الدرس الأول التناظر المركزي 8 أساسي

I – تمهيد

رأينا في السابعة أساسي درس التناظر المحوري وقلنا بأنه كلما كان لدينا مستقيم أمكننا الحديث عن تناظر محوري.
ليكن Δ مستقيما من المستوي. لكل نقطة من المستوي M تتحصل على نقطة 'M تكون مناظرة M بالنسبة إلى Δ حيث يكون المستقيم Δ الموسط العمودي لقطعة المستقيم [MM']. المستقيم Δ يسمى محور التناظر وكل نقطة منه تكون مناظرة لنفسها (نقطة لا متغيرة)

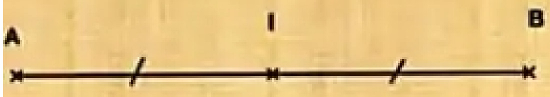
- مناظر مستقيم بتناظر محوري هو مستقيم. (التناظر المحوري يحافظ على الإستقامة)
- مناظر نصف مستقيم بتناظر محوري هو نصف مستقيم.
- مناظر قطعة مستقيم بتناظر محوري هي قطعة مستقيم مقايسة لها. (التناظر المحوري يحافظ على البعد)
- مناظرة دائرة بتناظر محوري هي دائرة لها نفس الشعاع ومركزها مناظر مركز الدائرة الأولى.
- مناظرة زاوية بتناظر مركزي هي زاوية لها نفس قيس الفتحة. (التناظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا)
- مناظر شكل هندسي بتناظر محوري هو شكل هندسي له نفس المساحة والمحيط. (التناظر المركزي يحافظ على المساحة والمحيط)

II – التناظر المركزي

تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB]؛ يعني:
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$



نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

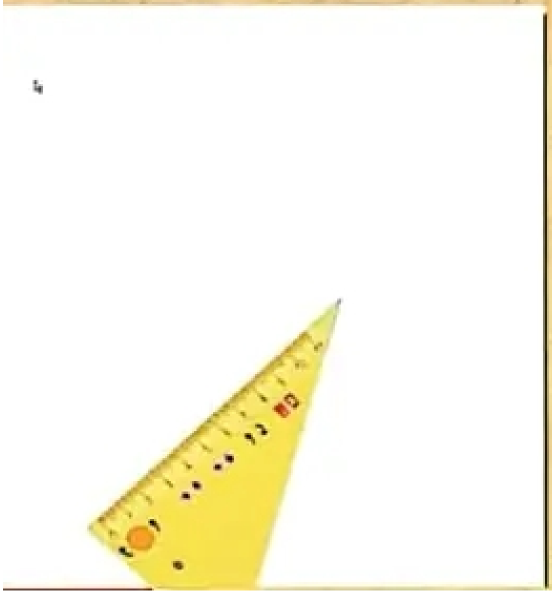
1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

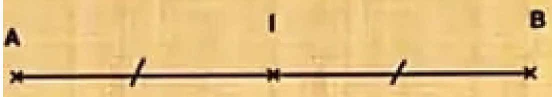
إصلاح:

1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.



II – التناظر المركزي



تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني { • النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
• $IA = IB$ }

نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

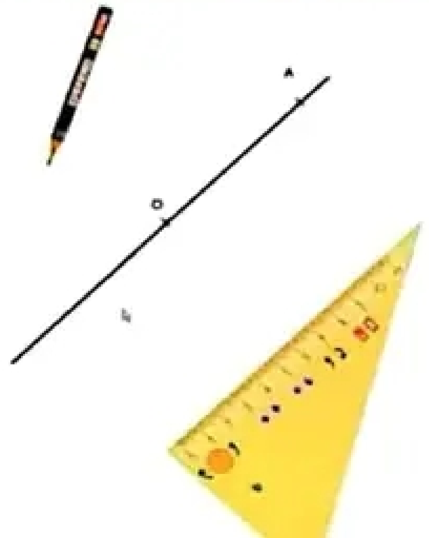
1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

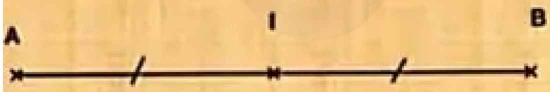
اصلاح:

1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.



II – التناظر المركزي



تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني {
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$

نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

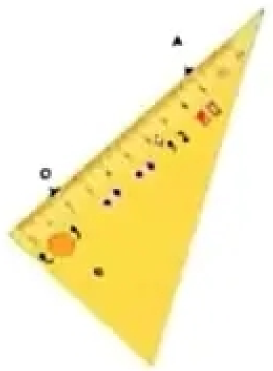
1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

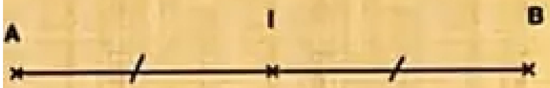
اصلاح:

1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.



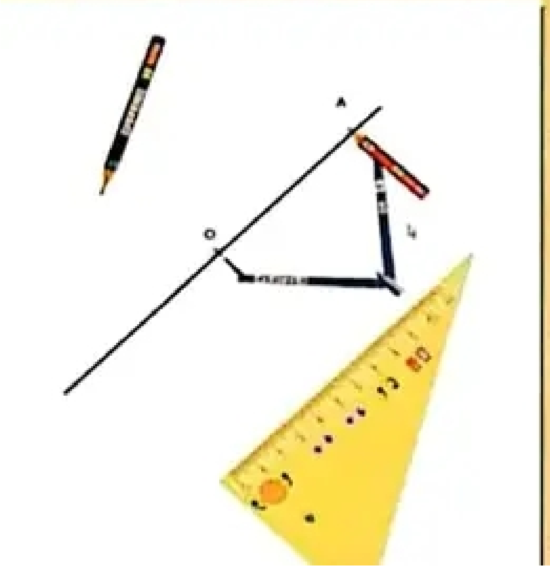
II – التناظر المركزي



تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$



نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

اصلاح:

1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.

II – التناظر المركزي

تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$

نشاط تمهيدي:

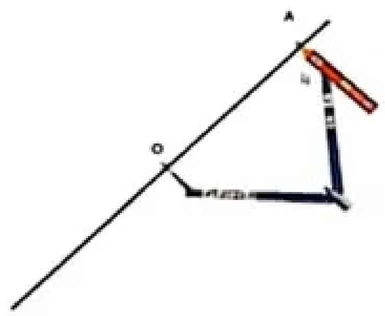
لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

اصلاح:

1) أنظر الرسم.



2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.

