ب- قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$.

$4^2 = 16$ و $(3\sqrt{2})^2 = 18$

$(3\sqrt{2})^2 > 4^2$ والعددان موجبان إذن $3\sqrt{2} > 4$.

ج- استنتج مقارنة العددين a و b .

$3\sqrt{2} > 4$ يعني $4 - 3\sqrt{2} < 0$

$a^2 - b^2 = 2(4 - 3\sqrt{2}) < 0$

إذن $a^2 < b^2$ والعددان موجبان إذن $a < b$

ب- قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$.

$4^2 = 16$ و $(3\sqrt{2})^2 = 18$

$(3\sqrt{2})^2 > 4^2$ و العددان موجبان إذن $3\sqrt{2} > 4$.

ج- استنتج مقارنة العددين a و b .

$3\sqrt{2} > 4$ يعني $4 - 3\sqrt{2} < 0$

$a^2 - b^2 = 2(4 - 3\sqrt{2}) < 0$

إذن $a^2 < b^2$ و العددان موجبان إذن $a < b$

تمرين عدد 8 :

1) نعتبر العددين $a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$ و $b = (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + 1$

أ- بيّن أن $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3}$.

$$a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2} = 3 + \sqrt{81 \times 2} - 10\sqrt{2}$$

$$= 3 + 9\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 3 - \sqrt{2}$$

$$b = (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + 1 = 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3 + 1$$
$$= \sqrt{3}$$

ب- استنتج علامة العدد a

$3 > \sqrt{2}$ إذن $3 - \sqrt{2} > 0$ ومنه $a > 0$

وبالتالي a عدد موجب.

2) أ- بيّن أن $a^2 - b^2 = 2(4 - 3\sqrt{2})$.

$$a^2 - b^2 = (3 - \sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 - 3$$
$$= 8 - 6\sqrt{2} = 2(4 - 3\sqrt{2})$$

ب- استنتج أن $bc > 1$.

a و c مقلوبان يعني $c = \frac{1}{a}$

$bc = b \times \frac{1}{a} = \frac{b}{a}$

ولنا $b > a$ (حسب السؤال 1) ب)

إذن $\frac{b}{a} > 1$ ومنه $bc > 1$.

3) بين أن العدد $\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + 2}$ هو عدد صحيح طبيعي .

$\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + 2} = \sqrt{a \times \frac{1}{c} + c \times \frac{1}{a} + 2} = \sqrt{a \times a + c \times c + 2}$

$= \sqrt{a^2 + c^2 + 2} = \sqrt{a^2 + c^2 + 2 \times a \times c} = \sqrt{(a + c)^2}$

$= \sqrt{(7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3})^2} = \sqrt{14^2} = 14$.

تمرين عدد 7 :

1) نعتبر العددين $a = (\sqrt{3}+2)^2$ و $b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$

أ- بيّن أن $a = 7 + 4\sqrt{3}$ و $b = 7 + 5\sqrt{2}$.

$a = (\sqrt{3}+2)^2 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$

$b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7 = 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 7 = 5\sqrt{2} + 7$

$= 7 + 5\sqrt{2}$

ب- قارن بين العددين $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$ ثم استنتج مقارنة بين العددين a و b .

$(4\sqrt{3})^2 = 48$ و $(5\sqrt{2})^2 = 50$

$(5\sqrt{2})^2 > (4\sqrt{3})^2$ و العددان موجبان إذن $5\sqrt{2} > 4\sqrt{3}$

و منه $5\sqrt{2}+7 > 4\sqrt{3}+7$ أي $b > a$

2) نعتبر العدد $c = 7 - 4\sqrt{3}$

أ- بيّن أن العددين a و c مقلوبان .

$ac = (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 7^2 - (4\sqrt{3})^2 = 49 - 48 = 1$

إذن a و c مقلوبان .

$b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49} = \sqrt{2 \times 100} - \sqrt{25 \times 2} + 7$

$= 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7 = 5\sqrt{2} + 7$

ب- بيّن أن العددين a و b مقلوبان .

$ab = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7) = (5\sqrt{2})^2 - 7^2 = 50 - 49 = 1$

إذن a و b مقلوبان

ج- بيّن أن العددين b و $b(a-1)-1$ متقابلان .

$b(a-1) - 1 + b = ba - b - 1 + b = 0$

إذن $b(a-1)-1$ و b متقابلان

تمرين عدد 6 :

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 5\sqrt{2} - 7$

أ- قارن بين العددين 6 و $5\sqrt{2}$.

