطة J على (CF) أحسب JH
6) المستقيم المار من F والموزي لـ (HJ) يقطع (BJ) في النقطة E
أ- بين أن الرباعي $EFHJ$ مستطيل
ب ـ استنتج البعد HE

التمرين الرابع (4,5 نقاط) (وحدة قيس الطول الصنتمتر)

في الرسم المقابل $SABCD$ هرم منتظم قاعدته المربع $ABCD$ و ارتفاعه $[OS]$

حيث $AB = 4\sqrt{2}$ و $OS = 4\sqrt{3}$ و M منتصف $[BC]$ و N منتصف $[SC]$

1) أ ـ أحسب OA
ب ـ بين أن $SB = 8$
ج ـ أحسب SM
2) أحسب ON و MN
3) أ ـ ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (MN) و (CD)
ب ـ بين أن المستقيم (MN) موازي للمستوي (SAB)
4) أ ـ بين أن (OB) عمودي على المستوي (SAC)
ب ـ استنتج أن المثلث BON قائم في O



المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو	إصلاح الفرض التأليفي عــ3ــدد في الرياضيات	المستوى التاسعة أساسي 1 و 2 و 3 و 4
الأستاذة : الشريف	30 ماي 2023	التوقيت : ساعتان

التمرين الأول (4 نقاط)

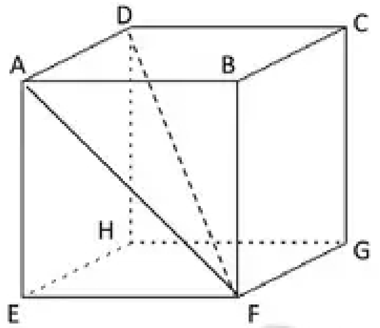
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية في كل حالة علما و أنه واحدة فقط هي الصحيحة

1) من بين حلول المتراجحة $3 + \pi x \leq 0$ هو

أ) 0 ب) -1 ج) 1

2) إذا كان x عدد حقيقي حيث $x \in]-3 ; 1[$ فإن العبارة $S = |x-1| + |x+3|$ تساوي

أ) $2x+2$ ب) 2 ج) 4

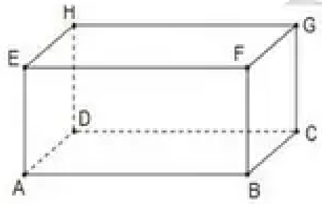


3) إذا كان $ABCDEFGH$ مكعب فإن المثلث ADF

أ) قائم في D ب) متقايس الضعين ج) قائم في A

4) ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات حيث $AB = BC = 2\sqrt{2}$ و $AD = 3$

إذن AG يساوي أ) 24 ب) $4\sqrt{2}+3$ ج) 5



التمرين الثاني (6 نقاط)

لتكن العبارتين $A = (3x-1)^2 - 4$ و $B = 3x+1$ حيث x عدد حقيقي

1) أ ـ بين أن $A = 9x^2 - 6x - 3$

$$A = (3x-1)^2 - 4$$
$$= 9x^2 - 6x + 1 - 4$$
$$= 9x^2 - 6x - 3$$ إذن $A = 9x^2 - 6x - 3$

ب ـ أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

لدينا $A = 9x^2 - 6x - 3$ و $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

إذن $A = 9\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - 3$

$= 9 \times \frac{3}{9} - 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 3$

$= 3 - 2\sqrt{3} - 3$

$= -2\sqrt{3}$ إذن $A = -2\sqrt{3}$

2) أ - أحسب القيمة العددية للعبارة $|B|$ في حالة $x = \sqrt{3} - 2$

$|B| = |3x + 1|$ و $x = \sqrt{3} - 2$

إذن $|B| = |3(\sqrt{3} - 2) + 1| = |3\sqrt{3} - 6 + 1| = |3\sqrt{3} - 5|$

و بما أن $(3\sqrt{3})^2 = 27$

و $5^2 = 25$ فإن $(3\sqrt{3})^2 > 5^2$

و بما أن $3\sqrt{3}$ و 5 موجبان فإن $3\sqrt{3} > 5$ ومنه $3\sqrt{3} - 5 > 0$

وبالتالي $|3\sqrt{3} - 5| = 3\sqrt{3} - 5$ إذن $|B| = 3\sqrt{3} - 5$

الأستاذة زكية حسن الشريف
المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $3x + 1 = 0$

$3x + 1 = 0$ يعني $3x = -1$ يعني $x = -\frac{1}{3}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

ج - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $3x + 1 \leq 0$

$3x + 1 \leq 0$ يعني $3x \leq -1$ يعني $x \leq -\frac{1}{3}$ (لأن $\frac{1}{3} \in \mathbb{R}_+$)