II – التناظر المركزي

تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

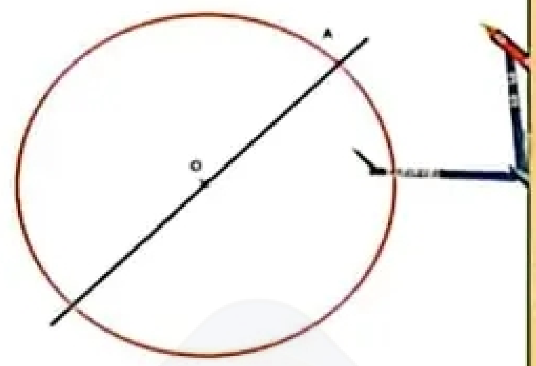
I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني {
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$

نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.
2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

اصلاح:



1) أنظر الرسم.
2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.

II – التناظر المركزي

تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني {
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$

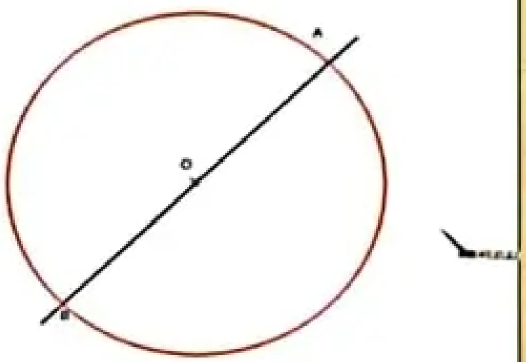
نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

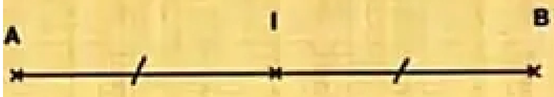
اصلاح:



1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.

II – التناظر المركزي



تعريف منتصف قطعة مستقيم:

لتكن [AB] قطعة مستقيم من المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم [AB] يعني
- النقاط A و B و I على إستقامة واحدة
- $IA = IB$

نشاط تمهيدي:

لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطة A من المستوي مخالفة لـ O.

2) ابن النقطة B بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [AB].

اصلاح:

1) أنظر الرسم.

2) بما أن O منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و O و B على إستقامة واحدة وهذا يعني أن B تنتمي للمستقيم (OA) وحيث OA = OB فإن B تنتمي للدائرة التي مركزها O وشعاعها OA فنتحصل في النهاية على نقطة وحيدة وهي نقطة تقاطع المستقيم والدائرة والتي نطلق عليها مناظرة A بالنسبة إلى O.

كما نلاحظ أن لكل نقطة من المستوي M من المستوي نتحصل على نقطة M' بحيث تكون O منتصف قطعة المستقيم [MM'].

عموما:

لنعتبر O نقطة من المستوي و M نقطة مخالفة لـ O.

توجد نقطة وحيدة من المستوي M' تحقق O منتصف قطعة المستقيم [MM']، هذه النقطة تسمى مناظرة M بالنسبة إلى O.

النقطة O تسمى مركز التناظر.

نقول بأن M و M' متناظرتان بالنسبة إلى O.

التناظر بالنسبة إلى O يسمى التناظر المركزي.

O هي النقطة الوحيدة المناظرة لنفسها بالنسبة إلى O.

تطبيق:

أرسم مثلثا ABC و I منتصف [AB].

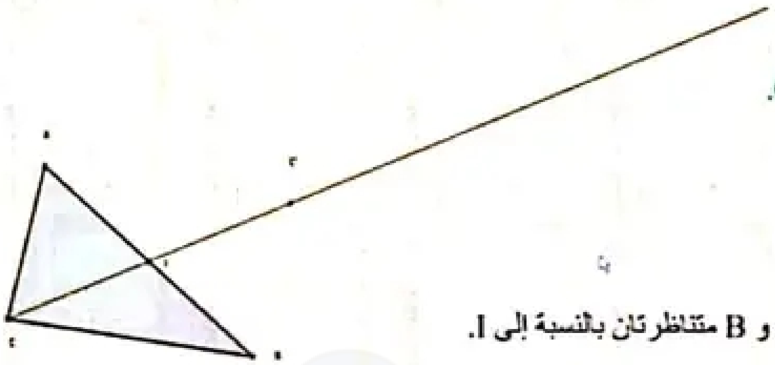
1) ما هي مناظرة A بالنسبة إلى I.

2) ابن النقطة C' مناظرة C بالنسبة إلى I.

اصلاح:

1) بما أن I منتصف قطعة المستقيم [AB] فإن A و B متناظرتان بالنسبة إلى I.

2) أنظر الرسم.



III – خاصيات التناظر المركزي

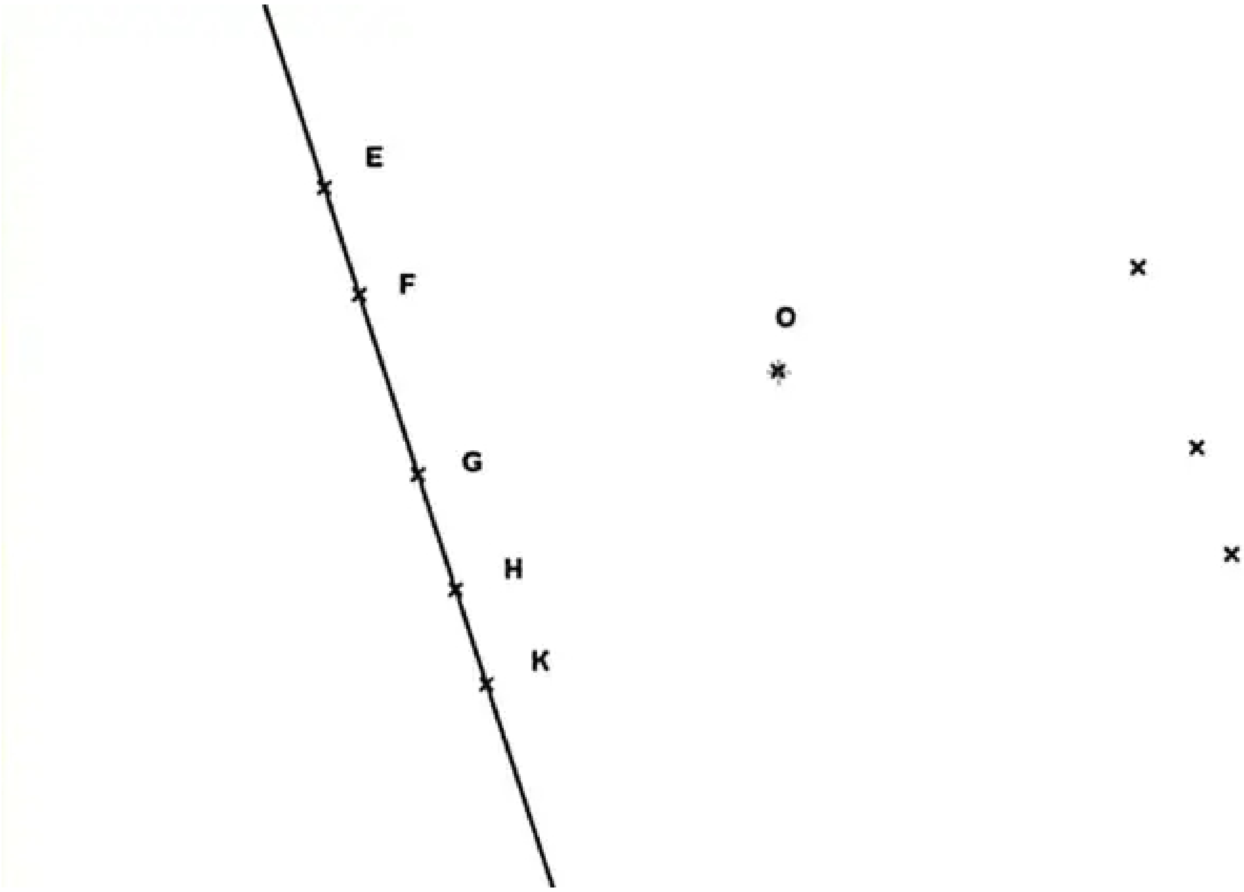
1) مناظر مستقيم – مناظر نصف مستقيم – المحافظة على الاستقامة

