$2^{ème}$ S_1 et S_2

Devoir de synthèse N°1 Mathématiques

Exercice N°1 : (10 pts)

Soit f l'application affine par intervalle définie par : $\begin{cases} f(x) = x+1 & \text{si } x \in]-\infty\ ,\ 1] \\ f(x) = -2x+4 & si\ \ x \in [1\ ,3] \\ f(x) = 2x-8 & si\ \ x \in [3\ \ ,+\infty[\end{cases}$

1-/ Construire la représentation graphique C f de f dans un repère R (O, i , j)du plan

2-/ a- Résoudre graphiquement : $f(x) = 0$.

b- Etudier graphiquement suivant les valeurs de x le signe de $f(x)$

c- Résoudre graphiquement ,puis par le calcul : $f(x) \rangle 2$

3-/ Discuter graphiquement le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$; (m est un paramètre réel).

4-/ Soit l'application : $\begin{aligned} g : IR &\to IR \\ x &\mapsto \frac{-2}{3}x + \frac{8}{3} \end{aligned}$

a- Calculer $g(1)$ et $g(4)$. tracer dans le même repère la représentation graphique Δ de g .

b- Résoudre graphiquement $g(x) \rangle f(x)$

5-/ soit l'application : $\begin{aligned} h : IR &\to IR \\ x &\mapsto \sup(f(x)\ ,\ g(x)) \end{aligned}$

a- Représenter graphiquement h dans le même repère (O, i , j)

b- Donner les expressions de $h(x)$.

Exercice N°2 : (7 pts)

Soit un triangle ABC et I =B $*$ C .

1-/ a- Construire le point D barycentre des points pondérées (A ,3) et (B , 1) .

b- Soit G le point définie par $3\,\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
Montrer que G est le milieu de [DC] .

c- En déduire que : $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{GI}$

2-/ Déterminer et construire les ensembles suivantes :

$E = \{ M \in \mathcal{P} /\ \ \| 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \| = 4 \| \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| \ \}$

$F = \{ M \in \mathcal{P} /\ \ \| 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \| = \| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \| \ \}$

Exercice N°3 : (3 pts)

Soient deux points distincts A et B , un réel k et l'application :

$f : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

$M \longrightarrow M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + k\,\overrightarrow{MB}$.

I -/ Déterminer la nature de f pour k = -2

II -/ On pose k = 3

1- Montrer que f admet un point invariant I unique que l'on déterminera.

2- Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport .

Bon Travail