$(5\sqrt{2})^2 = 50$ و $6^2 = 36$

$(5\sqrt{2})^2 > 6^2$ و العددان موجبان إذن $5\sqrt{2} > 6$

ب- استنتج علامة العدد a .

$(5\sqrt{2})^2 = 50$ و $7^2 = 49$

$(5\sqrt{2})^2 > 7^2$ و العددان موجبان إذن $5\sqrt{2} > 7$

و منه $5\sqrt{2} - 7 > 0$ أي $a > 0$ و بالتالي a عدد موجب

2) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$

أ- بيّن أن $b = 5\sqrt{2} + 7$.

2) بيّن أن $a = \left(\sqrt{5} - 1\right)^2$.

ط 1 :

$$\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 = \sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5} + 1$$
$$= 5 + 2\sqrt{5} + 1$$
$$= 6 + 2\sqrt{5} = a$$

ط 2 :

$$a = 6 - 2\sqrt{5}$$
$$= \sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} \times 1 + 1^2$$
$$= \left(\sqrt{5} - 1\right)^2$$

3) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{245} - \sqrt{45}$

أ- بيّن أن $b = 4\sqrt{5}$.

$$b = \sqrt{245} - \sqrt{45} = \sqrt{5 \times 49} - \sqrt{5 \times 9} = 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$
$$= 4\sqrt{5}$$

ب- بيّن أن $\dfrac{b - a}{\sqrt{5} - 1}$ هو عدد صحيح طبيعي .

$$\frac{b - a}{\sqrt{5} - 1} = \frac{4\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} = \frac{6\sqrt{5} - 6}{\sqrt{5} - 1} = \frac{6\left(\sqrt{5} - 1\right)}{\sqrt{5} - 1}$$
$$= 6 \in \mathbb{N} .$$

تمرين عدد 5 :

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) - 4$

أ- بيّن أن $a = 6 - 2\sqrt{5}$.

$$a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) - 4 = 2\times 5 - 2\sqrt{5} - 4$$

$$= 10 - 2\sqrt{5} - 4 = 6 - 2\sqrt{5}$$

ب- قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$.

$6^2 = 36$ و $(2\sqrt{5})^2 = 20$

$6^2 > (2\sqrt{5})^2$ والعددان موجبان إذن $6 > 2\sqrt{5}$

ج- استنتج أن a عدد موجب .

لنا $6 > 2\sqrt{5}$ يعني $6 - 2\sqrt{5} > 0$ يعني $a > 0$

إذن a عدد موجب.

4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد c سالب

$$a-b=4-2\sqrt{3}-4-2\sqrt{3}=-4\sqrt{3}<0$$

إذن $b>a$ و بما أن a و b موجبان

إذن $\sqrt{b}>\sqrt{a}$ ومنه $\sqrt{a}-\sqrt{b}<0$

إذن c عدد سالب

ب- احسب c^2 ثم استنتج c

$$c^2=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2$$

$$=a-2\sqrt{4}+b=4-2\sqrt{3}-4+4+2\sqrt{3}=4$$

$c^2=4$ يعني $c=\sqrt{4}$ أو $c=-\sqrt{4}$ يعني $c=2$ أو $c=-2$

و بما أن c عدد سالب فإن $c=-2$

(3

أ- بيّن أنّ $a\times b=4$

$$a\times b=\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)=4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2$$

$$=16-12=4$$

ب- استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=2-\sqrt{3}$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{a^2}{b\times a}}=\sqrt{\frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{4}}=\sqrt{\frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}{2^2}}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\left|\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\right|=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{2\left(2-\sqrt{3}\right)}{2}=2-\sqrt{3}$$

تمرين عدد 4 :

نعتبر العددين الحقيقيين : $a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b=(1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a=4-2\sqrt{3}$ و $b=4+2\sqrt{3}$

$$a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}=4-3\sqrt{4\times3}+\sqrt{16\times3}$$

$$=4-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}=4-2\sqrt{3}$$

$$b=(1+\sqrt{3})^2=1+2\sqrt{3}+3=4+2\sqrt{3}$$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

$(2\sqrt{3})^2=12$ و $4^2=16$

$4^2>(2\sqrt{3})^2$ و العددان موجبان إذن $4>2\sqrt{3}$

أي $4-2\sqrt{3}>0$ و منه $a>0$ إذن a عدد موجب

1) أ- قارن بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$.

$$\sqrt{a+1}+\sqrt{a}-2\sqrt{a}=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}>0$$

إذن $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}>2\sqrt{a}$

ب- استنتج أن $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leq\frac{\sqrt{a}}{2a}$.

