LYCEE NASRALLAH « 1S6 » PROF : BenTaiebLotfi	25/10/2016 **DEVOIR DE CONTROLE N°1** **MATHEMATIQUES**

EXERCICE 1

Répondre par vrai ou faux

1/ Si une suite est bornée alors elle est convergente

2/ Si une suite n'est pas convergente alors elle tend vers l'infini

3/ Si une suite croissante et bornée alors elle est convergente

4/ Si une suite U est convergente vers 0 alors la suite $V_n = (-1)^n U_n$ est divergente

5/La suite $U_n = \frac{3+(-2)^n}{2+(-2)^n}$,n>1, est convergente

EXERCICE 2

Soit la suite U_n définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = U_n + \frac{1+U_n}{1+2U_n}$

1/a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $U_n > 0$ et que U_n est croissante

b. Justifier que $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$

2/ a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} \geq U_n + \frac{1}{2}$ et $U_n \geq 1 + \frac{n}{2}$

b. Retrouver, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

EXERCICE 3

Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = \frac{3}{2}$ et $U_{n+1} = 3 - \frac{2}{U_n}$

1/ a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $1 < U_n < 2$

b. Montrer que la suite U est croissante. En déduire qu'elle est convergente

c. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

2/ On considère la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 1}$

a. Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme
b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
c. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ a.On pose $S = \sum_{k=0}^{n} V_k$. Calculer S

b. En déduire S’ = = $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{U_k - 1}$

EXERCICE 4

On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\,{U_n}^2} \end{cases}$

1/a. Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a $0 \leq U_n \leq \sqrt{2}$

b. Montrer que la suite U_n est croissant

c. En déduire que U_n est convergente et déterminer sa limite

2/ Soit la suite V_n définie sur IN par $V_n = 2 - U_n^2$

a. Montrer que la suite V est géométrique puis exprimer V_n en fonction de n
b. En déduire que $\forall\, n \geq 1$; $U_n = \sqrt{2 - (\frac{1}{2})^{n-1}}$
c. On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k^2$. Exprimer S_n en fonction de n