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty, -\frac{1}{3}\right]$

3) أ - بين أن $A = (3x - 3)(3x + 1)$

لدينا $A = (3x - 1)^2 - 4$

$= (3x - 1)^2 - 2^2$

$= [(3x - 1) - 2][(3x - 1) + 2]$

$= (3x - 3)(3x + 1)$ إذن $A = (3x - 3)(3x + 1)$

4) أ - استنتج أن $A + B = (3x + 1)(3x - 2)$

لدينا $A = (3x - 3)(3x + 1)$ و $B = 3x + 1$

إذن $A + B = (3x - 3)(3x + 1) + (3x + 1)$

$= (3x - 3)(3x + 1) + (3x + 1) \times 1$

$= (3x + 1)(3x - 3 + 1)$

$= (3x + 1)(3x - 2)$ إذن $A + B = (3x + 1)(3x - 2)$

ب - ابحث عن الأعداد الحقيقية x ليكون $A + B = 0$

$A + B = 0$

يعني $(3x + 1)(3x - 2) = 0$

يعني $3x + 1 = 0$ أو $3x - 2 = 0$

يعني $3x = -1$ أو $3x = 2$

يعني $x = -\frac{1}{3}$ أو $x = \frac{2}{3}$

ج - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $9x^2 - 2x + 2 = 4x + 5$

$9x^2 - 2x + 2 = 4x + 5$

يعني $(9x^2 - 2x + 2) - (4x + 5) = 0$

يعني $9x^2 - 2x + 2 - 4x - 5 = 0$

يعني $9x^2 - 6x - 3 = 0$

ولنا مما سبق $A = 9x^2 - 6x - 3$ و $A = (3x - 3)(3x + 1)$

إذن $9x^2 - 6x - 3 = 0$

يعني $A = 0$

يعني $(3x - 3)(3x + 1) = 0$

يعني يعني $3x + 1 = 0$ أو $3x - 3 = 0$

يعني $3x = -1$ أو $3x = 3$

يعني $x = -\frac{1}{3}$ أو $x = \frac{3}{3}$

يعني $x = -\frac{1}{3}$ أو $x = 1$ و بالتالي $S_{\mathbb{R}} = \left\{ 1 , -\frac{1}{3} \right\}$

التمرين الثالث (5,5 نقاط)

1) أ ـ ابن مثلثا IAB متقايس الضلعين في I حيث $AB = 6cm$ و $BI = 4cm$

ب ـ عين النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى I

2) أ ـ بين أن المثلث ABC قائم في A

بما أن $IA = IB$ (لأن IAB متقايس الضلعين في I)

و $IC = IB$ (لأن C مناظرة B بالنسبة إلى I)

إذن $IA = IB = IC$

في المثلث ABC لدينا :

I منتصف $[BC]$ (لأن C مناظرة B بالنسبة إلى I)

و $IA = IB = IC$

إذن **المثلث ABC قائم في A**

ب ـ بين أن $AC = 2\sqrt{7}$

بما أن المثلث ABC قائم في A إذن حسب نظرة بيتاغور فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

و بالتالي $AC^2 = BC^2 - AB^2$

و لنا $BC = 2IB = 2 \times 4 = 8\ cm$ (لأن C مناظرة B بالنسبة إلى I) و $AB = 6\ cm$ (معطى)

فإن $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 8^2 - 6^2 = 64 - 36 = 28$

و منه $AC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ إذن $\boldsymbol{AC = 2\sqrt{7}\ cm}$

3) المستقيم المار من I والموزي لـ (AB) يقطع (AC) في النقطة J

أ ـ بين أن J منتصف $[AC]$

في المثلث ABC لدينا :

I منتصف $[BC]$

و $(IJ) // (AB)$ إذن (IJ) يقطع الضلع الثالث $[AC]$ في المنتصف

و بما أن (IJ) يقطع (AC) في J فإن **J منتصف $[AC]$**

ب ـ أحسب IJ و BJ

$IJ = ?$

في المثلث ABC لدينا :

I منتصف $[BC]$

و J منتصف $[AC]$ إذن $IJ = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$ إذن **$IJ = 3\ cm$**

$BJ = ?$

بما أن المثلث ABJ قائم في A (لأن J النقطة من $[AC]$) و ABC قائم في A

إذن حسب نظرة بيتاغور فإن $BJ^2 = AB^2 + AJ^2$

و لنا $AJ = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$ و $AB = 6\ cm$ (معطى)

إذن $BJ^2 = AB^2 + AJ^2 = 6^2 + (\sqrt{7})^2 = 36 + 7 = 41$

و بالتالي **$BJ = \sqrt{43}\ cm$**

4) لتكن F مناظرة J بالنسبة إلى I بين أن الرباعي $CFBJ$ متوازي أضلاع

في الرباعي $CFBJ$ لدينا :

