الجمهورية التونسية وزارة التربية المندوبية الجهوية للتربية بقابس المدرسة الإعدادية النموذجية بقابس	امتحان تجريبي لشهادة ختم التعليم الأساسي		
	دورة 2021		
	الاختبار: رياضيات	ضارب الاختبار: 2	الحصة: ساعتان

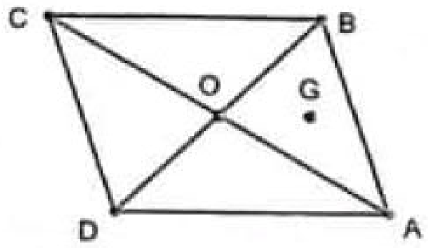
التمرين الأول: (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة

انقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصّحيحة الموافقة له

❶ $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O و G مركز ثقل المثلث AOB . إحداثيات G في المعين $(D;A;C)$ هي :

أ- $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$ ب- $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{6}\right)$ ج- $\left(\frac{5}{6},\frac{1}{2}\right)$



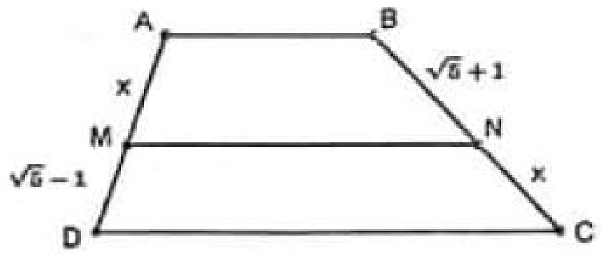
❷ عدد الاعداد التي تقبل القسمة على 6 وتتكون من 3 ارقام مختلفة من قواسم 6 هو :

أ- 5 ب- 4 ج- 3

❸ في الرسم المقابل ABCD شبه منحرف . M نقطة من [AD] و N نقطة من [BC] حيث : $(MN)//(AB)$

إذن x يساوي :

أ- $\sqrt{5}+2$ ب- $\sqrt{5}-2$ ج- 2



التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر العددين: $a=\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ و $b=\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

❶ أ) احسب : $a\times b$ و $a+b$

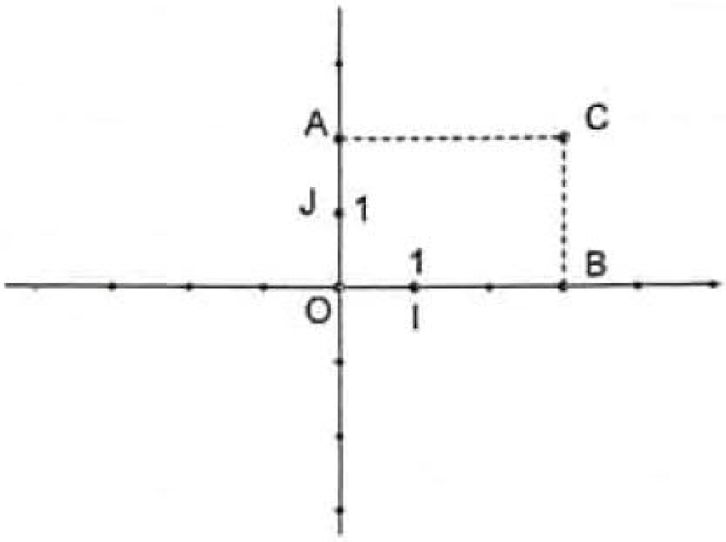
ب) إستنتج أنّ: $a^2+b^2=47$

❷ أ) احسب : $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$

ب) إستنتج أنّ: $\sqrt{a}+\sqrt{b}\in\mathbb{N}$

www.najahni.tn

التمرين الثالث: (4 نقاط)



في الشكل المصاحب $(O;I;J)$ معيّن متعامد حيث $OI = OJ = 1$

❶ بقراءة للشكل

أ) حدد احداثيات النقاط: A و B و C

ب) أوجد البعدين: IB و IA

❷ المستقيم (AI) يقطع (BC) في النقطة D

بيّن أنّ: $ID=2\sqrt{5}$

❸ عيّن النقطة E بحيث $E(0;-2)$

أ) ماذا تمثّل النقطة I بالنسبة للمثلث ABE ؟

ب) المستقيم (AI) يقطع $[BE]$ في النقطة M حدّد إحداثيات M

❹ أ) بيّن أنّ: $AM=\frac{3}{2}\sqrt{5}$

ب) إستنتج أنّ النقطة M منتصف $[AD]$

ج) ماهي إحداثيات النقطة D

لتمرين الرابع: (4.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين:

$$a=\sqrt{\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}}+\frac{5-\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{4} \quad \text{و} \quad b=\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$$

