

**Exercice 1 :**

a et b étant deux réels tels que  $a \in \mathbb{R}_-$  et  $b \in \mathbb{R}_+$

On considère l'expression  $E = \frac{(2a^2b)^3 \times \sqrt{a^2b^2}}{\sqrt{4a^4}}$

1) Simplifier  $\sqrt{a^2b^2}$  et  $\sqrt{4a^4}$

2) a- Montrer que  $E = -4a^5b^4$

b- En déduire le signe de E

3) Calculer E lorsque  $a = -1$  et  $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .



**Exercice 2 :**

On donne les réels  $a = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$  et  $b = \frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5} - 1}$

a- Développer  $(\sqrt{5} - 3)^2$  puis simplifier a.

b- Écrire le réel b avec un dénominateur entier.

c- Calculer ab puis déduire que a et b sont inverses.

**Exercice 3 :**

On donne  $A = \frac{(ab^{-1}c^3)^2(abc^3)^{-3}}{(ab^{-4})(-ab^2c)^{-2}}$  avec a, b et c des réels non nuls ;  $B = 12^{100}(1,5)^{50}6^{-149}$

et  $C = \frac{2}{3 + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1}$

1) Simplifier A et B.

2) Écrire C avec un même dénominateur entier.



### Exercice 4 :

Soit  $x = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}$  et  $y = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$

- 1) Montrer que  $x$  et  $y$  sont inverses
- 2) On pose  $a = x + y$  et  $b = x - y$ 
  - a- Calculer  $a^2$  et  $b^2$
  - b- Déduire  $a$  et  $b$
- 3) Simplifier  $x$  et  $y$

### Exercice 5 :

On donne  $a = |2\sqrt{3} - 4| - 3\sqrt{12} + \sqrt{48} + 3$  et  $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$

- 1) Montrer que  $a = 7 - 4\sqrt{3}$
- 2)
  - a- Simplifier  $b$  puis montrer que  $a = \frac{1}{b}$
  - b- Calculer  $a^{-6} \cdot b^{-5}$
- 3) Calculer  $a^2$  puis simplifier  $c = \sqrt{97 - 56\sqrt{3}} + 4\sqrt{3}$



### Exercice 6 :

Soit les réels  $x = 5 - 2\sqrt{6}$ ,  $y = 5 + 2\sqrt{6}$  et  $t = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

- 1)
  - a- Comparer  $x$  et  $y$
  - b- Déduire le signe de  $t$
- 2)
  - a- Écrire  $x$  et  $y$  sous forme de carré.
  - b- Montrer que  $t = -2\sqrt{2}$

### Exercice 7 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = 6\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + \sqrt{18} \quad ; \quad B = 14^{200} \times 1,75^{100} \times 7^{-301}$$

$$\text{et } C = \frac{\sqrt{4a^4b^2} + ab\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2b^4}}{ab} \quad \text{où } a \in \mathbb{R}_-, b \in \mathbb{R}_+$$

### Exercice 8 :

soit  $x$  et  $y$  deux réels  $x \in \mathbb{R}_-$  et  $y \in \mathbb{R}_+$ ,  $x^2 = 2\sqrt{5} + \sqrt{17}$  et  $y^2 = 2\sqrt{5} - \sqrt{17}$

1) Calculer  $x^2 y^2$

2) Dédurre une écriture simple de  $xy$  et de  $(x + y)^2$  puis calculer  $\frac{x + y}{x - y}$

### Exercice 9 :

On donne  $A = \frac{(a^2 b^3 c^4)^{-1} \times \left(\frac{1}{2}a\right)^{-2}}{(\sqrt{2}a^{-2}c^{-1})^4 \times b^{-5}}$  (où  $a$ ,  $b$ , et  $c$  trois réels non nuls)

