الجذاءات المعتـــــــبرة و العبـــارات الجـــبرية

تمرين عدد 1

نعتبر العبارتين E و F بحيث x عدد حقيقي

$E = 8x^2 - 6x + 1$ و $F = 4x^2 - 4x + 1$

1) احسب E و F في حالة $x = \sqrt{2}$

2) أ) بين ان $E = (3x - 1)^2 - x^2$

ب) فكك العبارة E الى جذاء عومل

3) فكك العبارة F الى جذاء عوامل

4) بين ان $E + F = (6x - 2)(2x - 1)$

تمرين عدد 2

نعتبر العددين a و b بحيث $a = \sqrt{5} + 1$ و $b = \sqrt{5} - 1$

1) بين أن $a^2 = 6 + 2\sqrt{5}$ و $b^2 = 6 - 2\sqrt{5}$

2) احـــسب $a^2 + b^2$ ثم $a^2 - b^2$ و ab

و استنتج ان $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$

تمرين عدد 3

نعتبر العبارتين $A = (2x + 1)^2$ و $B = (2x + 1)(2x - 1)$

1) احسب القيمة العددية للعبارة A في كل من الحاليتين $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

2) أ) انشر و اختصر العبارتين A و B

ب) بين أن $B - A = -4x - 2$

3)ا) فكك الى جذاء عوامل العبارة $C = 4x^2 - 4x + 1$

ب) ثم فكك الى جذاء عومل العبارة $B + C$

Douma Ali

تمرين عدد 4

نعتبر العددين $a = (\sqrt{2}-1)^2$ و $b = (3+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)+\sqrt{2}\times\sqrt{8}$

1) بين ان أ) $a = 3-2\sqrt{2}$

ب) $b = 3+2\sqrt{2}$

2) احسب $a \times b$ ثم استنتج أن a هو مقلوب b

3) احسب a^2 و b^2

4) بين أن العدد $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ عدد صحيـــــح

تمرين عدد 5

نعتبر العبارة $A = \frac{1}{3}(3x-2)+2x-\frac{7}{3}$

1) بين أن $A = 3x-3$

2) لتكن العبارة $B = x^2-(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}$

أ) احسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x = \sqrt{2}$

ب) بين أن : $B = (x-1)(x-\sqrt{2})$

3) أ) بين أن : $B-A = (x-1)(x-\sqrt{2}-3)$

ب) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = B$

تمرين عدد 6 نعتبر العبارتين التاليتين حيث X عدد حقيقي :

$A = (5x-1)^2-9$ و $B = (5x+2)^2$

1) احسب العبارة Aفي الحاليتين $x = \sqrt{2}$ و $x = \frac{4}{5}$

2)أ)بين أن : $A = (5x+2)(5x-4)$

ب) استنتج أن : $A-B = -6(5x+2)$

3) إذا علمت أن : $x \in [2,3]$

أ) أوجد حصرا ل $5x+2$ و $5x-4$

ب) أستنتج حصرا للعبارة A

تمرين عدد 1

نعتبر العبارتين E و F بحيث x عدد حقيقي

$E = 8x^2 - 6x + 1$ و $F = 4x^2 - 4x + 1$

1) احسب E و F في حالة $x = \sqrt{2}$

إذا كان $x = \sqrt{2}$ فإن:

$$E = 8\sqrt{2}^2 - 6\sqrt{2} + 1$$
$$= 8 \times 2 - 6\sqrt{2} + 1$$
$$= 16 - 6\sqrt{2} + 1$$
$$= 17 - 6\sqrt{2}$$

$$E = 17 - 6\sqrt{2}$$

إذا كان $x = \sqrt{2}$ فإن

$$F = 4\sqrt{2}^2 - 4\sqrt{2} + 1$$
$$= 4 \times 2 - 4\sqrt{2} + 1$$
$$= 8 - 6\sqrt{2} + 1$$
$$= 9 - 6\sqrt{2}$$

$$F = 9 - 6\sqrt{2}$$

2) أ) بين ان $E = (3x-1)^2 - x^2$

$$(3x-1)^2 - x^2 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 1 + 1^2 - x^2$$
$$= 9x^2 - 6x + 1 - x^2$$
$$= 8x^2 - 6x + 1$$
$$= E$$

$$E = (3x-1)^2 - x^2$$

ب) فكك العبارة E الى جذاء عومل :

$$E = (3x-1)^2 - x^2$$
$$= [(3x-1) + x][(3x-1) - x]$$
$$= (3x - 1 + x)(3x - 1 - x)$$
$$= (4x-1)(2x-1)$$