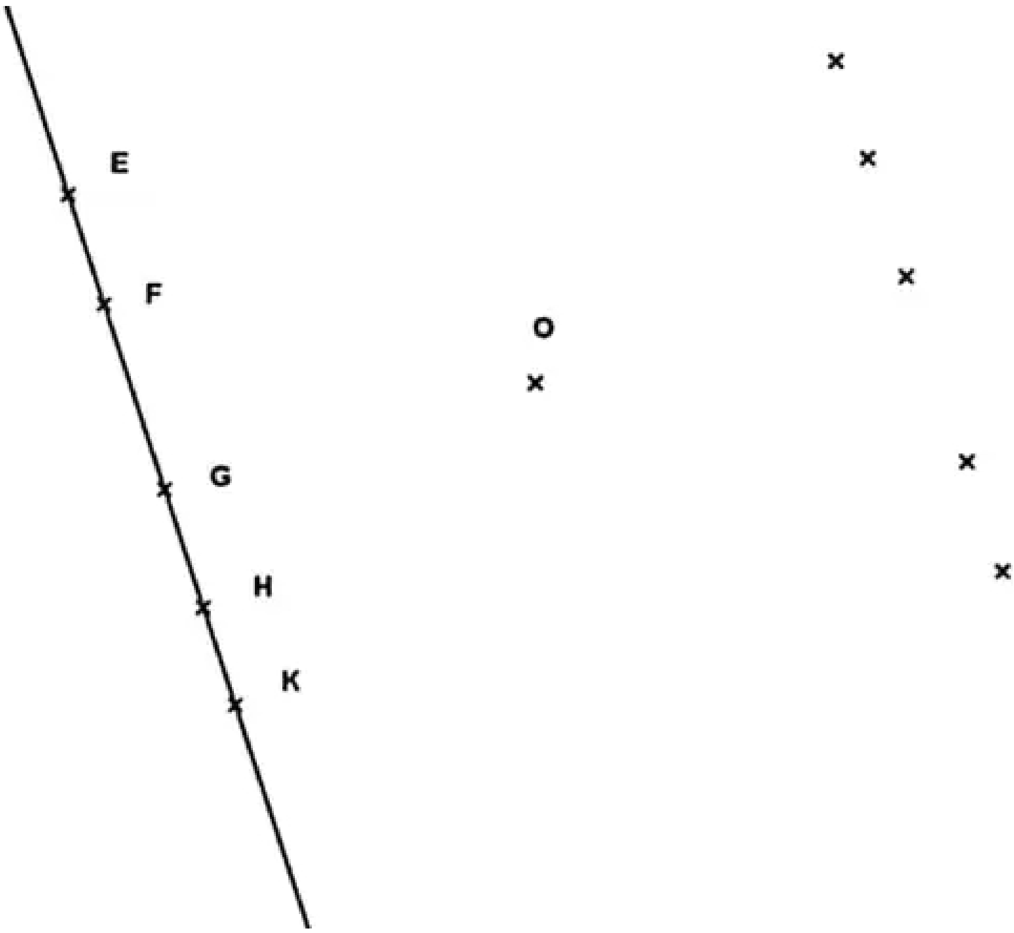
نشاط تمهيدي عدد 01:

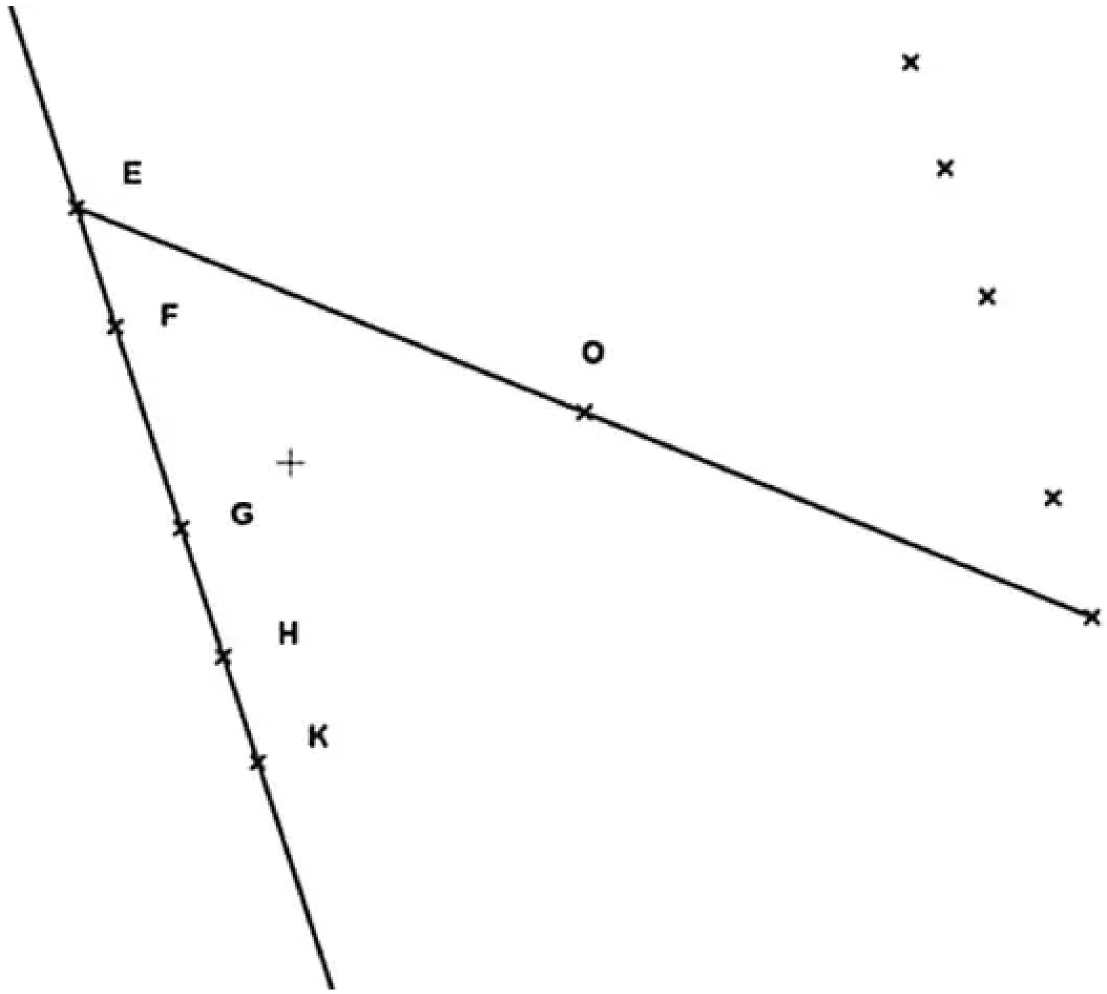
1) أرسم مستقيما (D) ونقطة O لا تنتمي إليه.
2) عين النقاط E و F و G و H و K على المستقيم (D) ثم ابن مناظراتها على التوالي E′ و F′ و G′ و H′ و K′ بالنسبة إلى O. ماذا تلاحظ؟
3) تحقق من أن المستقيمان (D) و (E′F′) متوازيان.
4) ما هو مناظر نصف المستقيم [EF) بالنسبة إلى O؟
5) ماذا تستنتج؟

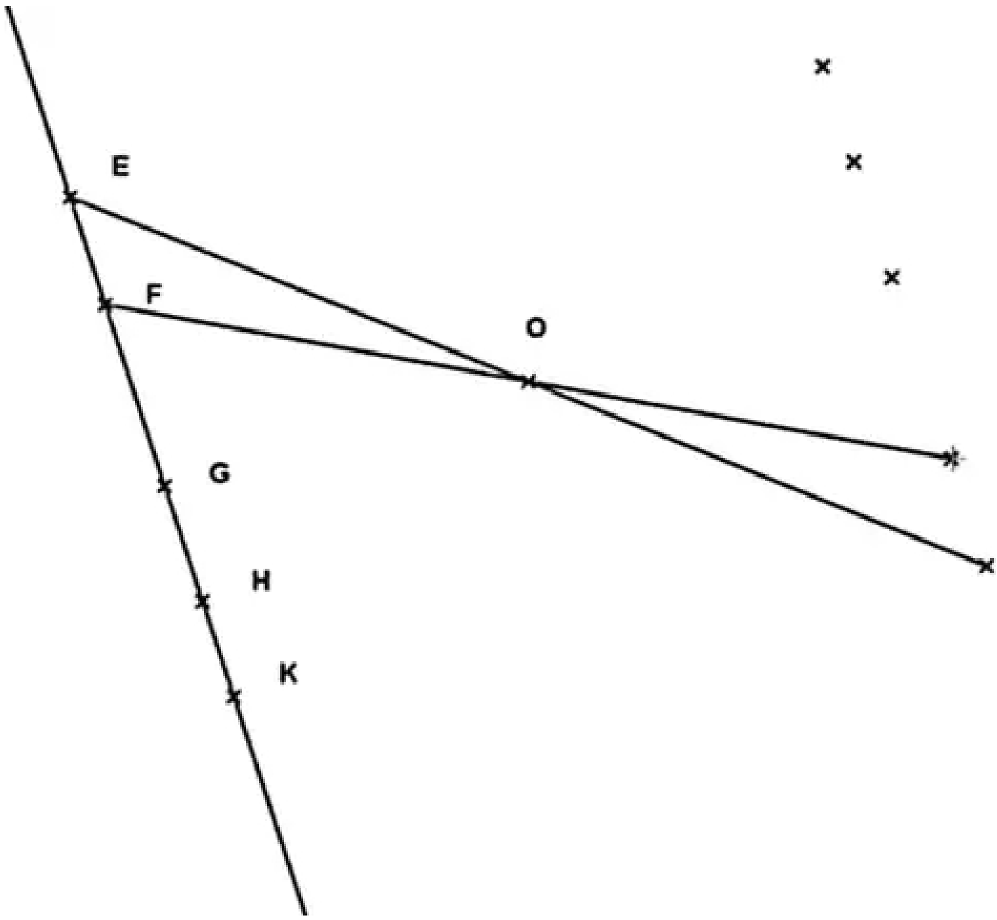
اصلاح:

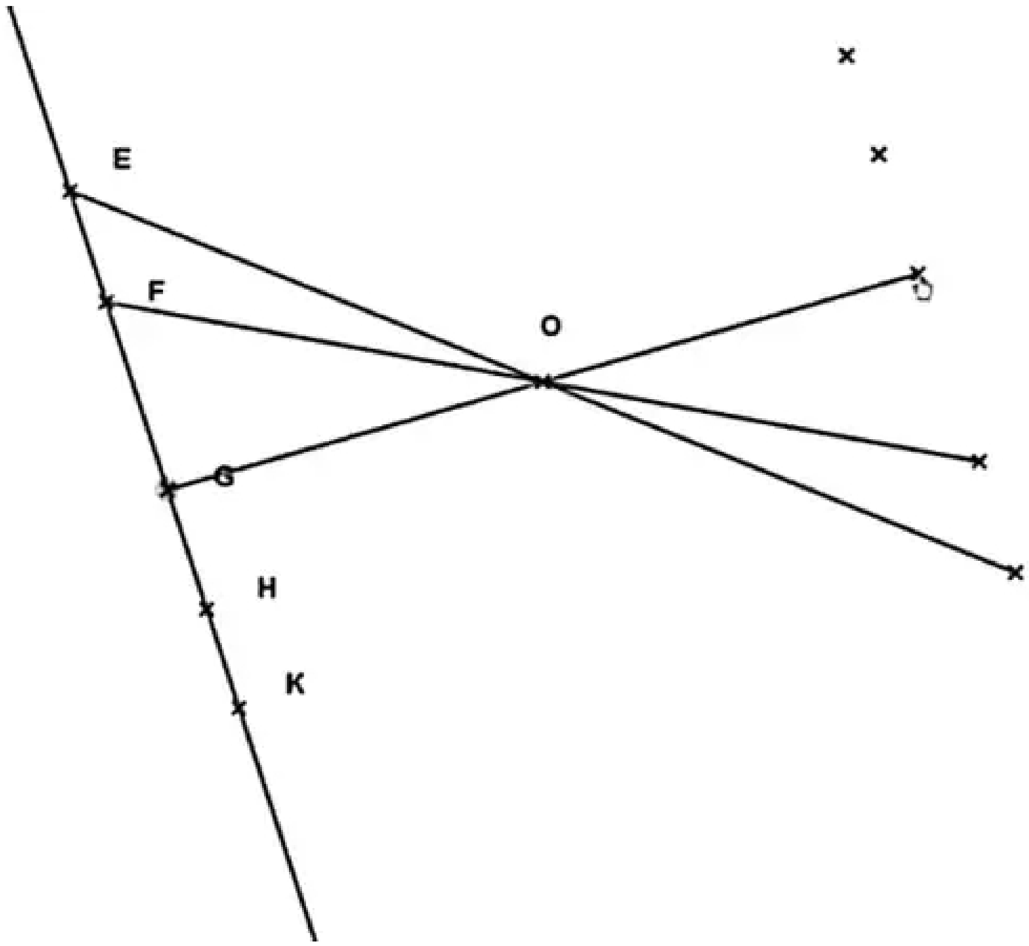
1) أنظر الرسم.
2) نلاحظ أن النقاط E′ و F′ و G′ و H′ و K′ كلها على إستقامة واحدة مما يعني أن مناظر المستقيم (D) بالنسبة إلى O هو المستقيم (E′F′).
3) نرسم مستقيم عمودي على (D) فنلاحظ أيضا أنه عمودي على (E′F′) وبالتالي فإن (D) // (E′F′).
4) مناظر نصف المستقيم [EF) بالنسبة إلى O هو نصف المستقيم [E′F′).