1) Montrer que  $A = a^4 b^2$

2) On donne  $a = \frac{2\sqrt{6} - \sqrt{32}}{2\sqrt{2}}$  et  $b = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - 3\sqrt{3} - 5$

a- Quel est le signe de  $a$

b- Simplifier les écritures de  $a$  et de  $b$  puis montrer que  $a$  et  $b$  sont inverses

c- Calculer alors  $\sqrt{A}$

### Exercice 10 :

Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $1 \leq a \leq 3$  et  $-7 \leq b \leq -1$

1) Encadrer  $4 - a$ ,  $2a - b$  et  $ab - 1$

2) Simplifier  $D = \sqrt{(4 - a)^2} + \sqrt{(2a - b)^2} - |ab - 1|$



# Ex 1



$$a \in \mathbb{R}_-$$

$$b \in \mathbb{R}_+$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 \cdot b^2} &= \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} \\ &= |a| \cdot |b| \\ &= \underline{-a \times b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{4a^4} &= \sqrt{4} \times \sqrt{a^4} \\ &= 2 \times \sqrt{(a^2)^2} \\ &= 2 \times |a^2| \\ &= \underline{2 \times a^2} \end{aligned}$$

$$2) a - E = \frac{-4a^5 \cdot b^4}{?}$$

$$= \frac{(2 \cdot a^2 b)^3 \times \sqrt{a^2 \cdot b^2}}{?}$$

$$\sqrt{4a^4}$$

$$= \frac{2^3 \times a^6 \times b^3 \times -a^1 \times b}{?}$$

$$2 \times a^2$$

$$= \frac{8}{2} \times -1 \times a^6 \times a^1 \times a^{-2} \times b^3 \times b^1$$

$$= -4 \times a^5 \times b^4 = E$$

# Ex 1

$$a \in \mathbb{R}_-$$

$$b \in \mathbb{R}_+$$

Signature de  $\Delta$ ?

b -

$$\Delta = \underbrace{-4}_{\mathbb{R}_-} \times \underbrace{a^5}_{\mathbb{R}_-} \times \underbrace{b^4}_{\mathbb{R}_+}$$

$\mathbb{R}_+ \quad \mathbb{R}_+$

$$\Delta > 0$$

3)  $\Delta = ? \quad a = -1, b = \sqrt[3]{2}$

$$\Delta = -4 \times a^5 \times b^4$$

$$= -4 \times (-1)^5 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$$

$$3) E = -4x - 1x \frac{\sqrt{2^4}}{2^4}$$

$$= 4 \frac{4}{4} x \frac{4}{16 \frac{1}{4}}$$

$$= 1x \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

[www.najahni.tn](http://www.najahni.tn)

Ex 2

$$a = (\sqrt{5} - 3)^2$$

$$= \sqrt{5}^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{5} + 3^2$$

$$= 5 - 6\sqrt{5} + 9$$

$$= 14 - 6\sqrt{5}$$

$$a = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$$

$$= |\sqrt{5} - 3| = \frac{|\sqrt{5} - \sqrt{9}|}{\text{EVR}}$$

$$= 3 - \sqrt{5}$$

b.

$$b = \frac{\sqrt{5}}{(3-\sqrt{5})} - \frac{2}{(\sqrt{5}-1)}$$

$$= \frac{\sqrt{5} \times (3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} - \frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} + 5}{3^2 - \sqrt{5}^2} - \frac{2\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5}^2 - 1^2}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} + 5}{4} - \frac{(2\sqrt{5} + 2)}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} + 5 - 2\sqrt{5} - 2}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 3}{4}$$

