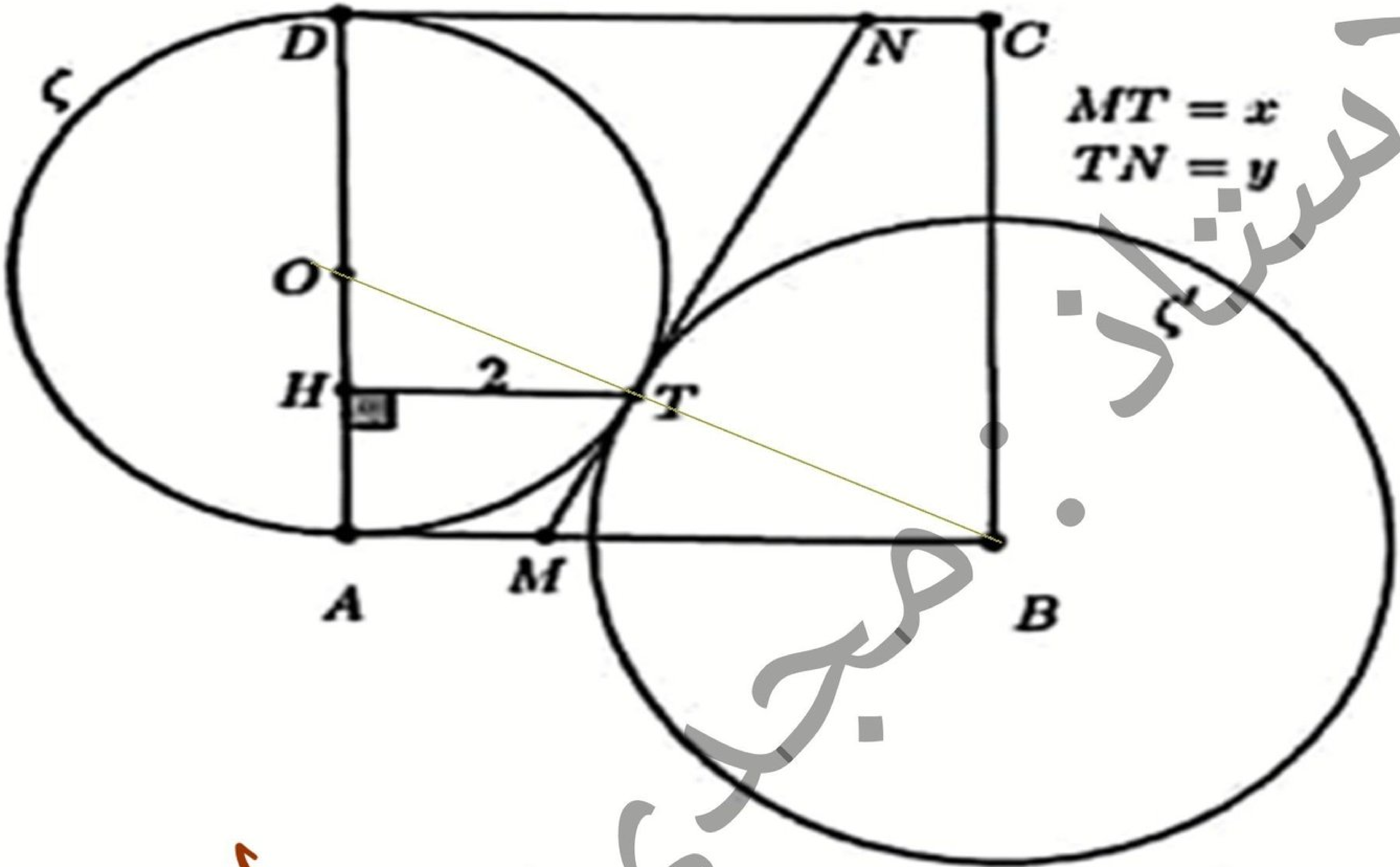
٢


D
N
C
ζ
$MT = x$
$TN = y$
O
ζ
H
2
T
A
M
B

1) أ: لنا . (MN) مماس لـ $\zeta_{(O)}$ في T إذن :

