الأستاذ : بلقاسم صالحي
المدرسة الإعدادية بالرقاب
2022-2021

* * * * *

فرض تأليفي
عدد 03

الأقسام: 9 أ 1 و 2
التاريخ : 2022-05-26
التوقيت: ساعتان

التمرين عدد 01: (04ن)

لكل سؤال من الأسئلة التالية إجابة صحيحة وحيدة. أكتب على ورقة تحريرك رقم السؤال و الحرف الدال عليها:

1) مجموعة حلول المتراجحة $2x - 1 < x - 3$ في المجال $[-2; +\infty[$ هي :

أ/ $\{-2\}$ ب/ $\emptyset$ ج/ $]-2; +\infty[$

2) إذا كان $x \in]-3; -1[$ فإن $|x - 1|$ تساوي :

أ/ $1 - x$ ب/ $x - 1$ ج/ $1 + x$

3) مربع قيس طول ضلعه $2\sqrt{2}x$ و قيس طول قطره $x^2 + 4$ إذن :

أ/ $x = 1$ ب/ $x = \sqrt{2}$ ج/ $x = 2$

4) x عدد حقيقي حيث $|x - 1| \leq 1$ إذن مدى حصر العدد x هو:

أ/ 1 ب/ 2 ج/ 3

التمرين عدد 02: (04ن)

1) أ/ لتكن I مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $-1 \leq (x-2)^2 - 1 \leq 3$

بيّن أن $I = [0; 4]$

ب/ لتكن J مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق $|x - \sqrt{2}| > 1$.

بيّن أن $J =]-\infty; \sqrt{2} - 1[\cup]1 + \sqrt{2}; +\infty[$

ج/ استنتج $I \cap J$

2) ليكن n عدد صحيح طبيعي حيث : $-1 \leq n^2 - 4n + 3 \leq 3$ و $(n - \sqrt{2})^2 > 1$

أوجد القيم الممكنة لـ n

التمرين عدد 03: (06ن)

I. 1) نعتبر العبارة $A = x^2 + \sqrt{3}x - 3$ حيث x عدد حقيقي

أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = 3 - \sqrt{3}$

2) لتكن العبارة $B = 3 - \sqrt{3}x$ حيث x عدد حقيقي . حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $B < 0$

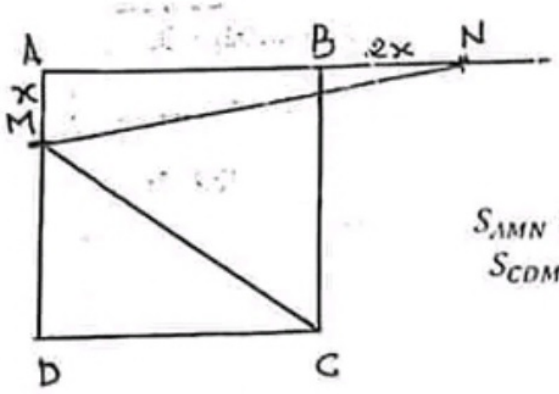
3) أ/ بيّن أن : $A - B = x^2 + 2\sqrt{3}x - 6$

ب/ بيّن أن $x^2 + 2\sqrt{3}x - 6 = (x + \sqrt{3})^2 - 9$

ج/ فكك العبارة $A-B$ إلى جذاء عوامل

د/ أوجد مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث $A=B$

www.najahni.tn



II. وحدة قيس الطول هي الصنتمتر . نعتبر الشكل المتدم حيث
$ABCD$ مربع و $AB = 2\sqrt{3}$ و M نقطة $[AD]$
بحيث $AM = x$ و $0 < x < 2\sqrt{3}$ و N
نقطة من (AB) حيث $N \notin [AB]$ و $BN = 2x$

1) أ/ S_{AMN} : مساحة المثلث AMN . بين أن $S_{AMN} = x^2 + \sqrt{3}x$

ب/ S_{CDM} : مساحة المثلث CDM . بين أن $S_{CDM} = 6 - \sqrt{3}x$

2) إلى أي مجال ينتمي x بحيث $S_{CDM} \leq 3$

3) أ/ بين أن $(3 - \sqrt{3}) \in]0; 2\sqrt{3}[$

ب/ أوجد x حيث $S_{AMN} = S_{CDM}$

التمرين عدد 04: (06ن) (وحدة القيس هي الصنتمتر)

الرسم التالي : ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $BC=6$ و $AB=2\sqrt{3}$

1) بين أن $AC=2\sqrt{6}$

2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC)

أ/ بين أن $AH=2\sqrt{2}$ ثم استنتج أن $CH=4$

ب/ لتكن M منتصف $[CH]$. العمودي على (AB) و المار من H يقطع (AM) في النقطة N

بين أن $\frac{MN}{MA} = 1$ ثم بين أن الرباعي $ACNH$ متوازي الأضلاع

3) لتكن F مناظرة N بالنسبة إلى C

أ/ بين أن الرباعي $AFCH$ مستطيل

ب/ استنتج أن الرباعي $ABMF$ متوازي الأضلاع

4) أ/ لتكن P نقطة تقاطع (NH) و (AB) .