❶ أ) أنشر و إختصر $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2$

ب) إستنتج أنّ: $a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

❷ بيّن أنّ: $b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

❸ أ) بيّن أنّ: a و b مقلوبان

ب) استنتج أنّ: $0 < b < 1$

❹ ليكن x عددا حقيقيا حيث: $0 < x < 1$

أ) بيّن أنّ: $x+1 < \frac{1}{1-x}$

ب) إستنتج أنّ: $\sqrt{6}+2-\sqrt{2} < \frac{4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$

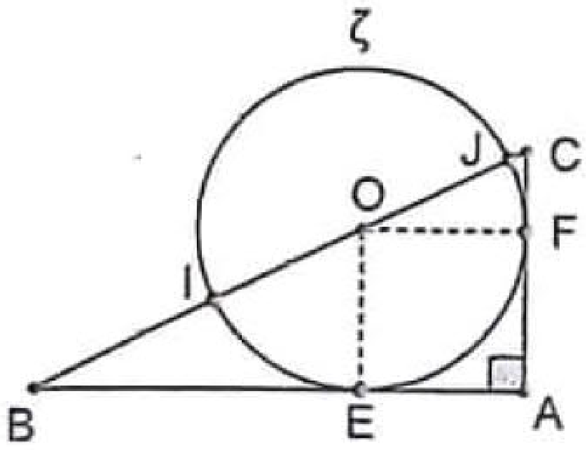
www.najahni.tn

التمرين الخامس : (4.5 نقاط)

تأمل الرسم المصاحب حيث ABC مثلث قائم الزاوية في A و $AB=6$ و $AC=3$ و ζ دائرة مركزها النقطة O من $[BC]$

و مماسة للضلعين $[AB]$ و $[AC]$ في E و F على التوالي

الدائرة ζ تقطع $[BC]$ في نقطتين I و J



❶ أ) بيّن أنّ: $\frac{BE}{BA}=\frac{OE}{AC}$

ب) علما أنّ الرّباعي $OEAF$ مربّع

* أكتب BE بدلالة OE ثمّ إستنتج أنّ: $OE=2$

ج) استنتج أنّ : $BO=\frac{2}{3}BC$

❷ أ) بيّن أنّ : $\frac{CO}{CB}=\frac{1}{3}$

ب) استنتج أنّ: $BC=3\sqrt{5}$ و انّ: $BJ=2\sqrt{5}+2$

❸ المستقيم المّار من A و العمودي على (EI) يقطع (BC) في M

أ) بيّن أنّ: $(EJ)//(AM)$

ب) بيّن أنّ: $\frac{BJ}{BM}=\frac{2}{3}$

ج) استنتج أنّ: $BM=3\sqrt{5}+3$

❹ لتكن N مناظرة M بالنسبة الى A و P نقطة تقاطع (ME) مع (BN)

احسب البعد AP

www.najahni.tn

الإعدادية النموذجية بقابس

إصلاح الامتحان التجريبي لشهادة ختم التعليم الأساسي دورة 2021

التمرين الأول : (3 نقاط)

① احتمالات

G في المعين 1

هي (D,A,C) $\left(\frac{5}{6},\frac{1}{2}\right)$

② 1

آحاد	عشرات	مآت	العدد
2	1	3	312
		6	612
	3	1	132
	6	1	162
6	1	2	216
	2	1	126

③ A و M و D على استقامة واحدة

مساقطها على (BC) بموازاة (AB) هي 1

B و N و C على التوالي $((AB)\parallel(MN)\parallel(CD))$

ف $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$ ومنه : $\frac{x}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{x}$

وبالتالي $x^2=4$ ومنه $x=2$

$(x>0)$

التمرين الثاني : (3,5 نقاط)

① أ- $a\times b=\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}\times\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=1$ 1

$a+b=\frac{(3-\sqrt{5})^2+(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$=\frac{14-6\sqrt{5}+14+6\sqrt{5}}{9-5}=\frac{28}{4}=7$ 1

ب- $a^2+b^2=a^2+2ab+b^2-2ab$

$=(a+b)^2-2ab=7^2-2\times1$ 0,5

$=49-2=47$

② أ- $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{b}^2$ 0,5

$=a+b+2\sqrt{ab}=7+2\times\sqrt{1}=9$.