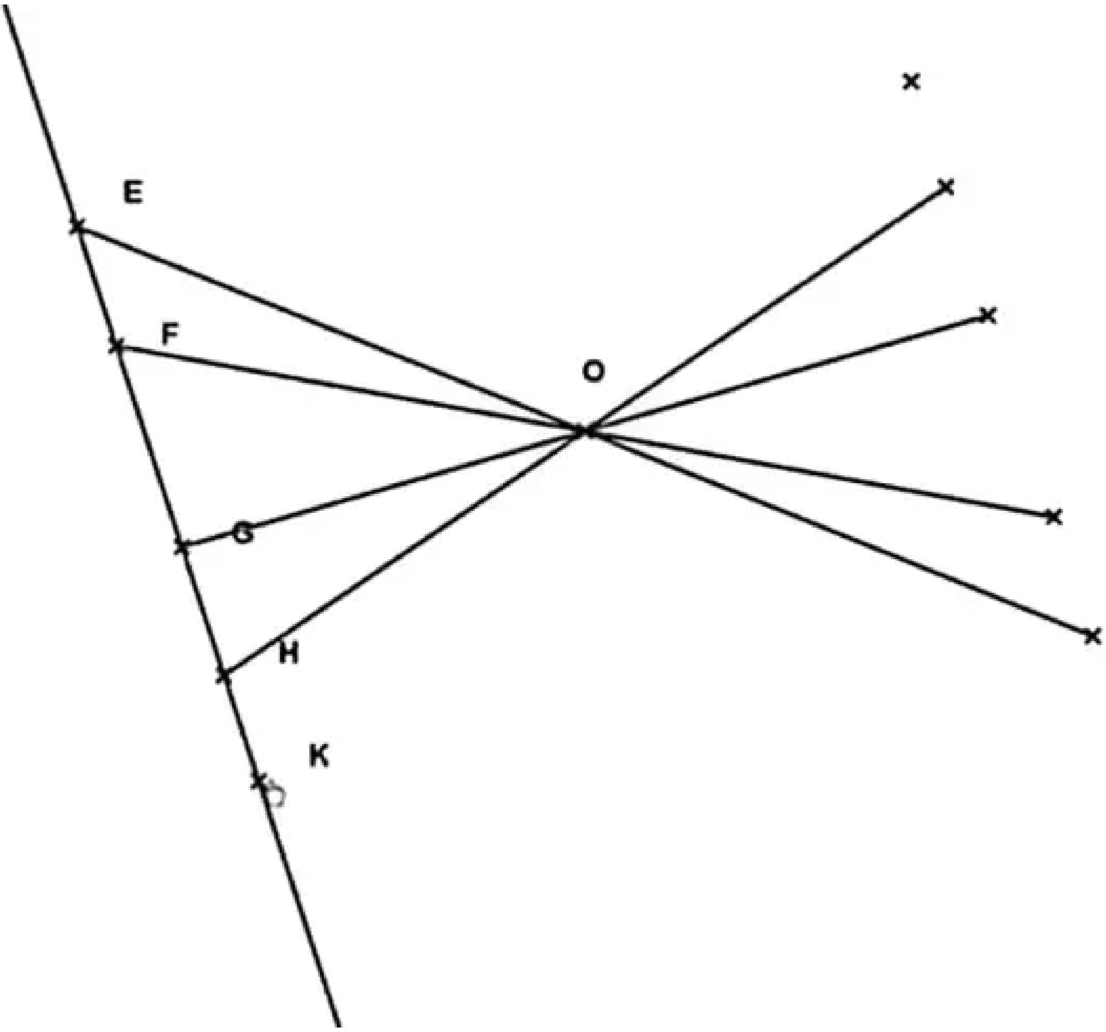

E
F
G
H
K
O

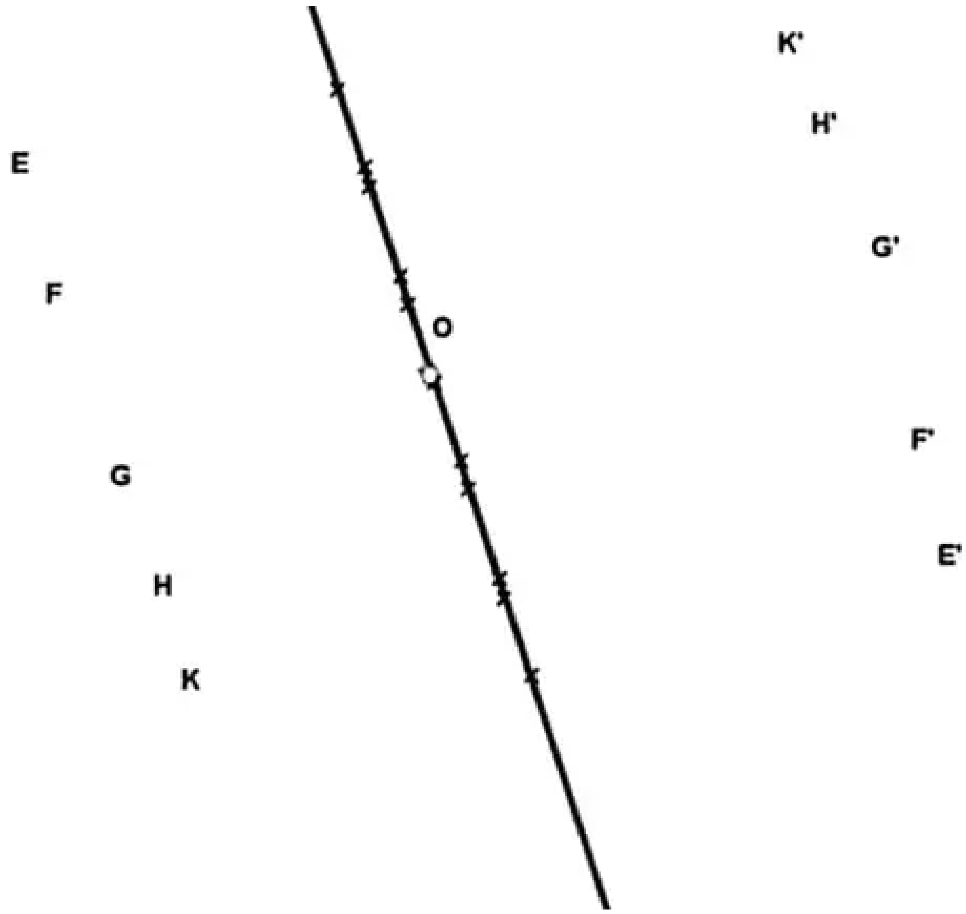

E
F
O
G
H
K

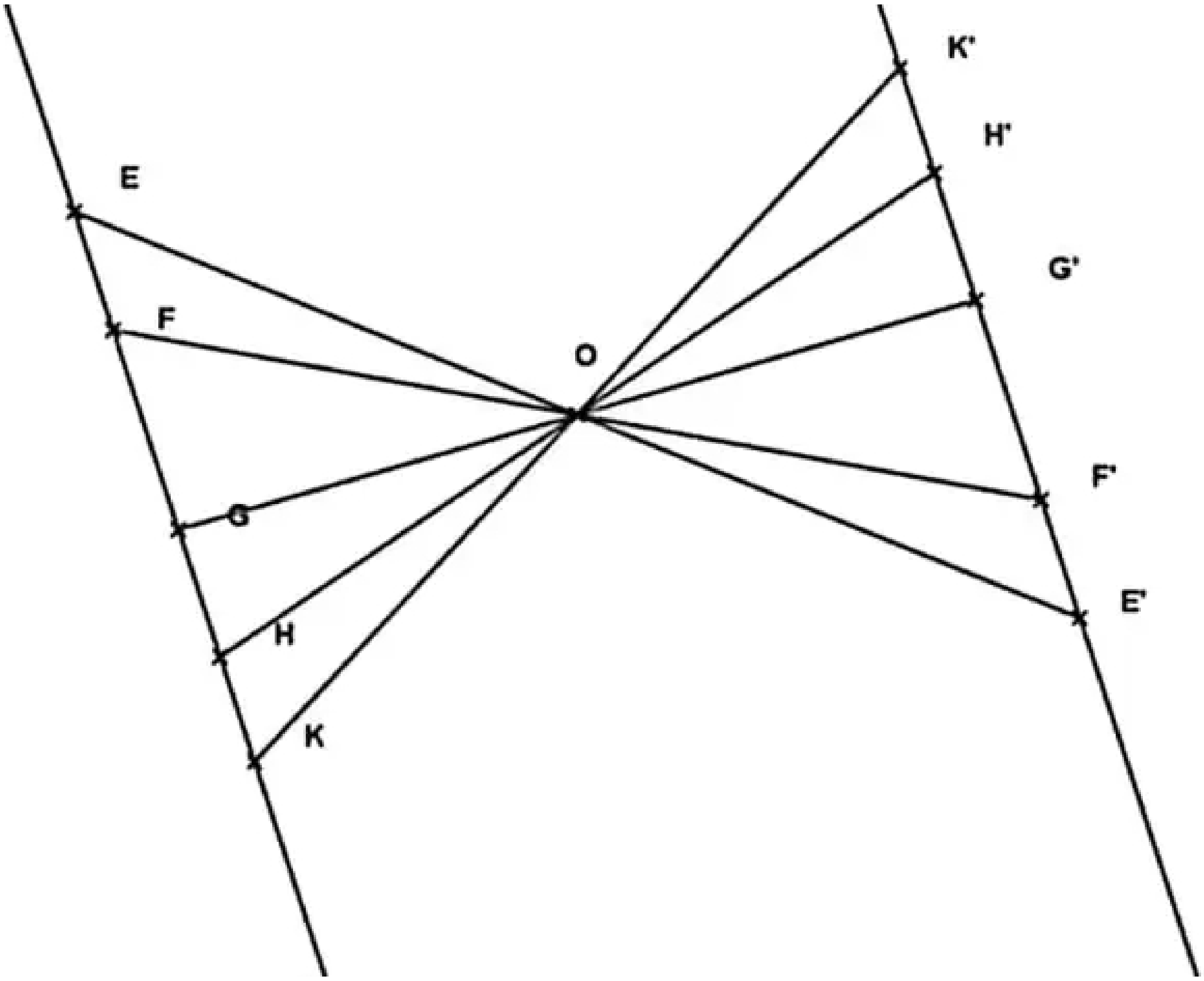

E
F
O
G
H
K

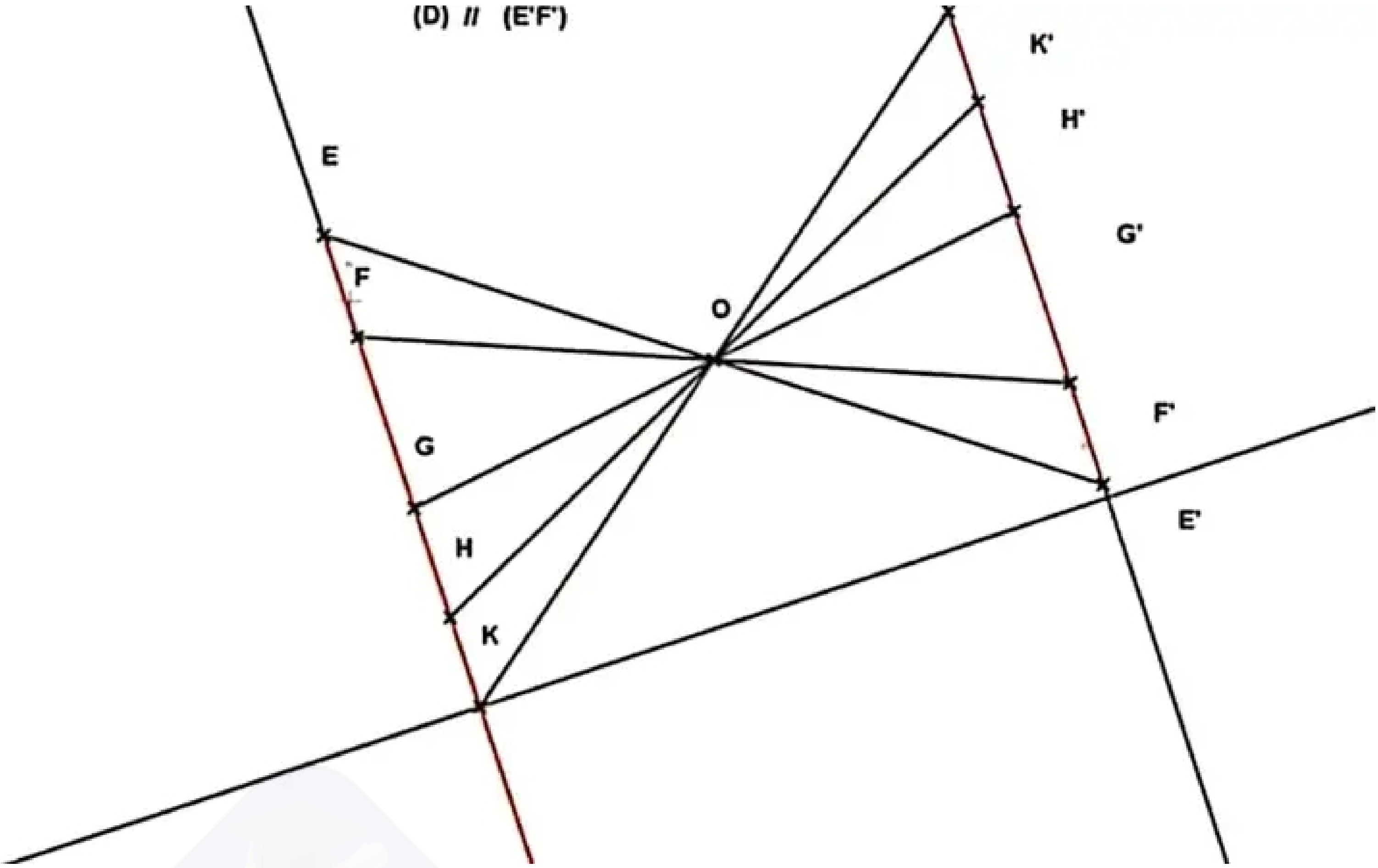

E
F
O
G
H
K


E
F
O
G
H
K


E
F
O
G
H
K


E
F
G
H
K
O
K'
H'
G'
F'
E'


K'
H'
E
G'
F
O
F'
G
E'
H
K


(D) // (E'F')
E
F
G
H
K
O
K'
H'
G'
F'
E'

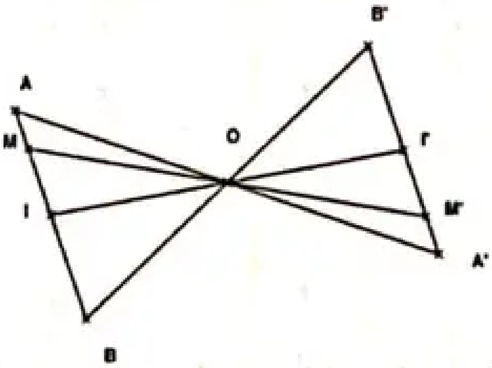
عموما:

لتكن O نقطة من المستوي. إذا كانت A و B نقطتان من المستوي و A' و B' مناظرتى A و B على التوالي بالنسبة إلى O فان $AB = A'B'$ ونقول بأن التناظر المحوري يحافظ على البعد.

نشاط تمهيدي عدد 03:

لنعتبر O نقطة من المستوي و [AB] قطعة مستقيم لا تحتوي النقطة O.

1) ابن النقطتين A' و B' مناظرتى A و B بالنسبة إلى O.
2) ابن I منتصف قطعة المستقيم [AB] و M نقطة مخالفة لـ I. ثم ابن مناظرتيهما على التوالي I' و M' بالنسبة إلى O.
3) بين أن M' تنتمي إلى [A'B'] وأن I' منتصف [A'B'].



اصلاح:

1) و 2) أنظر الرسم.