$E = (4x-1)(2x-1)$ $E = (4x-1)(2x-1)$

3) فكك العبارة F الى جداء عومل :

$E = 4x^2 - 4x + 1$

$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$

$= (2x-1)^2$

و بالتالـــــي : $F = (2x-1)^2$

$$F = (2x-1)^2$$

4) بين ان $E + F = (6x-2)(2x-1)$:

لنا $F = (2x-1)^2$ و $E = (4x-1)(2x-1)$

$E + F = (4x-1)(2x-1) + (2x-1)^2$

$= (2x-1)[(4x-1) + (2x-1)]$

$= (2x-1)(4x-1+2x-1)$

$= (2x-1)(6x-2)$

و بالتالي : $E + F = (6x-2)(2x-1)$

$$E + F = (6x-2)(2x-1)$$

تمريـــــــن عدد 2

1) بين أن $a^2 = 6 + 2\sqrt{5}$

$a^2 = (\sqrt{5}+1)^2$

$= \sqrt{5}^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2$

$= 5 + 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 + 2\sqrt{5}$

$a^2 = 6 + 2\sqrt{5}$

1) بين أن $b^2 = 6 - 2\sqrt{5}$

$b^2 = (\sqrt{5}-1)^2$

$= \sqrt{5}^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2$

$= 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

$b^2 = 6 - 2\sqrt{5}$

2) احـــسب $a^2 + b^2$:

$a^2 + b^2 = 6 + 2\sqrt{5} + 6 - 2\sqrt{5}$

$= 6 + 6$

$= 12$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$a^2 - b^2 = (6 + 2\sqrt{5}) - (6 - 2\sqrt{5})$

$= 6 + 2\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$= 4\sqrt{5}$

$$a^2 - b^2 = 4\sqrt{5}$$

$ab = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$

$= \sqrt{5}^2 - 1^2$

$= 5 - 1$

$= 4$

$$ab = 4$$

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{12}{4} = 3$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$$

تمريـــــــــن عدد 3

إذا كان $x = 0$ فإن $A = (2 \times 0 + 1)^2$

$= 1^2$

$= 1$

إذا كان $x = \frac{1}{2}$ فإن $A = \left(2 \times \frac{1}{2} + 1\right)^2$

$= 2^2$

$= 4$

2) أ) انشر و اختصر العبارتين A و B

$A = (2x + 1)^2$

$= (2x)^2 + 2 \times (2x) \times 1 + 1^2$

$= 4x^2 + 4x + 1$

$$A = 4x^2 + 4x + 1$$

$B = (2x + 1)(2x - 1)$

$= (2x)^2 - 1^2$

$= 4x^2 - 1$

$$B = 4x^2 - 1$$

ب) بين أن $B - A = -4x - 2$

$B - A = (4x^2 - 1) - (4x^2 + 4x + 1)$

$= 4x^2 - 1 - 4x^2 - 4x - 1$

$= -4x - 2$

$$B - A = -4x - 2$$

3)ا) فكك الى جذاء عوامل العبارة

$C = 4x^2 - 4x + 1$

$= (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 1 + 1^2$

$= (2x - 1)^2$

$$C = (2x - 1)^2$$

ب) ثم فكك الى جذاء عومل العبارة

$B + C = (2x + 1)(2x - 1) + (2x - 1)^2$

$= (2x - 1)[(2x + 1) + (2x - 1)]$

$= (2x - 1)(2x + 1 + 2x - 1)$

$= 4x(2x - 1)$

$$B + C = 4x(2x - 1)$$

تمرين عدد 4

1) أ)

$$a = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$= \sqrt{2}^2 - 2\times\sqrt{2}\times 1 + 1^2$$

$$= 2 - 2\sqrt{2} + 1$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

$$a = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$b = (3+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2}\times\sqrt{8}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + \sqrt{2}^2 - \sqrt{2} + \sqrt{2\times 8}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + 2 - \sqrt{2} + \sqrt{16}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + 2 - \sqrt{2} + 4$$