I منتصف $[BC]$

و I منتصف $[FJ]$ (F مناظرة J بالنسبة إلى I) إذن الرباعي قطراه يتقاطعان في المنتصف فهو **متوازي أضلاع**

5) لتكن H المسقط العمودي للنقطة J على (CF) أحسب JH

بما أن $(IJ) // (AB)$ و F مناظرة J بالنسبة إلى I فإن $(FJ) // (AB)$

وبماأن $(AB) \perp (AC)$ (لأن ABC قائم في A) فإن $(FJ) \perp (CJ)$ ومنه المثلث JCF قائم في J

JCF قائم في J

و H المسقط العمودي للنقطة J على (CF) إذن $JH \times CF = JC \times JF$ و منه $JH = \frac{JC \times JF}{CF}$

و لنا $JC = \sqrt{7}$ (لأن $AC = 2\sqrt{7}$ و J منتصف $[AC]$)

و $CF = BJ = \sqrt{43}$ (ضلعين متقابلين من متوازي الأضلاع $CFBJ$)

و $JF = 2IJ = 6$ (لأن F مناظرة J بالنسبة إلى I)

إذن $JH = \frac{JC \times JF}{CF} = \frac{\sqrt{7} \times 6}{\sqrt{43}} = \frac{\sqrt{7} \times 6 \times \sqrt{43}}{\sqrt{43} \times \sqrt{43}} = \frac{6}{43}\sqrt{301}$ إذن **$JH = \frac{6}{43}\sqrt{301}$**

6) المستقيم المار من F والموزي لـ (HJ) يقطع (BJ) في النقطة E

أ- بين أن الرباعي $EFHJ$ مستطيل

في الرباعي $EFHJ$ لدينا

$(HJ) // (EF)$ (معطى)

و $(BJ) // (CF)$ (ضلعين متقابلين من متوازي الأضلاع $CFBJ$) إذن الرباعي $EFHJ$ متوازي أضلاع

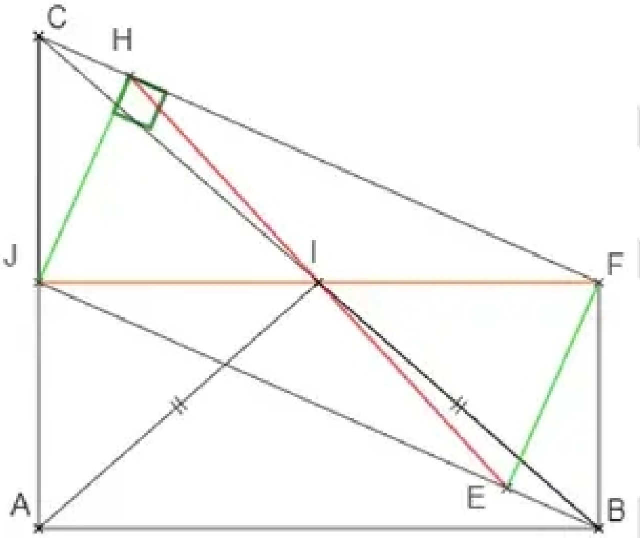
و بما أن $F\hat{H}J = 90°$ (لأن H المسقط العمودي للنقطة J على (CF))

فإن الرباعي $EFHJ$ متوازي أضلاع و له زاوية قائمة فهو **مستطيل**

ب - استنتج البعد HE

بما أن الرباعي $EFHJ$ مستطيل فإن قطراه متقايسان

وبالتالي $HE = JF$ ولنا مما سبق $JF = 2IJ = 6$ فإن $\boldsymbol{HE = 6\ cm}$



التمرين الرابع (4,5 نقاط) (وحدة قيس الطول الصنتمتر)

في الرسم المقابل $SABCD$ هرم منتظم قاعدته المربع $ABCD$ و ارتفاعه $[OS]$

حيث $AB = 4\sqrt{2}$ و $OS = 4\sqrt{3}$ و M منتصف $[BC]$ و N منتصف $[SC]$

1) أ - أحسب OA

بما أن $ABCD$ مربع و $[AC]$ قطر له فإن $AC = AB\sqrt{2}$

و لنا $AB = 4\sqrt{2}$ إذن $AC = AB\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$

و بما أن O مركز قاعدة الهرم المنتظم أي مركز المربع $ABCD$ فإن O منتصف القطرين

و بالتالي O منتصف $[AC]$ و منه $OA = \frac{AC}{2} = \frac{8}{2} = 4$ إذن $\boldsymbol{OA = 4\ cm}$

ب - بين أن $SB = 8$

بما أن $SABCD$ هرم منتظم قاعدته المربع $ABCD$ مركزه O و ارتفاعه $[OS]$

و $[SB]$ حرف من أحرفه الجانبية فإن $SB^2 = r^2 + h^2$

و لنا A رأس من القاعدة و O مركزها فإن $AO = r$ (شعاع الدائرة المحيطة بالقاعدة)