$\boxed{(OT) \perp (MN)}$ ١ في T

ه لنا . (MN) مماس لـ $\zeta_{(B)}$ في T إذن $\boxed{(BT) \perp (MN)}$ ٢ في T

الأستاذ : مجدي حسيني

وحدة القيس هي الصم

⑦

- في الرسم المقابل ABCD مربع و ζ دائرة مركزها O و قطرها [AD] و ζ' دائرة مركزها B و مماسة لـ ζ في نقطة T
- المستقيم (MN) مماس للدائرتين في النقطة T علما أن M تنتمي إلى [AB] و N تنتمي إلى [CD]
- H المسقط العمودي لـ T على (AD) حيث $TH=2$

1) أ- بين أن النقاط B و T و O على استقامة واحدة ب- بين أن: $\frac{OH}{OA}=\frac{HT}{AB}$ ج- إستنتج أن: $OH=1$ و أن: $OT=\sqrt{5}$

2) نعتبر $MT=x$ و $TN=y$

أ- بين أن المثلثين OAM و OTM متقايسان ثم إستنتج AM بدلالة x

ب- بين أن المثلثين OTN و ODN متقايسان ثم إستنتج DN بدلالة y

3) لتكن O' مسقط O على (MN) وفقا للمنحى (AB)

أ- بين أن: O' منتصف [MN] ثم أوجد OO' بدلالة x و y

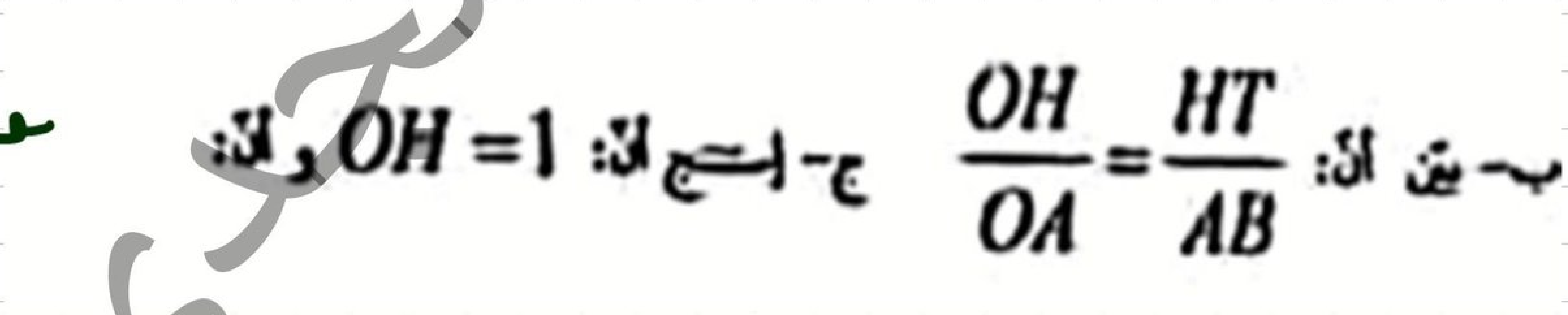
ب- إستنتج أن المثلث MON قائم الزاوية في O

الأستاذ مجدي حسيني

من خلال 1) و 2) نستنتج أن $(OT) \parallel (BT)$

③ حسب ت ج فإنهما نقطة مشترك بينهما إذن فهما منطبقتان

وبالتالي: O و T و B على استقامة واحدة



ب- بيّن أنّ: $\frac{OH}{OA} = \frac{HT}{AB}$ ج- استنتج أنّ: $OH = 1$ وأنّ:

من المثلث OAB طبر

$(HT) \perp (OA)$

$(AB) \perp (AD) = (OA)$

$(HT) \parallel (AB)$ حسب $T \in (OB)$.