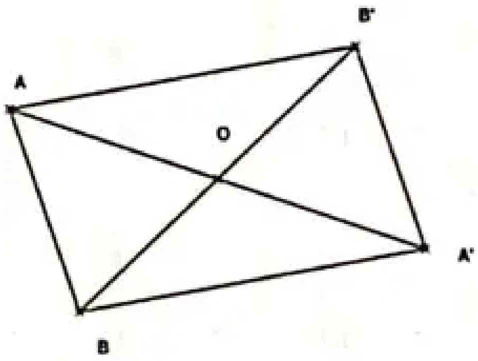
3) بما أن التناظر المركزي يحافظ على الإستقامة والبعد فإن A' و B' و M' على إستقامة واحدة و $A'M' + B'M' = AM + BM = AB = A'B'$ إذا M' تنتمي لـ [A'B'] يعني أن مناظرة قطعة المستقيم [AB] بالنسبة إلى O هي قطعة المستقيم [A'B'].

بما أن A و B و I على إستقامة واحدة و $IA = IB$ فإن A' و B' و I' على إستقامة واحدة و $I'A' = I'B'$ وينتج عنه أن I' منتصف قطعة المستقيم [A'B'].

عموما:

لتكن O نقطة من المستوي.

- مناظر مستقيم بالنسبة إلى O هو مستقيم مواز له (لبناء مناظر مستقيم بتناظر مركزي يكفي بناء مناظرة نقطتان منه للحصول على المستقيم الصورة)
- مناظر نصف مستقيم [AB) بالنسبة إلى O هو نصف مستقيم [A'B') بحيث A' و B' مناظرات A و B على التوالي بالنسبة إلى O.
- مناظرات ثلاث نقاط على إستقامة واحدة بتناظر مركزي هي ثلاث نقاط على إستقامة واحدة (التناظر المركزي يحافظ على الإستقامة)



2) مناظرة قطعة مستقيم – المحافظة على البعد – المحافظة على المنتصف:

نشاط تمهيدي عدد 02:

لتكن O نقطة من المستوي.