و $h = OS$ (ارتفاع الهرم)

إذن $SB^2 = r^2 + h^2$

$= OA^2 + OS^2$

$= 4^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2$

$= 16 + 48 = 64$ ومنه **$SB = 8\ cm$**

ج ـ أحسب SM

بما أن الهرم منتظم فإن أحرفه الجانبية متقايسة و بالتالي كل وجه من أوجهه الجانبية مثلث متقايس الضلعين

ومنه المثلث متقايس SBC في S و M منتصف $[BC]$ إذن $(SM) \perp (BC)$

و بالتالي المثلث SMB قائم في M إذن حسب نظرية بيتاغور فإن $SB^2 = SM^2 + MB^2$

و منه $SM^2 = SB^2 - MB^2$

و لنا $MB = \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ لأن (M منتصف $[BC]$ و $ABCD$ مربع)

بالتالي $SM^2 = SB^2 - MB^2 = 8^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 64 - 8 = 56$

إذن $SM = \sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$

2) أحسب ON و MN

$ON = ?$

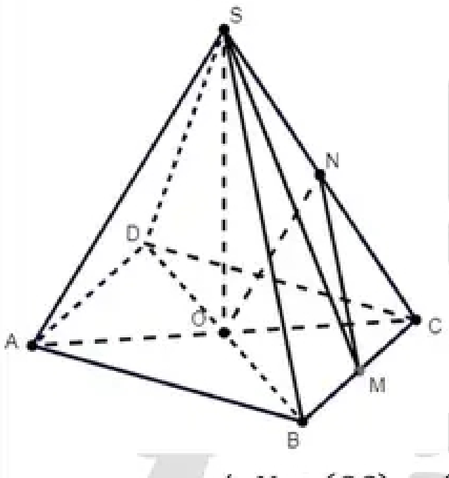
بما أن $[OS]$ ارتفاع الهرم المنتظم فإن (OS) عمودي على المستوي (ABC)

و (OC) محتوٍ في (ABC) إذن $(OS) \perp (OC)$ و منه المثلث COS قائم في O

و بما أن N منتصف الوتر $[SC]$ فإن $ON = NS = NC = \frac{SC}{2}$

و لنا $SC = SB = 8$ (الأحرف الجانبية للهرم المنتظم متقايسة)

إذن $ON = \frac{SC}{2} = \frac{8}{2} = 4$ إذن **$ON = 4\ cm$**



$MN = ?$

في المثلث SBC لدينا :

$\begin{cases} M \text{ منتصف } [BC] \\ \text{و } N \text{ منتصف } [SC] \end{cases}$ إذن $MN = \frac{SB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ إذن **$MN = 4\ cm$**

3) أ ـ ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (MN) و (CD)

بما أن $(MN) \subset (SBC)$ (لأن $M \in (BC) \subset (SBC)$ و $N \in (SC) \subset (SBC)$)

و (CD) يقطع (SBC) (لأن (SBC) يحمل وجه جانبي من الهرم و (CD) من مستوي قاعدة الهرم)

فإن **(MN) و (CD) ليسا من نفس المستوي**

ب ـ بين أن المستقيم (MN) موازي للمستوي (SAB)

لدينا (MN) و (SB) من نفس المستوي (SBC)

في المثلث SBC لدينا :

M منتصف $[BC]$

و N منتصف $[SC]$ إذن $(MN) // (SB)$

لدينا الآن : $(SB) \subset (SAB)$

و $(MN) // (SB)$ أذن $\mathbf{(MN) // (SAB)}$

4) أ ـ بين أن (OB) عمودي على المستوي (SAC)

بما أن $[OS]$ ارتفاع الهرم المنتظم فإن (OS) عمودي على المستوي (ABC)

و (OB) محتو في (ABC) إذن $(OB) \perp (OS)$

و بما أن $ABCD$ مركزه O فإن قطراه متعامدان و بالتالي $(OB) \perp (OA)$

لدينا الآن : $(OA) \subset (SAC)$

و $(OS) \subset (SAC)$

و $(OA) \cap (OS) = \{O\}$ إذن $\mathbf{(OB) \perp (SAC)}$

و $(OB) \perp (OA)$

و $(OB) \perp (OS)$

ب ـ استنتج أن المثلث BON قائم في O

بما أن $(OB) \perp (SAC)$ في النقطة O

و $(ON) \subset (SAC)$ (لأن $O \in (AC) \subset (SAC)$ و $N \in (SC) \subset (SAC)$) إذن $(OB) \perp (ON)$

و بالتالي المثلث **BON قائم في O**

المدرسة الإعدادية نهج كرانتشي باردو

الأستاذة
زكية حسن
الشريف