$H \in (OA)$

إذن حسب مبرهنة طالس فإن

$$\frac{OH}{OA} = \frac{OT}{OB} = \frac{HT}{AB}.$$

نجحني
الأستاذ: مجدي حسين

لنا $\frac{OH}{OA} = \frac{HT}{AB}$ يعني $OH = \frac{HT}{AB} \cdot OA$

(O منتصف $[AD]$ و $AD = AB$ ت ABCD مربع)

$$= \frac{HT}{\boxed{AB}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \boxed{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

④

إذن $OH = 1$

لنا OHT قائم في H إذن

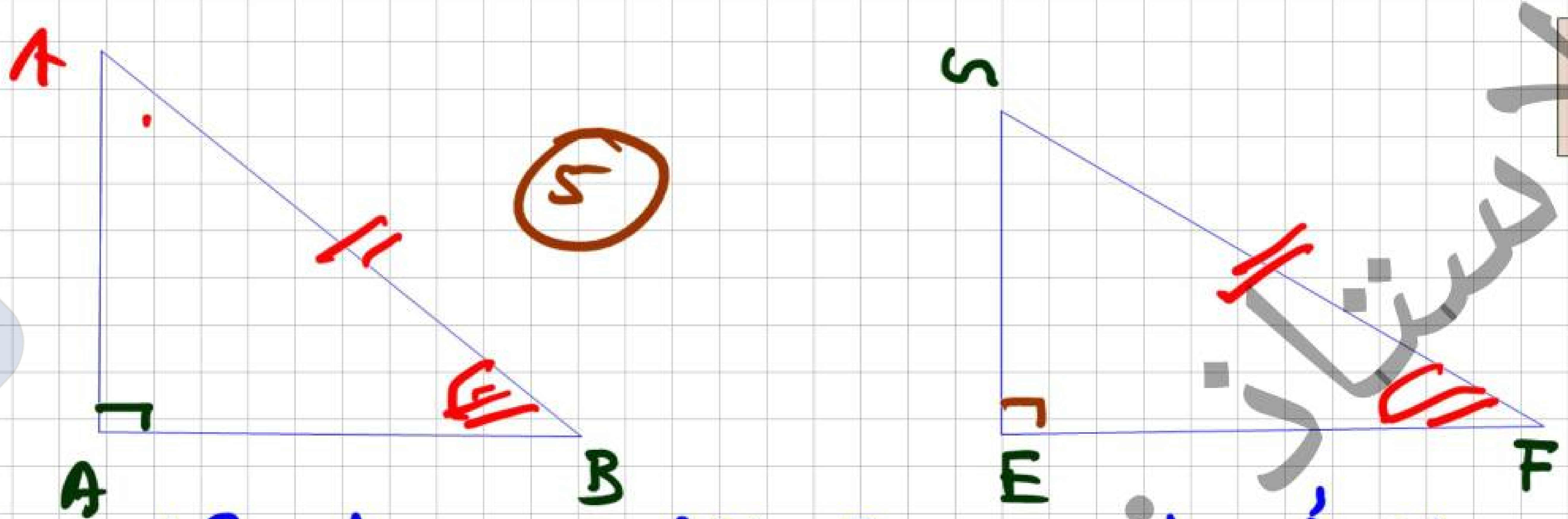
حسب نظرية بيتاغور

$$OT^2 = OH^2 + HT^2$$

$$= 1 + 4$$

ومنه $OT = \sqrt{5}.$

تمرين



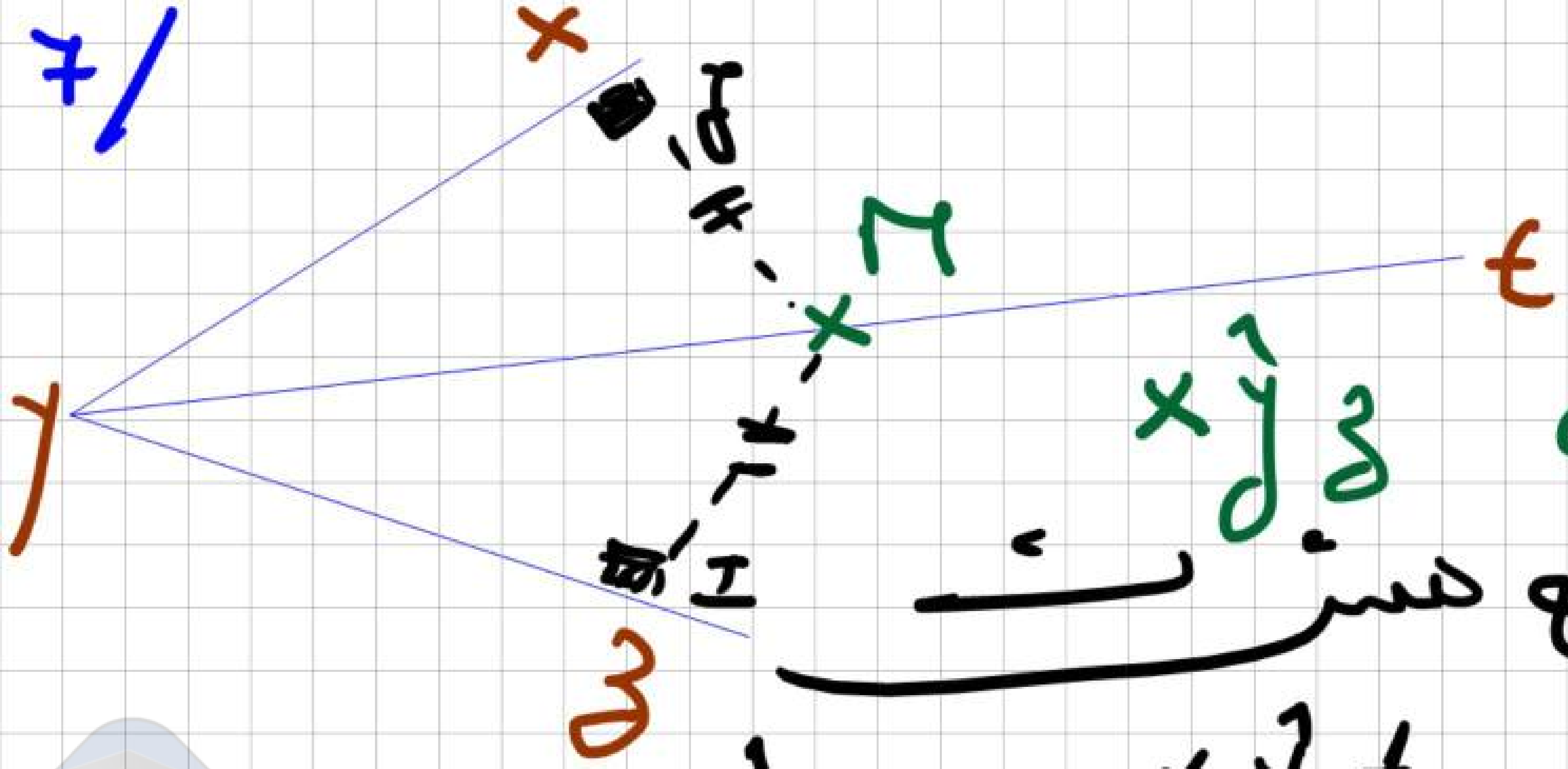
الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة .

- وتر = وتر (FG = BC)
- $\hat{E} = \hat{A} = 90°$
- $C\hat{B}A = G\hat{F}E$ أو $A\hat{C}B = E\hat{G}F$

كما أنها حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة فإن المثلثين متقايسان

7/

تمرين



؟؟ [yt) منصّف الزاوية $\widehat{xyz}$

لنا ، [yt) ضلع مشترك بين الزاويتين $\widehat{xyt}$ و $\widehat{tyz}$

و I المسقط العمودي لـ M على [yx)

و J المسقط العمودي لـ M على [yz)

حيث $IM = JM$ إذن [yt)

منصّف الزاوية $\widehat{xyz}$

المثلثان OMT و OMA متقايسان (د)

لدينا: في المثلثين القائمين OMT و OMA

(و)

[OM] ضلع مشترك بينهما .