بين أن $HP=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ثم استنتج أن $NP=\frac{8\sqrt{6}}{3}$

ب/ المستقيم (NC) يقطع (AB) في النقطة L

بين أن $\frac{LN}{LC} = \frac{4}{3}$ ثم استنتج أن $LN = 8\sqrt{2}$

5) ماذا تمثل النقطة H بالنسبة إلى المثلث BLN

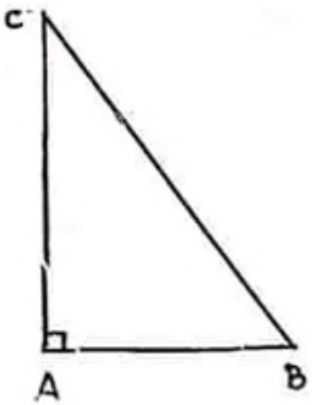
6) (LH) يقطع (NB) في النقطة K

أ/ بين أن المثلث LKN قائم الزاوية في K

ب/ بين أن $FK=4\sqrt{2}$

7) لتكن S مناظرة M بالنسبة إلى (LN) .

بين أن $(LH) \perp (SA)$



www.najahni.tn

فرض تأليفي عدد 3 - الأستاذ بلقاسم صالحي
2021 - 2022

التمرين عدد 1

1) ب) ϕ ج) $x-1$ د) $\sqrt{2}+1$ ه) 4 و) 2

التمرين عدد 2

1) $-1 \leq (x-2)^2 - 1 \leq 3$ تعني $0 \leq (x-2)^2 \leq 4$

تعني $\sqrt{(x-2)^2} \leq \sqrt{4}$

تعني $|x-2| \leq 2$

تعني $-2 \leq x-2 \leq 2$

تعني $0 \leq x \leq 4$

تعني $I = [0;4]$

2) $|x-\sqrt{2}| > 1$ تعني $x-\sqrt{2} > 1$ أو $x-\sqrt{2} < -1$

تعني $x > 1+\sqrt{2}$ أو $x < \sqrt{2}-1$

تعني $x \in]1+\sqrt{2}; +\infty[$ أو $x \in]-\infty; \sqrt{2}-1[$

تعني $x \in]-\infty; \sqrt{2}-1[\cup]1+\sqrt{2}; +\infty[$

أي $J =]-\infty; \sqrt{2}-1[\cup]1+\sqrt{2}; +\infty[$

3) $I \cap J = [0; \sqrt{2}-1[\cup]1+\sqrt{2}; 4]$

2) $-1 \leq x^2-4x+3 \leq 3$ تعني $-1 \leq (x-2)^2 - 1 \leq 3$

$x \in I$ تعني

$\sqrt{(x-\sqrt{2})^2} > \sqrt{1}$ تعني $(x-\sqrt{2})^2 > 1$ تعني

$|x-\sqrt{2}| > 1$ تعني

$x \in J$.

(1)

www.najahni.tn

$n \in \mathbb{N}$ لما $-1 < n^2 - 4n + 3 < 3$ و $(n-\sqrt{2})^2 > 1$

$n \in I$ ، $n \in J$ ، $n \in I \cap J$ معناه

$n \in (I \cap J) \cap \mathbb{N}$ معناه

$n \in \left([0; \sqrt{2}-1[\cup]1+\sqrt{2}; 4]\right) \cap \mathbb{N}$ معناه

$n \in \{0; 3; 4\}$ معناه

التمرين عدد 2

I/ 1) $A = (3-\sqrt{3})^2 + \sqrt{3}(3-\sqrt{3}) - 3 = 6 - 3\sqrt{3}$ ، $x = 3-\sqrt{3}$

2) $B < 0$ معناه $3 - \sqrt{3}x < 0$ معناه $3 < \sqrt{3}x$ معناه $\sqrt{3} < x$ معناه $\frac{3}{\sqrt{3}} < x$ معناه $x \in]\sqrt{3}; +\infty[$ معناه $S_{\mathbb{R}} =]\sqrt{3}; +\infty[$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}} > 0$ و $3 > \sqrt{3}$