$$= 3 + 2\sqrt{2}$$

$$b = 3 + 2\sqrt{2}$$

3) $ab = (3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})$

$$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 - 8$$

$$= 1$$

a هو مقلوب b

$$b^2 = (3+2\sqrt{2})^2$$

$$= 3^2 + 2\times 3\times(2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 + 12\sqrt{2} + 8$$

$$= 17 + 12\sqrt{2}$$

$$b^2 = 17 + 12\sqrt{2}$$

3) $a^2 = (3-2\sqrt{2})^2$

$$= 3^2 - 2\times 3\times(2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 - 12\sqrt{2} + 8$$

$$= 17 - 12\sqrt{2}$$

$$a^2 = 17 - 12\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$= \frac{17 - 12\sqrt{2} + 17 + 12\sqrt{2}}{1}$$

$$= 17 + 17$$

$$= 34$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 34$$

تمريـــــــن عـــــــدد 5

نعتبر العبارة $A = \frac{1}{3}(3x-2) + 2x - \frac{7}{3}$

1) بين أن $A = 3x - 3$

$$A = \frac{1}{3}(3x-2) + 2x - \frac{7}{3}$$
$$= \frac{1}{3} \times 3x - \frac{1}{3} \times 2 + 2x - \frac{7}{3}$$
$$= x - \frac{2}{3} + 2x - \frac{7}{3}$$
$$= 3x - \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{3}\right)$$
$$= 3x - \frac{9}{3}$$
$$= 3x - 3$$

$A = 3x - 3$

ب) بين أن : $B = (x-1)(x-\sqrt{2})$

$$(x-1)(x-\sqrt{2}) = x^2 - x\sqrt{2} - x + \sqrt{2}$$
$$= x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}$$
$$= B$$

$B = (x-1)(x-\sqrt{2})$

2) $B = x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}$

إذا كان $x = \sqrt{2}$ فإن :

$$B = \sqrt{2}^2 - (1+\sqrt{2}) \times \sqrt{2} + \sqrt{2}$$
$$= 2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}$$
$$= 2 - \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}$$
$$= 0$$

$B = 0$

3) أ) بين أن

$$B - A = (x-1)(x-\sqrt{2}-3)$$
$$B - A = (x-1)(x-\sqrt{2}) - (3x-3)$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{2}) - 3(x-1)$$
$$= (x-1)(x-\sqrt{2}-3)$$

$B - A = (x-1)(x-\sqrt{2}-3)$

ب) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = B$

$A = B$ يعني $B - A = 0$

$B - A = 0$ يعني $(x-1)(x-\sqrt{2}-3) = 0$

يعني : $x - 1 = 0$ أو $x - \sqrt{2} - 3 = 0$

يعني : $x = 0$ أو $x = \sqrt{2} + 3$

$x = 0$ أو $x = \sqrt{2} + 3 \Leftrightarrow A = B$

1) احسب العبارة A في الحاليتين :

- $x = \sqrt{2}$

$$A = (5\sqrt{2} - 1)^2 - 9$$
$$= (5\sqrt{2})^2 - 2 \times 5\sqrt{2} \times 1 + 1^2 - 9$$
$$= 50 - 10\sqrt{2} + 1 - 9$$
$$= 42 - 10\sqrt{2}$$

$$A = 42 - 10\sqrt{2}$$

- $x = \frac{4}{5}$

$$A = \left(5 \times \frac{4}{5} - 1\right)^2 - 9$$
$$= (4 - 1)^2 - 9$$
$$= 3^2 - 9$$
$$= 9 - 9$$
$$= 0$$

$$A = 0$$

2)أ)بين أن $A = (5x + 2)(5x - 4)$

$$A = (5x - 1)^2 - 9$$
$$= (5x - 1)^2 - 3^2$$
$$= (5x - 1 + 3)(5x - 1 - 3)$$
$$= (5x2 + 2)(5x - 4)$$

$$A = (5x + 2)(5x - 4)$$

ب) استنتج أن : $A - B = -6(5x + 2)$

$$A - B = (5x + 2)(5x - 4) - (5x + 2)^2$$
$$= (5x + 2)[(5x - 4) - (5x + 2)]$$
$$= (5x + 2)(5x - 4 - 5x - 2)$$
$$= -6(5x + 2)$$

$$A - B = -6(5x + 2)$$