1) عين نقطتين A و B نقطتين من المستوي حيث O و A و B ليست على إستقامة واحدة.

2) ابن النقطتين A' و B' مناظرات A و B على التوالي بالنسبة إلى O.

3) بين أن الرباعي ABA'B' متوازي الأضلاع ثم استنتج أن AB = A'B'

اصلاح:

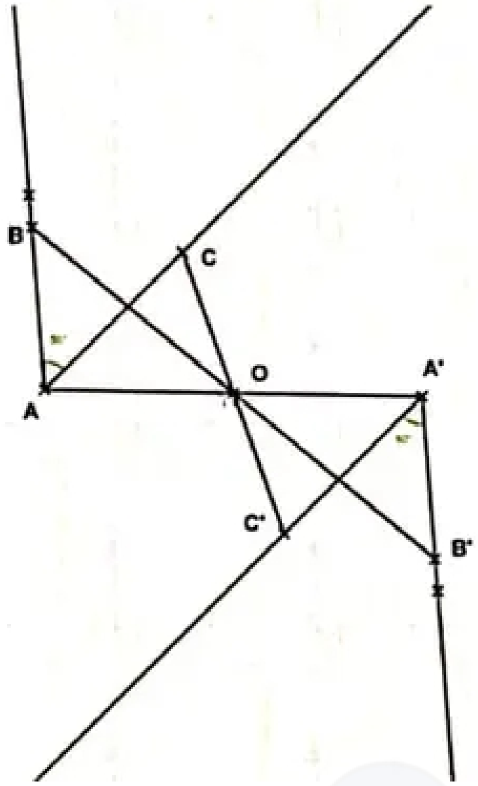
1) و 2) أنظر الرسم

3) بما أن مناظر المستقيم (AB) هو المستقيم (A'B') ومناظر المستقيم (AB') هو المستقيم (B'A) بالنسبة إلى O فإن (AB) // (A'B') و (AB')//(B'A) مما يعني أن الرباعي ABA'B' متوازي الأضلاع ومنه AB = A'B'.

عموما:
مناظرة قطعة مستقيم بتناظر مركزي هي قطعة مستقيم مقايسة لها.
التناظر المركزي يحافظ على المنتصف.

3) مناظرة زاوية:

نشاط تمهيدي عدد 04:

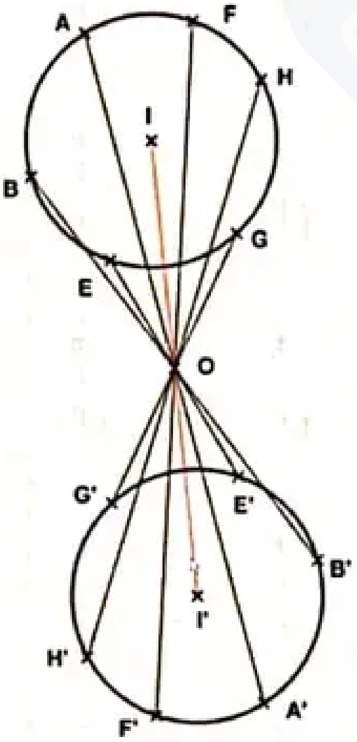


1) أرسم زاوية $\widehat{BAC}$ قيسها $50°$ ونقطة O من المستوي.
2) ابن النقاط 'A و 'B و 'C مناظرات A و B و C بالنسبة إلى O.
3) تحقق من أن $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 50°$.

اصلاح:

1) و 2) أنظر الرسم.
3) باستعمال أدوات الهندسة أو الورق الشفاف سنجد أن الزاويتان لهما نفس القيس وبما أن مناظرة نصفي المستقيم (AB] و (AC] بالنسبة إلى O هما نصفي المستقيم (A'B'] و (A'C'] على التوالي.

عموما:
مناظرة زاوية بتناظر مركزي هي زاوية لها نفس قيس الفتحة.
التناظر المركزي يحافظ على اقيسة الزوايا



(٩)

4) مناظرة دائرة:

نشاط تمهيدي عدد 04:

لنعتبر O نقطة من المستوي و $\mathscr{C}$ الدائرة التي مركزها I وشعاعها r.

1) عين النقاط A و B و E و F و G و H على الدائرة $\mathscr{C}$.

2) ابن النقاط 'A و 'B و 'E و 'F و 'G و 'H و 'I مناظرات A و B و E و F و G و H و I على التوالي بالنسبة إلى O.

3) قارن الأبعاد $I'A'$ و $I'B'$ و $I'E'$ و $I'F'$ و $I'G'$ و $I'H'$.

4) ماذا تلاحظ؟

اصلاح:

1) و 2) أنظر الرسم

3) بما أن النقاط 'I و 'A و 'B و 'E و 'F و 'G و 'H مناظرات I و A و B و E و F و G و H على التوالي بالنسبة إلى O والتناظر المركزي يحافظ على البعد فإن

$$I'A' = I'B' = I'E' = I'F' = I'G' = I'H' = IA = IB = IE = IF = IG = IH = r$$

وهذا يعني أن النقاط 'A و 'B و 'E و 'F و 'G و 'H تنتمي كلها للدائرة التي مركزها 'I وشعاعها r.

إذا مناظرة الدائرة $\mathscr{C}$ بالنسبة إلى O هي الدائرة $\mathscr{C}'$ التي مركزها 'I وشعاعها r.

عموما: مناظرة دائرة بتناظر مركزي هي دائرة لها نفس الشعاع

أي إذا كانت $\mathscr{C}$ دائرة مركزها I وشعاعها r و O نقطة من المستوي فإن مناظرتها هي الدائرة $\mathscr{C}'$ التي مركزها 'I مناظرة I بالنسبة إلى O وشعاعها r.

5) المحافظة على المحيط والمساحة:

شكلان هندسيان (E) و('E) متناظران بالنسبة إلى نقطة O هما متطابقان أي لهما نفس المحيط ونفس المساحة.

التناظر المركزي يحافظ على المحيط والمساحة.

VI – مركز تناظر أشكال هندسية

تعريف: تمثل نقطة O مركز تناظر شكل هندسي إذا كان هذا الشكل مناظر لنفسه بالنسبة إلى O.

- مركز تناظر قطعة مستقيم هو منتصفها.
- كل نقطة من المستقيم تمثل مركز تناظر له.
- مركز الدائرة يمثل مركز تناظر لها.