لنا $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}\geqslant 2\sqrt{a}$ إذن $\frac{1}{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}\geqslant 2\sqrt{a}$

ومنه $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{a}}$ أي $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leqslant\frac{\sqrt{a}}{2a}$

٣- $x = \frac{3}{\pi - \sqrt{3}}$ و $y = \frac{3}{3 - \sqrt{3}}$.

$$3 - \sqrt{3} - \pi + \sqrt{3} = 3 - \pi < 0$$

إذن $\pi - \sqrt{3} > 3 - \sqrt{3}$ ومنه $\frac{3}{\pi - \sqrt{3}} < \frac{3}{3 - \sqrt{3}}$

تمرين عدد 3 :

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا .

1) أ- اختصر العبارة $A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

$$A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$$

$$A = \sqrt{a+1}^2 - \sqrt{a}^2 = a + 1 - a = 1$$

ب- استنتج مقلوب العدد $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

لنا $(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a}) = 1$ إذن مقلوب العدد

$\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$.

ج- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \pi + \sqrt{12}$.

$x - y = 3\sqrt{3} - \pi - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - \pi - \sqrt{4 \times 3}$

$= 3\sqrt{3} - \pi - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - \pi < 0$

إذن $y > x$

د- $x = \pi + \sqrt{5}$ و $y = 5$.

$x - y = \pi + \sqrt{5} - 5 > 0$

إذن $x > y$

هـ- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{12}$.

$x - y = 3\sqrt{3} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} > 0$

إذن $x > y$

a و b عددان حقيقيّان حيث $ab=-\sqrt{6}$ و $a>b$ لدينا :

$\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$ ☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ☒ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ ☐

$ab=-\sqrt{6}$ إذن a و b لهما علامة مختلفة

و بما أن $a>b$ فإن b سالب و a موجب

إذن $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

تمرين عدد 2 :

قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x-y=\frac{1}{3}$

$x-y=\frac{1}{3}>0$ إذن $x>y$

ب- $x=\pi+1$ و $y=\pi+\sqrt{2}$.

$x-y=\pi+1-\pi-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}<0$

إذن $x<y$.

$(3\sqrt{5})^2=45$ و $7^2=49$

$(3\sqrt{5})^2 < 7^2$ والعددان موجبان إذن $3\sqrt{5} < 7$

ومنه $3\sqrt{5}-7<0$ أي $\boxed{B<0}$

a و b عددان حقيقيّان سالبان قطعا . إذا كان $a \le b$ فإنّ :

$\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$ ☒ $\qquad a^2+\sqrt{2} \ge b^2+1$ ☒ $\qquad -a-1 \ge -(b+3)$ ☒

* a و b سالبان قطعا و $a \le b$ إذن $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$

* a و b سالبان قطعا و $a \le b$ إذن $a^2 \ge b^2$

$\sqrt{2} > 1$ إذن $a^2+\sqrt{2} \ge b^2+1$

* a و b سالبان قطعا و $a \le b$ إذن $-a \ge -b$

$-1 > -3$ إذن $-a-1 \ge -b-3$ ومنه $-a-1 \ge -(b+3)$

إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر حيث $a<b$ فإنّ :

$-12a>-12b$ ☒ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ☐ $-a<-b$ ☐

لنا $a<b$ و $-12<0$ إذن $-12a>-12b$

إذا كان $A=2\sqrt{5}-8$ و $B=3\sqrt{5}-7$ فإنّ :

$0<A<B$ ☐ $A<0<B$ ☐ $A<B<0$ ☒

لنا $3>2$ إذن $3\sqrt{5}>2\sqrt{5}$.

$-7>-8$ إذن $3\sqrt{5}-7>2\sqrt{5}-8$

ومنه $B>A$

$(2\sqrt{5})^2=20$ و $8^2=64$

$8^2>(2\sqrt{5})^2$ والعددان موجبان إذن $8>2\sqrt{5}$

ومنه $2\sqrt{5}-8<0$ أي $A<0$

تمرين عدد 1 :

لكل حالة من الحالات التالية نقترح عدة إجابات محتملة ، ضع علامة (×) أمام المقترح السليم :

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{2}-1$ فإن :

☐ a و b سالبان ☒ $a<b$ ☐ $a>b$

$a-b<-\sqrt{2}-1$ إذن $a-b<0$

ومنه $a<b$

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{5}$ فإن :

☐ a و b سالبان ☐ $(a-b)^2<5$ ☒ $(a-b)^2>5$

$a-b<-\sqrt{5}$ إذن $a-b$ عدد سالب

$a-b<-\sqrt{5}$ يعني $(a-b)^2>(-\sqrt{5})^2$

يعني $(a-b)^2>5$

أ- بيّن أن $b = 5\sqrt{2} + 7$.