## Ex 2

C -

$$= a \cdot b$$

$$a = 3 - \sqrt{5}$$

$$b = \frac{\sqrt{5} + 3}{4}$$

$$= \frac{(3 - \sqrt{5})}{1} \left( \frac{3 + \sqrt{5}}{4} \right)$$

$$= \frac{3^2 - \sqrt{5}^2}{4}$$

$$= \frac{9 - 5}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

done a et b sont inverses

### Ex 3

$$1) A = \frac{(a \cdot b^{-1} \cdot c^3)^2 \cdot (abc^3)^{-3}}{(ab^{-4}) \cdot (-ab^3 \cdot c)^{-2}}$$

$$= \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot c^6 \cdot a^{-3} \cdot b^{-3} \cdot c^{-9}}{a \cdot b^{-4} \cdot (-1)^{-2} \cdot b^{-4} \cdot c^{-2} \cdot a^{-2}}$$

$$= \frac{a^2 \cdot a^{-3} \cdot a^{-2} \cdot a^{-1} \cdot b^2 \cdot b^{-2} \cdot b^{-3} \cdot b^{-3} \cdot b^8 \cdot c^6 \cdot c^{-9} \cdot c^2}{1}$$

$$= a^0 \cdot b^3 \cdot c^{-1} = b^3 \cdot c^{-1}$$

$$B = 12^{100} \cdot (1,5)^{50} \cdot 6^{-149}$$

$$= 2^{100} \times 6^{100} \times (1,5)^{50} \times 6^{-149}$$

$$= (2^2)^{50} \times 6^{100-149} \times (1,5)^{50}$$

$$B = 4^{50} \times 1,5^{50} \times 6^{-49}$$

$$= (4 \times 1,5)^{50} \times 6^{-49}$$

$$= 6^{50} \times 6^{-49}$$

$$= 6^{50-49}$$

$$= 6$$

2)

$$c = \frac{2}{3+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{2(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{6-2\sqrt{5}}{3^2-\sqrt{5}^2} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}^2-1^2}$$

### Ex 3

$$C = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} + \frac{(\sqrt{15} + \sqrt{5})^2}{2 \times 2}$$

$$= \frac{6 - \cancel{2\sqrt{5}} + 2\sqrt{15} + \cancel{2\sqrt{5}}}{4}$$

$$= \frac{6 + 2\sqrt{15}}{4}$$

$$= \frac{\cancel{2} \left( 3 + \sqrt{15} \right)}{\cancel{4}_{/2}}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{15}}{2}$$

## Ex 4

$$1) = x \cdot y$$

$$= \sqrt{8-3\sqrt{7}} \cdot \sqrt{8+3\sqrt{7}}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$= \sqrt{(8-3\sqrt{7}) \cdot (8+3\sqrt{7})}$$

$$= \sqrt{8^2 - (3\sqrt{7})^2}$$

$$= \sqrt{64 - 63}$$

$$= \sqrt{1}$$

$$= 1$$

d'où  $x$  et  $y$  sont inverses

$$2) a = x + y$$

$$a^2 = (x + y)^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2$$

$$= \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}^2 + 2 \cdot 1 + \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}^2$$

$$= 8 - 3\sqrt{7} + 2 + 8 + 3\sqrt{7}$$

$$= 18$$

$$b = x - y$$

$$b^2 = (x - y)^2$$

$$= x^2 - 2xy + y^2$$

$$= 8 - 3\sqrt{7} - 2 + 8 + 3\sqrt{7}$$

$$= 14$$

## Ex 4

2) b)  $a^2 = 18$

$$a = \sqrt{18} \text{ ou } a = -\sqrt{18}$$
$$= \underline{3\sqrt{2}} \text{ ou } a = \underline{-3\sqrt{2}}$$

or  $a = \underbrace{x+y}_{>0} > 0$

donc  $a = 3\sqrt{2}$ .

$$b^2 = 14$$

$$b = \sqrt{14} \text{ ou } b = -\sqrt{14}$$

or  $b = x - y \cdot (y > x)$

$$= x - y < 0$$

$$b = -\sqrt{14}$$

3)

$$a = x + y$$

$$b = x - y$$

$$a + b = 2x$$

$$x = \frac{a + b}{2}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2}$$

$$a - b = (x + y) - (x - y)$$

$$a - b = x + y - x + y$$

$$a - b = 2y$$

$$y = \frac{a - b}{2} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2}$$



## Ex 5

1)  $a = \underline{7 - 4\sqrt{3}}?$

$$\begin{aligned} a &= |2\sqrt{3} - 4| - 3\sqrt{12} + \sqrt{48} + 3 \\ &= \frac{|\sqrt{12} - \sqrt{16}|}{\text{cm}} - 3 \cdot 2\sqrt{3} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} + 3 \\ &= 4 - 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3 \\ &\Rightarrow -4\sqrt{3} \end{aligned}$$