• $OA = OT$ (شعاعي د ع)

إذن حسب إحدى الحالات الثلاث لتقايس

المثلثات القائمة فإن المثلثان

متقايسان ومنه ينتج عن ذلك

تقايس بقية العناصر المتناظرة مثنى

مثنى نذكر منها $AM = MT = x$ و $A\hat{O}H = H\hat{O}T$

و $H\hat{T}O = O\hat{M}A$

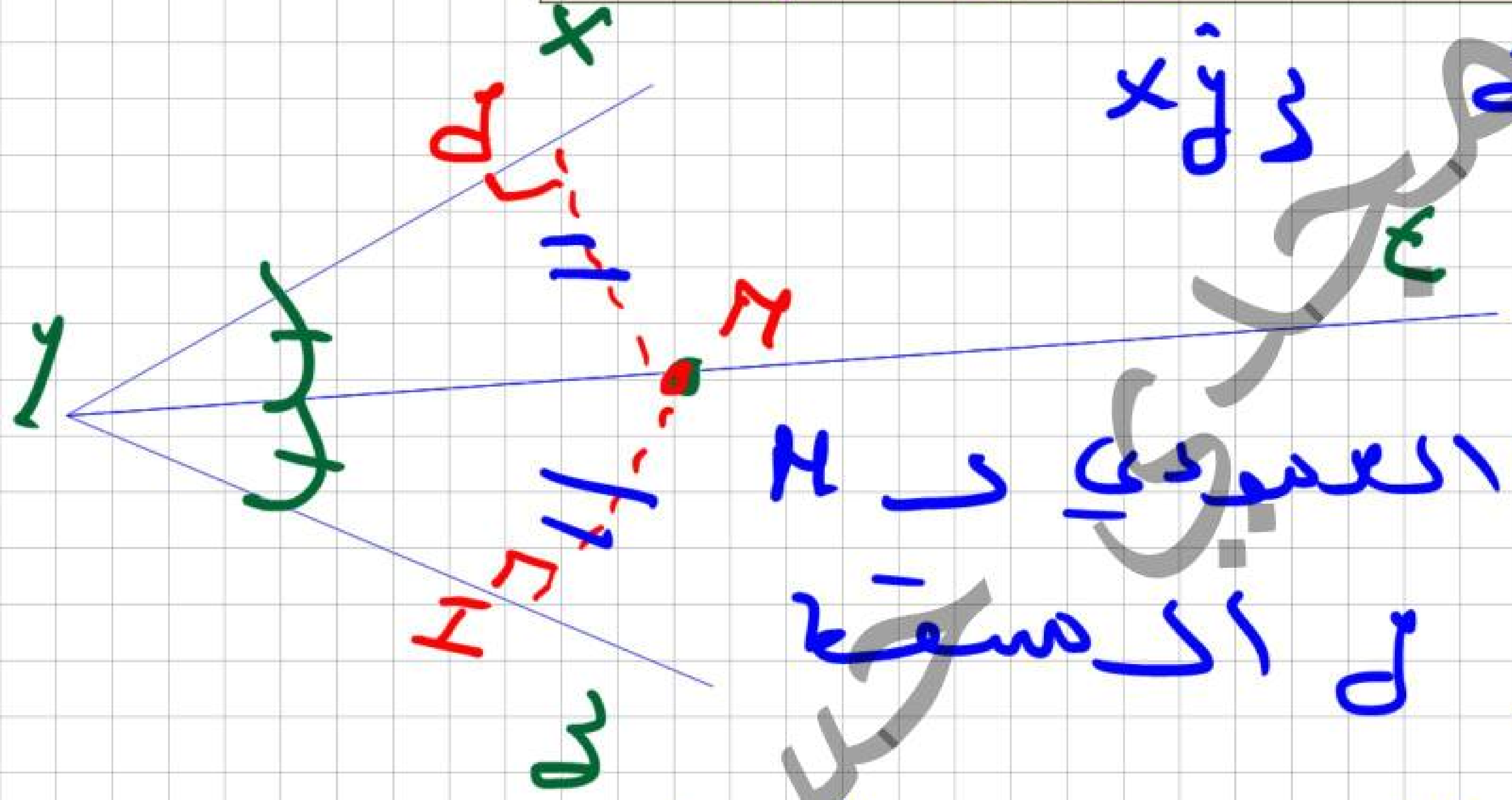
⑥

الحالة الثالثة.

- BC = GF.
- AC = EG أو AB = EF

تطبيق : منصف الزاوية .

لتكن (yt) منصف الزاوية $x\hat{y}z$



- M ∈ (yt)
- I المسقط العمودي لـ M على (yz) و J المسقط العمودي لـ M على (xy)

⟸ MI = MJ.