ب- $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=9$

ف $|\sqrt{a}+\sqrt{b}|=3$ 0,5

بما أن $\sqrt{a}+\sqrt{b}\in\mathbb{R}_+$ ف $\sqrt{a}+\sqrt{b}=3\in\mathbb{N}$

التمرين الثالث : (4,5 نقاط)

1) أ- $A(0,2)$; $B(3,0)$ $C(3,2)$ 0,75

ب- I و B نقطتان من (OI) ف

$IB=|x_B-x_I|=|3-1|=2$ 0,5

IA هو وتر المثلث القائم AOI حيث

$OA=2$ و $OI=1$ إذن $IA=\sqrt{5}$

② في المثلث BID : $A\in(ID)$ و $O\in(IB)$

ولنا : $x_B=x_C=3$ ف $(BC)\parallel(OJ)$ 0,5

ومنه $(BD)\parallel(OA)$ حسب مبرهنة طالس

$\frac{IA}{ID}=\frac{IO}{IB}=\frac{OA}{BD}$ إذن $\frac{\sqrt{5}}{ID}=\frac{1}{2}$

ومنه $ID=2\sqrt{5}$

3) أ- لنا $x_E=-x_A$ و $y_E=-y_A$

ف A و E متناظرتان بالنسبة لـ O إذن

O منتصف $[AE]$ ومنه $[BO]$ هو موسط 0,75

المثلث ABE الصادر من B.

ولنا : $I\in[OB]$ حيث $\frac{OI}{OB}=\frac{1}{3}$

ف I مركز ثقل المثلث ABE.

ب- (AI) يحمل الموسط الصادر من

A في المثلث ABE فهو يقطع $[BE]$

في منتصفه إذن M منتصف $[BE]$

$x_M=\frac{x_B+x_E}{2}=\frac{3+0}{2}=\frac{3}{2}$

www.najahni.tn

$y_M = \frac{y_B+y_E}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$ ، $M\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 0,5

4) أ- $[AM]$ الموسط الصادر من A في ABE

و I مركز ثقله فـ $AI = \frac{2}{3}AM$ ومنه 0,5

$AM = \frac{3}{2}AI = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

ب- لنا $[AM]$ موسط المثلث ABE و I مركز ثقله فـ $IM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ولنا $M \in [ID]$

فـ $MD = ID - IM$ 0,5

$= 2\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

ومنه $MD = AM$ والنقاط M و A و D على استقامة واحدة فـ M منتصف $[AD]$

ج- بما أن M منتصف $[AD]$ فان: 0,5

$x_D = 2x_M - x_A = 2\times\frac{3}{2} - 0 = 3$

$y_D = 2y_M - y_A = 2\times(-1) - 2 = -4$

$D(3, -4)$

التمرين الرابع: (4 نقاط)

1) أ- $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{6}-1)^2}{2^2} = \frac{7-2\sqrt{6}}{4}$ 0,75

ب- $a = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}} + \frac{5-(\sqrt{2}-1)^2}{4}$

$= \sqrt{\frac{7-2\sqrt{6}}{4}} + \frac{5-(3-2\sqrt{2})}{4}$

$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2} + \frac{5-3+2\sqrt{2}}{4}$ 0,75

$= \left|\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right| + \frac{2+2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-1}{2} + \frac{2(1+\sqrt{2})}{4}$

$= \frac{\sqrt{6}-1}{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

2) $b = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$= \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3-1} = \frac{2\sqrt{6}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$ 0,5

$= \frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

3) أ- $a \times b = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2} \times \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2} = \frac{6-2}{4}$ 0,5

$= \frac{4}{4}$

ومنه a و b مقلوبان

ب- لنا $b = \frac{1}{a}$

بما أن $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \in IR^*_+$ فـ $b > 0$

لنا $\sqrt{6} > 1$ و $\sqrt{2} > 1$ فـ $\sqrt{6}+\sqrt{2} > 2$

ومنه $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} > 1$ إذن $\frac{1}{a} < 1$ 0,5

وبالتالي: $0 < b < 1$

4) أ- لنا $x+1 - \frac{1}{1-x}$

$= \frac{(1+x)(1-x)-1}{1-x} = \frac{1-x^2-1}{1-x} = \frac{-x^2}{1-x}$

$1-x \in IR_+$ $(1 > x)$

$-x^2 \in IR_-$

ومنه $x+1 - \frac{1}{1-x} \in IR^*_-$ 0,5

إذن $x+1 < \frac{1}{1-x}$

ب- لنا إذا كان $0 < x < 1$ فان $x+1 < \frac{1}{1-x}$ وبما أن $0 < b < 1$

فان $b+1 < \frac{1}{1-b}$

إذن $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + 1 < \frac{1}{1-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}$