ب- بيّن أن العددين a و b مقلوبان .

ج- بيّن أن العددين b و $1 - (1 - a)b(a - 1)$ متقابلان .

تمرين عدد 7 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العددين $a = \left(\sqrt{3} + 2\right)^2$ و $b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$

أ- بيّن أن $a = 7 + 4\sqrt{3}$ و $b = 7 + 5\sqrt{2}$.

ب- قارن بين العددين $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$ ثم استنتج مقارنة بين العددين a و b .

2) نعتبر العدد $c = 7 - 4\sqrt{3}$

أ- بيّن أن العددين a و c مقلوبان .

ب- استنتج أن $bc > 1$.

3) بين أن العدد $\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + 2}$ هو عدد صحيح طبيعي .

تمرين عدد 8 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العددين $a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$ و $b = \left(1 + \sqrt{3}\right)\left(2 - \sqrt{3}\right) + 1$

أ- بيّن أن $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

2) أ- بيّن أن $a^2 - b^2 = 2\left(4 - 3\sqrt{2}\right)$.

ب- قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$.

ج- استنتج مقارنة العددين a و b .

ب- استنتج أنّ $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=2-\sqrt{3}$

4) لِيكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد c سالب

ب- احسب c^2 ثمّ استنتج c

تمرين عدد 5 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)-4$

أ- بيّن أن $a=6-2\sqrt{5}$.

ب- قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$.

ج- استنتج أن a عدد موجب .

2) بيّن أن $a=(\sqrt{5}-1)^2$.

3) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{245}-\sqrt{45}$

أ- بيّن أن $b=4\sqrt{5}$.

ب- بيّن أن $\dfrac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ هو عدد صحيح طبيعي .

تمرين عدد 6 : للمساعدة إضغط هنا

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=5\sqrt{2}-7$

أ- قارن بين العددين 6 و $5\sqrt{2}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

2) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$

تمرين عدد 2 : للمساعدة إضغط هنا

قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x - y = \frac{1}{3}$. ب- $x = \pi + 1$ و $y = \pi + \sqrt{2}$.

ج- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \pi + \sqrt{12}$. د- $x = \pi + \sqrt{5}$ و $y = 5$.

هـ- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{12}$. م- $x = \frac{3}{\pi - \sqrt{3}}$ و $y = \frac{3}{3 - \sqrt{3}}$.

تمرين عدد 3 : للمساعدة إضغط هنا

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا .

1) أ- اختصر العبارة $A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

ب- استنتج مقلوب العدد $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

1) أ- قارن بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$.

ب- استنتج أن $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} \leq \frac{\sqrt{a}}{2a}$.

تمرين عدد 4 : للمساعدة إضغط هنا

نعتبر العددين الحقيقيين : $a = 4 - 3\sqrt{12} + \sqrt{48}$ و $b = (1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a = 4 - 2\sqrt{3}$ و $b = 4 + 2\sqrt{3}$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

3)

أ- بيّن أنّ $a \times b = 4$

تمرين عدد 1 : للمساعدة إضغط هنا (يمكنك مشاهدة الملخص كامل ثم إنجاز التمرين)

لكل حالة من الحالات التالية نقترح عدة إجابات محتملة ، ضع علامة (×) أمام المقترح السليم :

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{2}-1$ فإنّ :

☐ a و b سالبان ☐ $a<b$ ☐ $a>b$

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a-b<-\sqrt{5}$ فإنّ :

☐ a و b سالبان ☐ $(a-b)^2<5$ ☐ $(a-b)^2>5$

إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر حيث $a<b$ فإنّ :

☐ $-a<-b$ ☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ☐ $-12a>-12b$

إذا كان $A=2\sqrt{5}-8$ و $B=3\sqrt{5}-7$ فإنّ :

☐ $A<B<0$ ☐ $A<0<B$ ☐ $0<A<B$

a و b عددان حقيقيان سالبان قطعا . إذا كان $a\leq b$ فإنّ :

☐ $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$ ☐ $a^2+\sqrt{2}\geq b^2+1$ ☐ $-a-1\geq-(b+3)$

a و b عددان حقيقيان حيث $ab=-\sqrt{6}$ و $a>b$ لدينا :

☐ $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ ☐ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ ☐ $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$