2) أ) 1) ح1 : لنا : [MO) ضلع مشترك 8)

بما أن $O\hat{M}N$ و $O\hat{M}A$ و T المسقط

العمودي لـ O على (MN) و A المسقط

العمودي لـ O (HA) حسب $OT = OA$

(معطى في ع) اذن [MO) منصف الزاوية

$A\hat{M}N$ ومنه $O\hat{M}N = O\hat{M}A$.

في المثلثين القائمين OAH و OHT على

التوالي في A و T نستنتج .

[OM] ضلع مشترك بينهما .

• $O\hat{M}A = O\hat{M}N$ ومنه فإن حسب الحالة

الأولى لتقايس المثلثات القائمة فإن

الأستاذ حبيب

نجحني

3) لنا O' مسقطها O على (MN) Ⓜ

ونثا لعمودي (AB) اذن (OO')//(AB)

حسب M∈(AB) اذن (OO')//(AM)//(DN)

(N∈(D9))

بما أن AMND شبه منحرف قاعدتاه

[DN] و [AM] حيث O منتصف [AD] و

(OO')//(AM)//(DN) إذن O' منتصف [MN].

• لنا AMND شبه منحرف حيث O' منتصف

[MN] و O منتصف [AD] اذن

$$OO' = \frac{DN + AM}{2} = \frac{y + x}{2}$$

⑩

ب/ في المثلثين القائمين هـتم و مده

على التوالي في ت و د نجد:

- [هم] ضلع مشترك بينهما.
- هد = هت (معطى في ع).

إذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات القائمة فإن المثلثين متقايسان. ومنه ينتج عن ذلك تقايس بقية العناصر المتناظرة منهما.

تمه = دمه = ٩٠.

الأستاذ محمد الحسيني

⑬

ت ، لنا OMN قائم في O حيث

T المسقط العمودي لـ O على [MN]

إذن :

$$OT^2 = MT \cdot TN = x \cdot y .$$

يعني

$$\sqrt{5}^2 = x \cdot y$$

إذن :

$$\boxed{x \cdot y = 5 .}$$

4) ب) لنا .

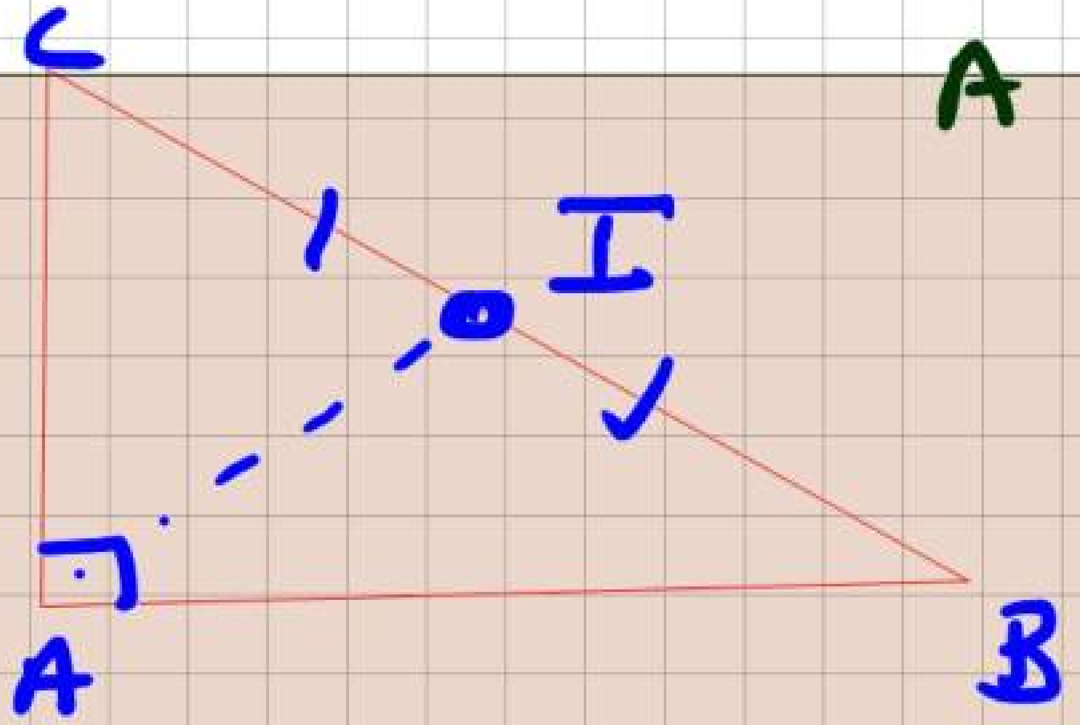
$$\frac{TM}{\boxed{TN}\ y} = \frac{AH}{HD}$$