A/ $A - B = x^2 + \sqrt{3}x - 3 - 3 + \sqrt{3}x = x^2 + 2\sqrt{3}x - 6$

B/ $x^2 + 2\sqrt{3}x - 6 = x^2 + 2 \times x \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2 - 9$

$= (x + \sqrt{3})^2 - 9$

و منه $(x+\sqrt{3})^2 - 9 = x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 - 9 = x^2 + 2\sqrt{3}x - 6$

2/ $A - B = x^2 + 2\sqrt{3}x - 6$

$= (x+\sqrt{3})^2 - 9 = (x+\sqrt{3})^2 - 3^2 = (x+\sqrt{3}-3)(x+\sqrt{3}+3)$

1/ $A = B$ معناه $A - B = 0$

معناه $(x+\sqrt{3}-3)(x+\sqrt{3}+3) = 0$

معناه $x + \sqrt{3} - 3 = 0$ أو $x + \sqrt{3} + 3 = 0$

معناه $x = 3$ أو $x = -3 - \sqrt{3}$

www.najahni.tn

II / 1) أ

$S_{AMN} = \frac{1}{2} \times AM \times AN = \frac{1}{2} \times x \times (2x + 2\sqrt{3})$

$= x^2 + \sqrt{3}x$

ب

$S_{CDM} = \frac{1}{2} \times CD \times DM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (2\sqrt{3} - x)$

$= \sqrt{3}(2\sqrt{3} - x) = 6 - \sqrt{3}x$

ج) $S_{CDM} < 3$ معناه $6 - \sqrt{3}x < 3$ معناه $3 - \sqrt{3}x < 0$

معناه $x \in]\sqrt{3}, +\infty[$ معناه $B < 0$ معناه

و بما أن $0 < x < 2\sqrt{3}$ فإن $x \in]\sqrt{3}; 2\sqrt{3}[$

د) $3 - \sqrt{3} = \sqrt{9} - \sqrt{3}$

لدينا $3 < 9$ إذن $\sqrt{3} < \sqrt{9}$ أي $\sqrt{9} - \sqrt{3} > 0$

أي $3 - \sqrt{3} > 0$.

$2\sqrt{3} - (3 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3 = \sqrt{27} - \sqrt{9}$

لدينا $9 < 27$ إذن $\sqrt{9} < \sqrt{27}$ أي $\sqrt{27} - \sqrt{9} > 0$

أي $2\sqrt{3} > 3 - \sqrt{3}$

و بما أن $(3 - \sqrt{3}) \in]0; 2\sqrt{3}[$

هـ) $S_{AMN} = S_{CDM}$ معناه $x^2 + \sqrt{3}x = 6 - \sqrt{3}x$

معناه $x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}x - 6 = 0$

معناه $x^2 + 2\sqrt{3}x - 6 = 0$

معناه $A - B = 0$

معناه $x = -3 - \sqrt{3}$ أو $x = 3 - \sqrt{3}$

و بما أن $x \in]0; 2\sqrt{3}[$ و $(3 - \sqrt{3}) \in]0; 2\sqrt{3}[$ و $-3 - \sqrt{3} \notin]0; 2\sqrt{3}[$

فإن $x = 3 - \sqrt{3}$

---

www.najahni.tn

التمرين عدد 2

1) ABC مثلث قائم الزاوية في A

$AC^2 = BC^2 - AB^2$ ومنه $AC^2 + AB^2 = BC^2$

$AC^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2 = 36 - 12 = 24$

$AC = 2\sqrt{6}$ أي $\sqrt{AC^2} = \sqrt{24} = \sqrt{4}\times\sqrt{6}$ إذن

2) ABC مثلث قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي لـ A على (BC)

$AH \times BC = AB \times AC$ إذن

$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{2}$ إذن

3) المثلث ACH قائم في H حسب

$CH^2 + AH^2 = AC^2$ إذن

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 24 - (2\sqrt{2})^2 = 24 - 8 = 16$ إذن

$CH = 4$ أي $\sqrt{CH^2} = \sqrt{16} = 4$ إذن

4) لدينا ACH مثلث و $N \in [AH]$ و $H \in [CH]$ حيث $(HN) // (AC)$ (لأنهما عموديان على (AB))

إذن $\frac{HN}{AC} = \frac{MH}{MC} = \frac{MN}{MA}$

ولدينا M منتصف $[CH]$ إذن $MH = MC$ أي $\frac{MH}{MC} = 1$

وبالتالي $\frac{MN}{MA} = 1$

ولدينا $\frac{MN}{MA} = 1$ إذن $MN = MA$

والنقط A و M و N على استقامة واحدة

إذن M منتصف $[AN]$.