2) a -

$$\begin{aligned} b &= \frac{(2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{2^2 - \sqrt{3}^2} \end{aligned}$$

2) a-

$$b = \frac{4 + 4\sqrt{3} + 3}{2}$$

$$= 7 + 4\sqrt{3}$$

Mq  $\frac{a}{1} = \frac{1}{b}$

$$\underline{a \cdot b = 1}$$

$$a \cdot b = (7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})$$

$$= 7^2 - (4\sqrt{3})^2$$

$$= 49 - 48$$

$$= 1$$

true  $a = \frac{1}{b}$

Ex 5

2) b

$$= a^{-6} \cdot b^{-5}$$

$$= a^{-5} \times a^{-1} \cdot b^{-5}$$

$$= (ab)^{-5} \cdot a^{-1}$$

$$= \underbrace{1^{-5}}_1 \cdot a^{-1}$$

$$= a^{-1} = \frac{1}{a} = b = \underline{7 + 4\sqrt{3}}$$

3)  $a^2 = (7 - 4\sqrt{3})^2$

$$= 49 - 2 \times 7 \times 4\sqrt{3} + 48$$
$$= 97 - 56\sqrt{3}$$

$$C = \sqrt{97 - 56\sqrt{3}} + 4\sqrt{3}$$

3)

$$C = \sqrt{(7-4\sqrt{3})^2} + 4\sqrt{3}$$

$$= \left| \frac{7-4\sqrt{3}}{a > 0} \right| + 4\sqrt{3}$$

$$a \times b = 1 > 0$$

or  $b = 7 + 4\sqrt{3} > 0$

Sign  $\frac{a > 0}{1}$

$$\rightarrow C = 7 - \cancel{4\sqrt{3}} + \cancel{4\sqrt{3}}$$

$$\underline{C = 7}$$



Ex 6

1) a

$$-2\sqrt{6} < 2\sqrt{6}$$

+5 ↙

$$5 - 2\sqrt{6} < 5 + 2\sqrt{6}$$

$x < y$

b-

Signe t

$$t = \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$x = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$= \sqrt{25} - \sqrt{24} > 0$$

$y > 0$

on a:  $0 < x < y$

$$\sqrt{x} < \sqrt{4}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{4} < 0$$

$$\underline{t} < 0$$

2) a)  $x = 5 - 2\sqrt{6}$

$$x = 5 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \quad (5 - \underline{2\sqrt{6}})$$

$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \quad \checkmark \text{ verification}$$

$$= 3 - 2\sqrt{6} + 2$$

$$= 5 - 2\sqrt{6}$$

# Ex 6

2/a

$$\Delta y = 5 + 2\sqrt{6}$$
$$= 5 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

a                  b

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \checkmark$$

$$= 3 + 2\sqrt{6} + 2$$

$$= \underline{5 + 2\sqrt{6}}$$

b - t = -2\sqrt{2} ?

$$t = \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$$

$$= \left| \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{e\sqrt{t}} \right| - \left| \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{e\sqrt{t}} \right|$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

2) b

$$t = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$$
$$= \underline{\underline{-2\sqrt{2}}}$$