$$TN = \frac{HD \cdot TM}{AH} = \frac{(OH + OD) \cdot x}{OA - OH}$$

$$= \frac{(1+\sqrt{5}) \cdot x}{\sqrt{5} - 1} = \frac{(1+\sqrt{5})(\sqrt{5}+1) \cdot x}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$$

الأستاذ مجدي حسين
نجحني

ب/ تذكير : ABC مثلث قائم في A



حيث I منتصف $[BC]$.

إذن، $AI = IB = IC$ أو $AI = \frac{1}{2}BC$

②

ب/ لنا، O' منتصف $[MN]$ و $MN = x+y$

حيث $OO' = \frac{x+y}{2}$

$= \frac{1}{2}\cdot(x+y).$

$= \frac{1}{2}MN.$

إذن OMN قائم في O.

مجدي حبيب

د

2) نضع $MT = x$ و $TN = y$

أ- بيّن أن المثلثين OAM و OTM متقايسان ثم إستنتج AM بدلالة x

ب- بيّن أن المثلثين OTN و ODN متقايسان ثم إستنتج DN بدلالة y

3) لتكن O' مسقط O على (MN) وفقا للمنحى (AB)

أ- بيّن أن: O' منتصف [MN] ثم أوجد OO' بدلالة x و y

ب- إستنتج أن المثلث MON قائم الزاوية في O

ت- بيّن أن: $xy = 5$

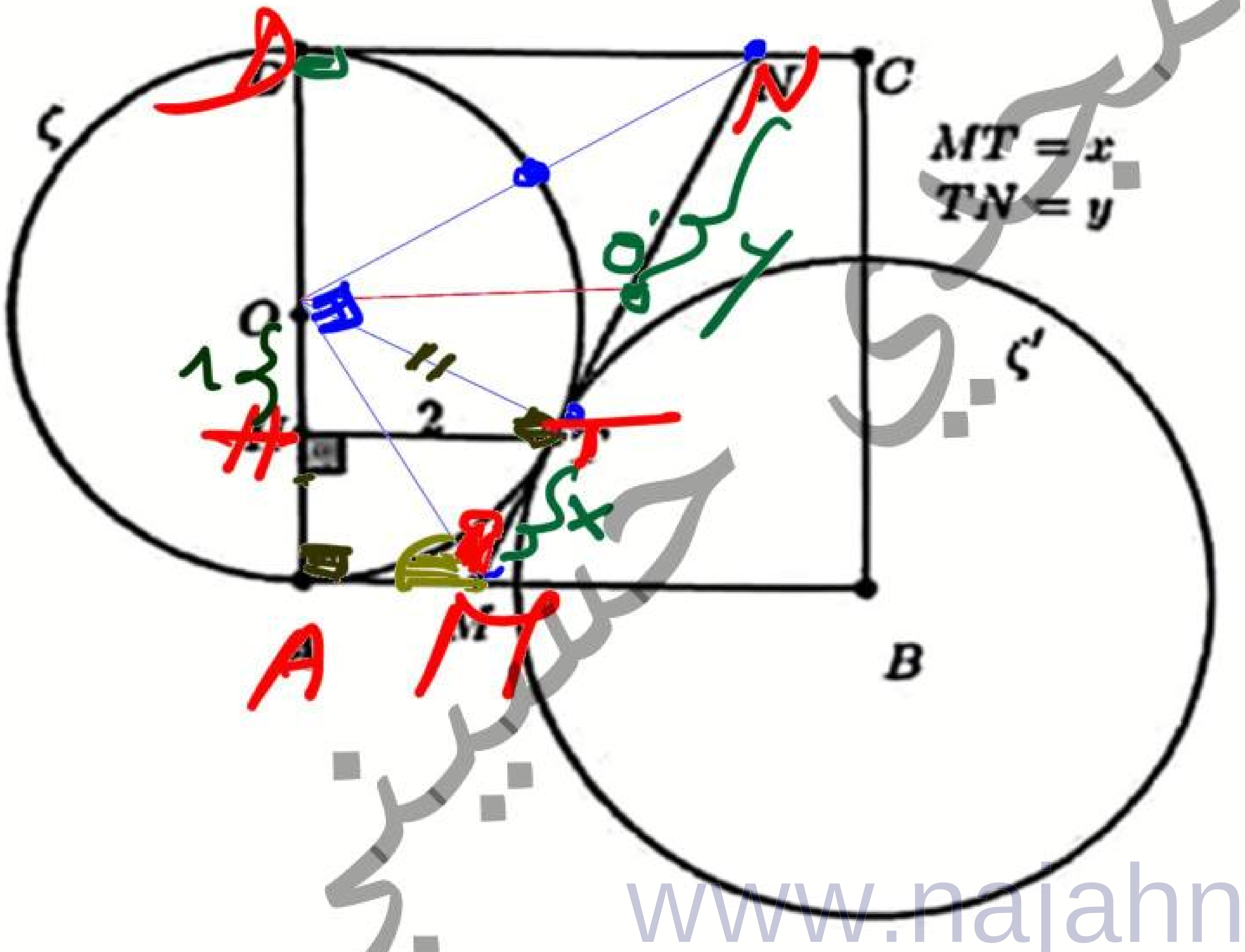
4) أ- بيّن أن: $\dfrac{TM}{TN} = \dfrac{HA}{HD}$