ومنه $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{1}{\frac{2-(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}}$ 0,5

أي: $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{1}{\frac{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}}$

وبالتالي $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{2}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ $\times 2 > 0$

$\sqrt{6}-\sqrt{2}+2 < \frac{4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$

التمرين الخامس: (5 نقاط)

1- أ- $\mathscr{C}$ دائرة مركزها O ومماسة لـ (AB) فـ $(OE)\perp(AB)$ ولنا مثلث ABC قائم في A

إذن $(AB)\perp(AC)$ ومنه $(AC)//(OE)$ 0,5

ب- في المثلث ABC لنا $E \in (AB)$ و $O \in (BC)$ حيث $(OE)//(AC)$ إذن $\frac{BE}{BA} = \frac{BO}{BC} = \frac{OE}{AC}$

وبالتالي: $\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$

www.najahni.tn

ب- لنا $E \in [AB]$ ف $BE = AB - AE$

بما أن $OEAF$ مربع ف $AE = OE$

ومنه: $BE = AB - AE = 6 - OE$ 0,25

ط2: $\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$ و $BE = \frac{AB}{AC} \times OE$

بما أن $BE = 2OE$

حساب OE:

ط1: $\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$ ف $\frac{OE}{3} = \frac{6-OE}{6}$

ومنه $6OE = 3(6-OE)$ إذن $6OE = 18 - 3OE$

ومنه $6OE + 3OE = 18$ إذن $9OE = 18$ 0,5

وبالتالي $OE = 2$.

ط2: لنا $AB = 6$ ف $BE + AE = 6$

بما أن $2OE + OE = 6$ ومنه $3OE = 6$

وبالتالي $OE = \frac{6}{3} = 2$.

ج- لنا $\frac{BO}{BC} = \frac{OE}{AC}$ ف $\frac{BO}{BC} = \frac{2}{3}$ 0,25

ومنه

$BO = \frac{2}{3} BC$

2) أ- في المثلث ABC

$F \in (CA)$ و $O \in (CB)$ حيث $(AB) // (OF)$ 0,5

لنا $\frac{CO}{CB} = \frac{CF}{CA} = \frac{OF}{AB}$ ومنه $\frac{CO}{CB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ب- لنا OCF مثلث قائم في F حيث

$OF = 2$ و $CF = 1$ فوتره $OC = \sqrt{5}$ 0,5

ومنه: $BC = 3OC = 3\sqrt{5}$

لنا J و E نقطتان من الدائرة $\mathscr{E}$ التي

مركزها O و شعاعها 2 ولنا $OJ = OE = 2$ 0,5

$BO = \frac{2}{3} BC$ ف $BO = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$O \in [BJ]$ ف $BJ = BO + OJ = 2\sqrt{5} + 2$

3) أ- $[IJ]$ قطر للدائرة $\mathscr{E}$ و E

نقطة منها مخالفة لـ I و J فالمثلث 0,5

IJE قائم في E ومنه: $(EJ) \perp (IE)$

ولنا: $(AM) \perp (IE)$ إذن $(EJ) // (AM)$

ب- في المثلث ABM لنا: $E \in (AB)$ و $J \in (BM)$

حيث: $(EJ) // (AM)$ إذن $\frac{BJ}{BM} = \frac{BE}{BA} = \frac{EJ}{AM}$ 0,5

ومنه: $\frac{BJ}{BM} = \frac{BE}{BA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ج- $\frac{BJ}{BM} = \frac{2}{3}$

ف $BM = \frac{3}{2} BJ = \frac{3}{2}(2\sqrt{5} + 2)$ 0,5

$= \frac{3}{2} \times 2(\sqrt{5}+1) = 3(\sqrt{5}+1) = 3\sqrt{5}+3$

4) لنا A منتصف $[MN]$ (M و N متناظرتان بالنسبة لـ A) ف $[BA]$ موسط المثلث

BMN الصادر من B ولنا: $E \in [AB]$

حيث $\frac{BE}{BA} = \frac{2}{3}$ ف E مركز ثقل

المثلث BMN إذن (ME) يحمل الموسط 0,5

الصادر من M في المثلث BMN

فهو يقطع $[BN]$ في منتصفه.

لنا: $(ME) \cap (BN) = \{P\}$ ف P منتصف $[BN]$

في المثلث BMN لنا A و P منتصفا

$[MN]$ و $[NB]$ إذن:

$AP = \frac{BM}{2} = \frac{3\sqrt{5}+3}{2}$.

www.najahni.tn