# Ex 7

$$\begin{array}{l|l} a \in \mathbb{R}_-^* & b \in \mathbb{R}_+^* \\ \hookrightarrow a < 0 & b > 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} A &= 6\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + \sqrt{18} \\ &= 6 \times 2\sqrt{2} - 3 \times 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= 12\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 14^{200} \times 1,75^{100} \times 7^{-301} \\ &= 7^{200} \times 2^{200} \times \left( \frac{7}{4} \right)^{100} \times 7^{-301} \\ &= 7^{200-301} \times 7^{100} \times 4^{-100} \times 2^{200} \end{aligned}$$

$$= 7^{-1} \times (2^2)^{-100} \times 2^{200}$$

$$= \frac{1}{7} \times 2^{-200} \times 2^{200}$$

$$= \frac{1}{7} \times 2^0$$

$$\underline{\sqrt{x^2} = |x|}$$

$$C = \frac{\sqrt{4 \cdot a^4 \cdot b^2} + ab \cdot \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^4}}{ab}$$

$$= \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^2} + ab \cdot |a| - \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^4}}{ab}$$

$$= \frac{2 \cdot |a^2| \cdot |b| + ab \cdot a - |a| \cdot |b^2|}{ab}$$

$$= \frac{2a^2b - a^2b - (-a) \cdot b^2}{ab}$$

$$= \frac{2a^2b - a^2b + ab^2}{ab}$$

ab





# Ex 7

$$a \in \mathbb{R}_-^* \\ \hookrightarrow a < 0$$

$$b \in \mathbb{R}_+^* \\ b > 0$$

$$c = \frac{a^2 b + a b^2}{ab}$$

$$= \frac{a \cdot (a \cdot b) + (a \cdot b) \cdot b}{ab}$$

$$= \frac{\cancel{ab} (a + b)}{\cancel{ab}}$$

$$= a + b$$

Ex 8  $x \in \mathbb{R}_-$ ,  $y \in \mathbb{R}_+$

$$x^2 = 2\sqrt{5} + \sqrt{17}$$

$$y^2 = 2\sqrt{5} - \sqrt{17}$$

$$1) x^2 \cdot y^2 = (2\sqrt{5} + \sqrt{17})(2\sqrt{5} - \sqrt{17})$$

$$= (2\sqrt{5})^2 - \sqrt{17}^2$$

$$= 20 - 17 \quad (2\sqrt{5} + \sqrt{17} - 2\sqrt{5} + \sqrt{17})$$

$$= 3$$

$$2) x^2 \cdot y^2 = (x \cdot y)^2 = 3$$

$$x \cdot y = \sqrt{3} \text{ ou } x \cdot y = -\sqrt{3}$$

$$x \in \mathbb{R}_-, \text{ et } y \in \mathbb{R}_+$$

donc  $x \cdot y < 0$   
 $x \cdot y = -\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \bullet (x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + y^2 + 2 \cdot xy \\ &= 2\sqrt{5} + \sqrt{17} + 2\sqrt{5} - \sqrt{17} + 2 \cdot (-\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{x+y}{x-y} &= \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{(x+y)^2}{x^2 - y^2} = \frac{(4\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \times \sqrt{17}}{(2\sqrt{17}) \times \sqrt{17}} \\ &= \frac{\sqrt{17} \times (4\sqrt{5} - 2\sqrt{3})}{34} \end{aligned}$$

Ex 9

$$A = \frac{(a^2 \cdot b^3 \cdot c^4)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a\right)^2}{(\sqrt{2} a^{-2} c^{-1})^4 \cdot b^{-5}}$$

$$= \frac{a^{-2} \cdot b^{-3} \cdot c^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot a^{-2}}{\sqrt{2}^4 \cdot a^{-8} \cdot c^{-4} \cdot b^{-5}}$$

$$= a^{-2} \cdot a^{-2} \cdot a^8 \cdot b^{-3} \cdot b^5 \cdot \frac{1}{2^2}$$

$$= \underline{a^4 \cdot b^2}$$



$$2) a = \frac{2\sqrt{6} - \sqrt{32}}{2\sqrt{2}}$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - 3\sqrt{3} - 5$$

$$a) a = \frac{2\sqrt{6} - 4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2)}{2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$$

$$a < 0$$

1