ب- إستنتج أن: $y = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}x$

ج- إستنتج أن: $x = \dfrac{5-\sqrt{5}}{2}$ و أن:

$$y = \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$$

د- أحسب البعد MN



الأستاذ: مجدي حسيني
نجّحني

⑭ $$= \left(\frac{5+1+2\sqrt{5}}{4}\right)\cdot x = \frac{6+2\sqrt{5}}{4}\cdot x$$

$$= \frac{2\cdot(3+\sqrt{5})}{4}\cdot x$$

$$\boxed{y = \frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot x}$$

ج) لنا ، $x\cdot y = 5$

$$y = \frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot x$$

يعني $x\cdot y = \frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot x^2$

يعني $5 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot x^2$

الأستاذ صبري حسين
نجحني

$$x^2 = \frac{5}{2}\cdot(3-\sqrt{5}).$$

$$x^2 = \left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{(5-\sqrt{5})^2}{4}$$

$$= \frac{25-10\sqrt{5}+5}{4}.$$

$$= \frac{30-10\sqrt{5}}{4} = \frac{10\cdot(3-\sqrt{5})}{4}$$

$$= \frac{5}{2}\cdot(3-\sqrt{5}).$$

وبالتالي

$$\boxed{x = \frac{5-\sqrt{5}}{2}.}$$

⑮

$10 = (3+\sqrt{5}) \cdot x^2$ يعني

$x^2 = \frac{10}{3+\sqrt{5}} = \frac{10(3-\sqrt{5})}{4}$ يعني

$\sqrt{x^2} = \frac{\overset{+}{5}}{2} \cdot (3-\sqrt{5})$ +

بما أن $3 > \sqrt{5}$ إذن $3-\sqrt{5} > 0$

od $x = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5}}$ إذن

$x = \sqrt{\frac{5}{2} \cdot (3-\sqrt{5})}$

الأستاذ: مجدي حسين

• لنا ، $x \cdot y = 5$

$$y = \frac{5}{x} = \frac{5}{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$$

$$= 5 \cdot \frac{2}{5-\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot (5+\sqrt{5})}{25-5}$$

$$= \frac{10 \cdot (5+\sqrt{5})}{20} = \frac{5+\sqrt{5}}{2} .$$

ب) لنا ، $MN = x + y .$

$$= \frac{5-\sqrt{5}}{2} + \frac{5+\sqrt{5}}{2} = \frac{10}{2} = 5 .$$

الأستاذ مجدي حسين
نجّحني