www.najahni.tn

ACNH و منطبقان (CH) و (AN) لـ
ACNH اذن H منتصف [AC] و [NH] متوازي الأضلاع
F لـ A بالإزاحة ذات الشعاع $\vec{NC}$
اذن c شعاعها (NF) اذن $FC = CN$
لـ ACNH متوازي أضلاع اذن $AH = CN$ و $(AH) // (CN)$
$F \in (CN)$ اذن $(FC) // (AH)$ و $FC = AH$
و منه الرباعي AFCH متوازي الأضلاع و له زاوية قائمة في H اذن AFCH مستطيل

ج/ ABH مثلث قائم في H
اذن:
$HB^2 + AH^2 = AB^2$
اذن
$HB^2 = AB^2 - AH^2 = 12 - 8 = 4$
اذن $\sqrt{HB^2} = \sqrt{4}$ أي $HB = 2$
و لدينا $MH = 2$ (CH شعاع و CH = 4)
~~اذن $MH = HB = 2$ و الثلاثة~~
اذن
$AB = MH + HB = 2 + 2 = 4$
اذن $MB = CH$.
AFCH مستطيل اذن $AF = CH$ و $(AF) // (CH)$
$M \in (CH)$ و $B \in (CH)$ اذن $(BM) // (AF)$ و $BM = AF$
و منه الرباعي ABMF متوازي أضلاع

د/ ABH مثلث قائم في H و P المسقط العمودي لـ H على (AB)
اذن $HP \times AB = HA \times HB$
اذن:
$HP = \frac{HA \times HB}{AB} = \frac{2\sqrt{2} \times 2}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

5

www.najahni.tn

لنا $NR = NH + HR$

$NH = AC$ متوازي الأضلاع ACNH

$NR = AC + HP = 2\sqrt{6} + \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ إذن

$C \in (LN)$ و $A \in (LR)$ مثلث LRN

$(AC) // (NR)$ حسب

إذن: $\frac{LN}{LC} = \frac{LR}{LA} = \frac{NR}{AC}$

$\frac{NR}{AC} = \frac{\frac{8\sqrt{6}}{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{4}{3}$

إذن: $\frac{LN}{LC} = \frac{4}{3}$

لنا $\frac{LN}{LC} = \frac{4}{3}$ معناه

$LN = \frac{4}{3} LC$ معناه $LC = \frac{3}{4} LN$.

لنا $LN = LC + CN$ معناه

$LN = \frac{3}{4} LN + CN$ معناه $LN - \frac{3}{4} LN = CN$ معناه

$\frac{1}{4} LN = CN$ معناه

$LN = 4 \times CN = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$(BC) \perp (LN)$ (حسب AHCF مستطيل) إذن (BC) حامل الارتفاع للمثلث LBN الصادر من B.

$(NB) \perp (LB)$ إذن (NB) حامل الارتفاع للمثلث BLN الصادر من N

و بما أن $(NB) \cap (BC) = \{H\}$ فإن H المركز القائي للمثلث LBN.

و بما أن H المركز القائي للمثلث BLN إذن (LH) حامل الارتفاع للمثلث BLN الصادر من L و يقطع (BN) في K

إذن: $(LK) \perp (BN)$ و هذا المثلث LKN قائم الزاوية في K.

www.najahni.tn

$FN = 2\,CN = 2 \times AH = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ ص

$LF = LN - FN = 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

ادن $LF = FN$

و L و F و N على استقامة

و $[LN]$ منتصف F واحدة ادن

المثلث LKN قائم في K ادن $FK = FN = FL = 4\sqrt{2}$

6) بما أن H بالبعد الى (LN) ادن (LN) المحور

الحوسط لـ $[SM]$ ادن $HM = HF$ و $(HS) \perp (FN)$

و لنا $(HC) \perp (FN)$ ادن $(HC) // (TS)$ و منه $C \in (TS)$

و بما أن $C \in (FN)$ فان C منتصف $[MS]$

((LN) الحوسط الموازي لـ $[SM]$ و يقطعها في C)

لنا C منتصف كل من $[FN]$ و $[SM]$ ادن القطران

$FSNM$ متقاطعان في منتصفهما C

و منه $FSNM$ متوازي أضلاع

ادن $SN = FM$ و $(SN) // (FM)$: ①

و لنا $AB = FM$ و $(AB) // (FH)$

$(AB) // (MF)$ متوازي أضلاع : ②

من ① و ② لنا $SN = AB$ ،

و $(SN) // (AB)$ ادن الرباعي $ASNB$ متوازي أضلاع

و منه $(SA) // (NB)$ و بما أن $(LK) \perp (NB)$

فان $(SA) \perp (LK)$ و $H \in (LK)$

ادن $(SA) \perp (LH)$

⑦

www.najahni.tn